Υπουργείο
Εθνικής Παιδείας
και Θρησκευμάτων

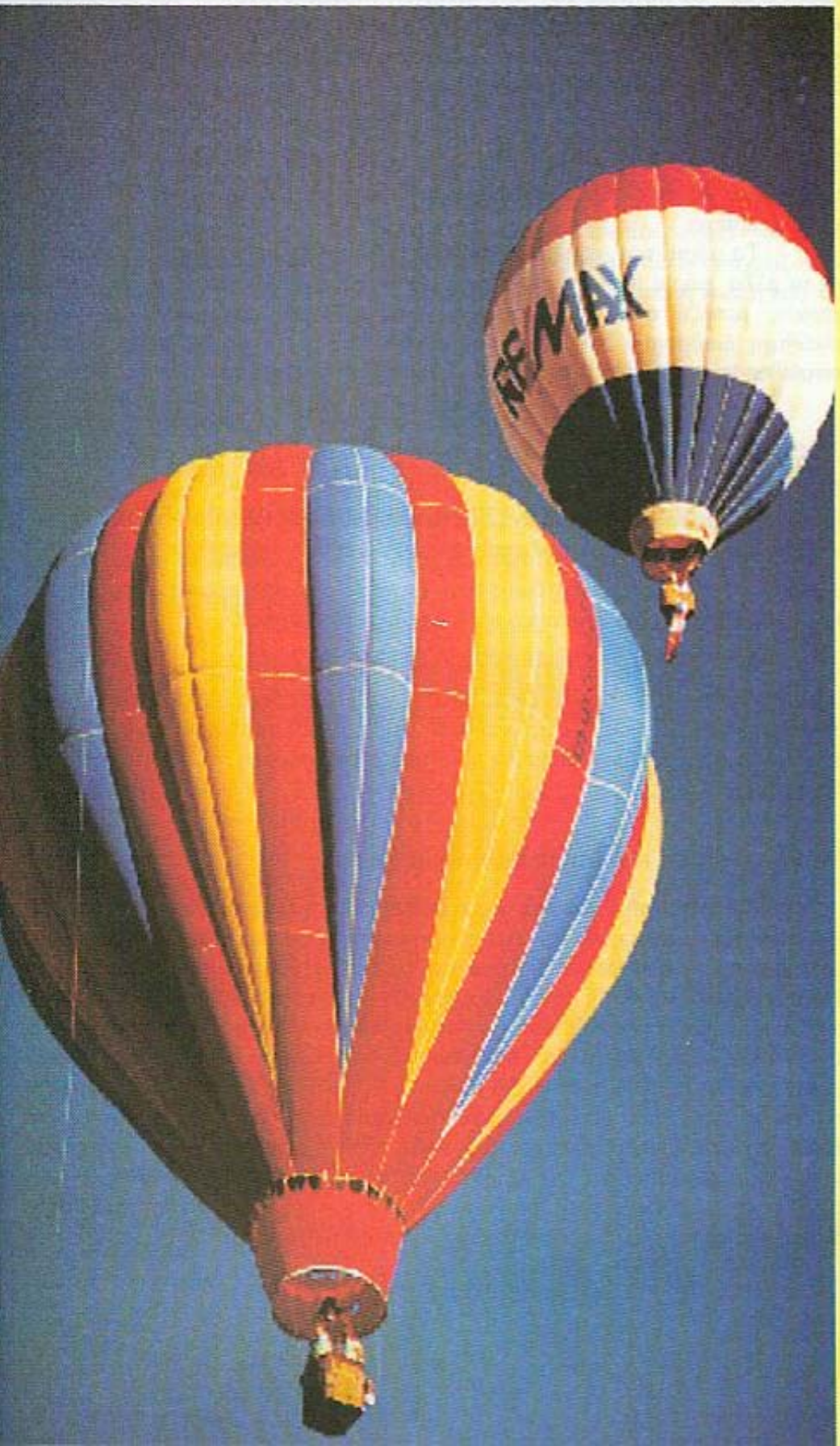
Παιδαγωγικό Ινστιτούτο

Φυσική
Θετικής & Τεχνολογικής Κατεύθυνσης
Β' τάξη
Ενιαίου Λυκείου

Θρησκευτικές
Εκφράσεις
Μαλακτικών
Βιβλίων

ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ ΤΩΝ ΑΕΡΙΩΝ

1



Νόμοι αερίων 9

Καταστατική εξίσωση 11

Κινητική θεωρία 14

Κατανομή μοριακών ταχυτήτων 19

Σύνοψη 24

Ασκήσεις 25

1-1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Πολλές από τις σημερινές αντιλήψεις μας για την ύλη και τη θερμότητα έχουν την αφετηρία τους στη μελέτη της συμπεριφοράς των αερίων, για την οποία εργάστηκαν μερικοί από τους πιο σημαντικούς θεωρητικούς και πειραματικούς φυσικούς, στη διάρκεια του αιώνα που πέρασε και στις αρχές του αιώνα μας.

Εικ. 1.1 Ένα μόριο αερίου κινείται στο χώρο που καταλαμβάνει το αέριο, συγκρουόμενο με άλλα μόρια κατά τη διαδρομή του. Αν και στην εικόνα φαίνονται στατικά, τα άλλα μόρια κινούνται επίσης μ' έναν ανάλογο τρόπο.

Το ενδιαφέρον για τη συμπεριφορά των αερίων δεν είναι μόνο θεωρητικό. Οι μηχανές των αυτοκινήτων, οι ατμοστρόβιλοι της ΔΕΗ αλλά και μια σειρά από εργαλεία, όπως οι αερόσφυρες (κομπρεσέρ) που χρησιμοποιούμε για να τρυπάμε πέτρες, βασίζουν τη λειτουργία τους σε διαδικασίες στις οποίες συμμετέχουν αέρια.

Στα αέρια οι αποστάσεις μεταξύ των μορίων είναι μεγάλες και οι δυνάμεις μεταξύ τους πολύ μικρές. Αυτό εξηγεί γιατί τα αέρια δεν έχουν δικό τους σχήμα και όγκο αλλά «δανείζονται» το σχήμα και τον όγκο του δοχείου που τα περιέχει.

Τα μόρια των αερίων βρίσκονται σε διαρκή κίνηση και συγκρούονται με τα άλλα μόρια ή με τα τοιχώματα του δοχείου. Η κίνηση των μορίων του αερίου, μεταξύ δύο συγκρούσεων, είναι ευθύγραμμη ομαλή, η «μέση ελεύθερη διαδρομή» τους σχετικά μεγάλη και οι ταχύτητες με τις οποίες κινούνται είναι της τάξης των 1600 χιλιομέτρων την ώρα!

Σε αντίθεση με ό,τι συμβαίνει στα αέρια, τα μόρια των στερεών βρίσκονται σε μικρή μεταξύ τους απόσταση και οι μεταξύ τους δυνάμεις είναι ισχυρές, γι' αυτό τα στερεά έχουν ορισμένο σχήμα και όγκο. Τα μόρια των στερεών δε μετατοπίζονται αλλά ταλαντώνονται γύρω από ορισμένη θέση.

Στην ενδιάμεση κατάσταση, στα υγρά, οι δυνάμεις ανάμεσα στα μόρια είναι σημαντικές, όχι όμως τόσο μεγάλες όσο στα στερεά, με συνέπεια τα υγρά να έχουν ορισμένο όγκο αλλά όχι δικό τους σχήμα.

Εικ. 1.2 Οι κινήσεις των σφαιριδίων μέσα στο κουτί μοιάζουν με την τυχαία κίνηση των μορίων ενός αερίου.

Στο κεφάλαιο αυτό αρχικά θα μελετήσουμε τους νόμους που διέπουν τη συμπεριφορά των αερίων, όπως αυτή γίνεται αντιληπτή μακροσκοπικά. Στη συνέχεια θα δούμε πώς, με την υπόθεση ότι τα αέρια αποτελούνται από μόρια στα οποία αποδώσαμε ορισμένες ιδιότητες, καταφέραμε να εξηγήσουμε τη συμπεριφορά τους.

Μακροσκοπική και μικροσκοπική μελέτη.

Η περιγραφή - και κατ' επέκταση η μελέτη ενός φαινομένου - μπορεί να είναι είτε μακροσκοπική είτε μικροσκοπική. Μακροσκοπική λέγεται η μελέτη όταν σ' αυτή δεν υπεισέρχονται υποθέσεις, θεωρίες ή και μεγέθη που έχουν σχέση με τη δομή ή τη σύσταση των αντικειμένων που συμμετέχουν στο φαινόμενο. Στην αντίθετη περίπτωση η μελέτη λέγεται μικροσκοπική.

Για παράδειγμα, αν συνδέσουμε μια λάμπα στους πόλους μιας μπαταρίας η λάμπα θα ανάψει. Το φαινόμενο μπορεί να μελετηθεί αν μετρηθεί η τάση, η ένταση του ρεύματος, η θερμοκρασία του σύρματος της λάμπας, τα ποσά θερμότητας που εκπέμπει κλπ. Αυτή είναι η μακροσκοπική μελέτη. Αν αντίθετα, προσπαθώντας να εξηγήσουμε το φαινόμενο, αναφερθούμε στο είδος των σωματιδίων που κινούνται μέσα στο σύρμα, στην ταχύτητά τους, στις κρούσεις τους κλπ, μελετάμε μικροσκοπικά το φαινόμενο.

Στο χώρο των φυσικών επιστημών η μακροσκοπική και η μικροσκοπική μελέτη των φαινομένων συνήθως συνυπάρχουν. Στα αέρια η μακροσκοπική μελέτη προηγήθηκε της μικροσκοπικής. Στα μέσα του 17ου αιώνα και μετά από μακροσκοπική μελέτη, διατυπώθηκαν οι νόμοι των αερίων από τους Boyle, Charles και Gay-Lussac. Αργότερα (τέλη του 19ου αιώνα) άρχισε η μικροσκοπική τους μελέτη.

Η μικροσκοπική μελέτη βοήθησε να ερμηνεύσουμε τους μακροσκοπικούς νόμους, να εξηγήσουμε τη συμπεριφορά των αερίων (π.χ. με ποιο μηχανισμό το αέριο δημιουργεί πιέσεις) και, γενικά, να κατανοήσουμε σε βάθος την αέρια φάση.

1-2 ΟΙ ΝΟΜΟΙ ΤΩΝ ΑΕΡΙΩΝ

Η κατάσταση στην οποία βρίσκεται ένα αέριο περιγράφεται μακροσκοπικά από την πίεση, τον όγκο και τη θερμοκρασία του.

Τα μεγέθη αυτά (πίεση - όγκος - θερμοκρασία) για ορισμένη ποσότητα αερίου δεν είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους αλλά συσχετίζονται. Για παράδειγμα, αν αυξήσουμε τη θερμοκρασία σε μια κλειστή φιάλη που περιέχει αέριο θα αυξηθεί και η πίεση.

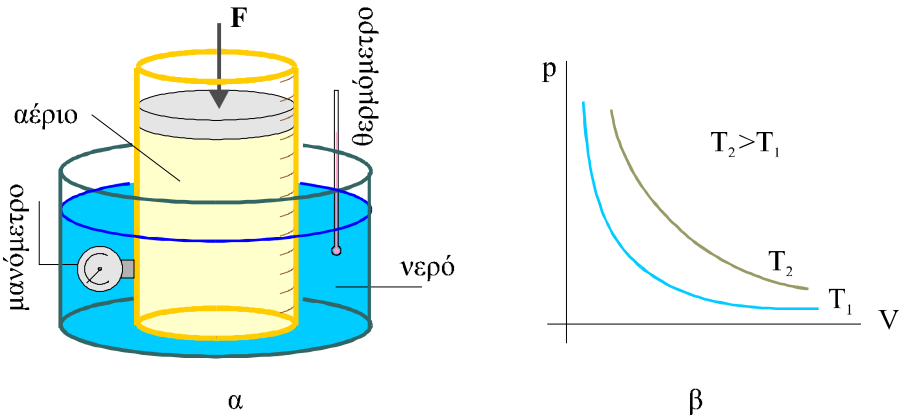
Οι σχέσεις που συνδέουν τα μεγέθη αυτά προσδιορίστηκαν πειραματικά και αποτελούν τους νόμους των αερίων.

Νόμος του Boyle (Μπόιλ, 1627-1691)

Η πίεση ορισμένης ποσότητας αερίου του οποίου η θερμοκρασία παραμένει σταθερή είναι αντίστροφα ανάλογη με τον όγκο του.

Η μαθηματική διατύπωση είναι:

$$pV = \sigma\tau\alpha\vartheta. \qquad \gamma\iota\alpha \qquad T = \sigma\tau\alpha\vartheta.$$



Σχ. 1.1 α) Το αέριο βρίσκεται μέσα σε ογκομετρικό δοχείο. Το δοχείο με το αέριο περιβάλλεται από λουτρό με νερό του οποίου η θερμοκρασία διατηρείται σταθερή. Στο δοχείο υπάρχει προσαρμοσμένο μανόμετρο για τη μέτρηση της πίεσης του αερίου. β) Στο διάγραμμα παριστάνεται γραφικά η πίεση του αερίου σε συνάρτηση με τον όγκο του, για θερμοκρασίες T_1 και T_2 για τις οποίες ισχύει $T_2 > T_1$.

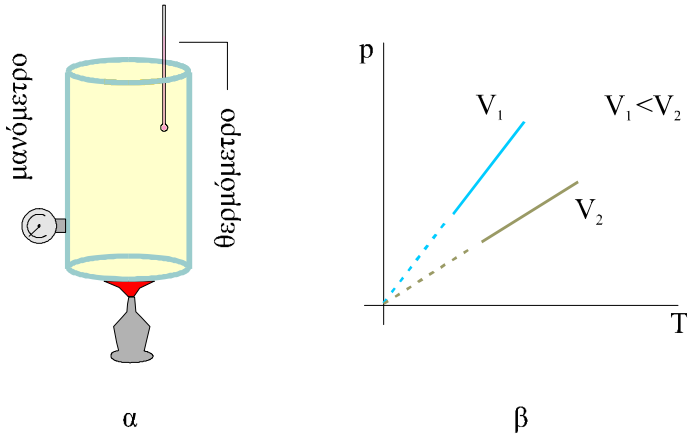
Η μεταβολή στην οποία η θερμοκρασία παραμένει σταθερή ονομάζεται **ισόθερμη**.

Ο νόμος του Charles (Σαρλ, 1746-1823)

Η πίεση ορισμένης ποσότητας αερίου του οποίου ο όγκος διατηρείται σταθερός είναι ανάλογη με την απόλυτη θερμοκρασία του αερίου.

Η μαθηματική του διατύπωση είναι:

$$\frac{p}{T} = \sigma\tau\alpha\theta. \quad \gamma\iota\alpha \quad V = \sigma\tau\alpha\theta.$$



Σχ 1.2 α) Το αέριο βρίσκεται μέσα σε δοχείο σταθερού όγκου. Καθώς θερμαίνεται αυξάνεται η πίεσή του. β) Στο διάγραμμα παριστάνεται γραφικά η μεταβολή της πίεσης σε συνάρτηση με τη θερμοκρασία, για δύο διαφορετικές τιμές του όγκου V_1 και V_2 με $V_1<V_2$.

Η μεταβολή στην οποία ο όγκος παραμένει σταθερός ονομάζεται **ισόχωρη**.

Στο σχήμα 1.2.β οι διακεκομμένες γραμμές υποδηλώνουν ότι η ευθεία της γραφικής παράστασης προεκτεινόμενη περνάει από την αρχή των αξόνων. Το διακεκομμένο τμήμα της ευθείας αντιστοιχεί σε θερμοκρασίες στις οποίες τα αέρια δεν υπακούουν στο νόμο.

Τη θερμοκρασία τη μετράμε σε βαθμούς Κέλβιν (K). Η θερμοκρασία αυτή ονομάζεται **απόλυτη θερμοκρασία**.

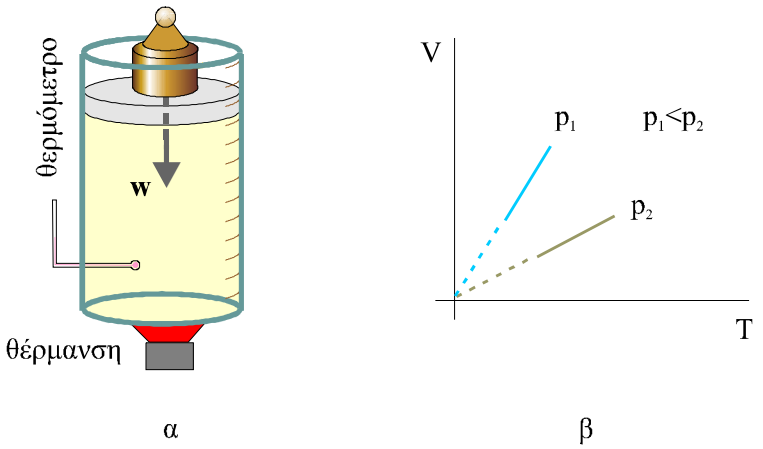
Η θερμοκρασία στην κλίμακα Kelvin προκύπτει αν στη θερμοκρασία θ, μετρημένη στην κλίμακα Κελσίου, προσθέσουμε το 273. $T=273 + \theta$.
Το μηδέν της κλίμακας Kelvin αντιστοιχεί στους –273 ^{o}C και είναι η θερμοκρασία κάτω από την οποία είναι αδύνατο να φτάσουμε. Τη θερμοκρασία αυτή τη λέμε και **«απόλυτο μηδέν ».**

Ο νόμος του Gay – Lussac (Γκέι-Λουσάκ, 1778-1850)

Ο όγκος ορισμένης ποσότητας αερίου, όταν η πίεσή του διατηρείται σταθερή, είναι ανάλογος με την απόλυτη θερμοκρασία του.

Η μαθηματική διατύπωση του νόμου είναι :

$$\frac{V}{T} = \sigma\tau\alpha\vartheta\ . \qquad \gamma\iota\alpha \qquad p = \sigma\tau\alpha\vartheta\ .$$



Σχ 1.3 α) Καθώς το αέριο θερμαίνεται ο όγκος του αυξάνεται. Η πίεση του αερίου διατηρείται σταθερή με ένα βάρος τοποθετημένο πάνω στο έμβολο. β) Στο διάγραμμα παριστάνεται γραφικά η μεταβολή του όγκου σε συνάρτηση με τη θερμοκρασία, για δυο τιμές της πίεσης p_1 και p_2 με $p_1 < p_2$.

Η μεταβολή στην οποία η πίεση παραμένει σταθερή ονομάζεται ισοβαρής.

Ιδανικά αέρια

Οι τρεις προηγούμενοι νόμοι ισχύουν για τα διάφορα αέρια με μικρές ή μεγάλες αποκλίσεις. Συγκεκριμένα ισχύουν με μεγαλύτερη ακρίβεια για ένα μονοατομικό παρά για ένα πολυατομικό αέριο που βρίσκεται στις ίδιες συνθήκες. Επίσης ισχύουν με μεγαλύτερη ακρίβεια για τα θερμά και αραιά αέρια από ό,τι για τα πυκνά και ψυχρά.

Ας υποθέσουμε τώρα ότι κάποιο αέριο υπακούει με ακρίβεια στους νόμους αυτούς ανεξάρτητα από το αν είναι θερμό ή ψυχρό, πυκνό ή αραιό. Ένα τέτοιο αέριο ακριβώς επειδή στην πραγματικότητα δεν υπάρχει θα ονομάζεται ιδανικό αέριο.

Μακροσκοπικά ιδανικό αέριο, είναι αυτό που υπακούει στους τρεις νόμους των αερίων σε οποιεσδήποτε συνθήκες κι αν βρίσκεται.

Σημείωση : Οι γραφικές παραστάσεις p-T (σχ. 1.2β) και V-T (σχ. 1.3β) αν αναφέρονταν σε ιδανικό αέριο θα ήταν συνεχείς γραμμές, για όλες τις θερμοκρασίες.

1-3 ΚΑΤΑΣΤΑΤΙΚΗ ΕΞΙΣΩΣΗ ΤΩΝ ΙΔΑΝΙΚΩΝ ΑΕΡΙΩΝ

Από το συνδυασμό των νόμων των αερίων προκύπτει η εξίσωση:

$$pV = nRT \qquad (1.1)$$

Η (1.1) ονομάζεται **καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων**.
Η R ονομάζεται **σταθερά των ιδανικών αερίων** και η τιμή της εξαρτάται από τις μονάδες των p, V, T. Στο σύστημα SI, όπου μονάδα πίεσης είναι το N/m^2 και μονάδα όγκου είναι το m^3, η τιμή της R είναι:

$$R = 8{,}314\, J/mol \cdot K$$

Συνήθως η πίεση μετριέται σε ατμόσφαιρες (atm), ο όγκος σε λίτρα (L) και η τιμή της R είναι :

$$R = 0{,}082\ L \cdot atm / mol \cdot K$$

Ο αριθμός των mol του αερίου βρίσκεται από το πηλίκο της ολικής μάζας $m_{o\lambda}$ του αερίου προς τη γραμμομοριακή του μάζα M.

$$n = \frac{m_{o\lambda}}{M} \qquad (1.2)$$

Η σχέση (1.1) μπορεί με βάση την (1.2) να πάρει τη μορφή

$$p\,\mathrm{V} = \frac{m_{o\lambda}}{M} R\,T \qquad (1.3)$$

Το πηλίκο της συνολικής μάζας του αερίου προς τον όγκο του δίνει την πυκνότητά του : $\rho = \dfrac{m_{o\lambda}}{V}$

Έτσι, η σχέση (1.1) μπορεί να πάρει τη μορφή:

$$p = \frac{\rho}{M} R\,T$$

Η καταστατική εξίσωση μπορεί να μας δώσει και έναν απλούστερο μακροσκοπικό ορισμό του ιδανικού αερίου :

Ιδανικό αέριο είναι το αέριο για το οποίο ισχύει η καταστατική εξίσωση ακριβώς, σε όλες τις πιέσεις και θερμοκρασίες.

Στη συνέχεια, όπου αναφερόμαστε σε αέρια θα θεωρούμε ότι οι συνθήκες είναι τέτοιες ώστε ή καταστατική εξίσωση να ισχύει χωρίς αποκλίσεις.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1-1

Στην αρχή ενός ταξιδιού η θερμοκρασία των ελαστικών ενός αυτοκινήτου είναι 7 ^{O}C. Κατά τη διάρκεια του ταξιδιού τα ελαστικά θερμαίνονται στους 27 ^{O}C. Αν στην αρχή του ταξιδιού ο αέρας στο εσωτερικό των ελαστικών βρισκόταν σε πίεση 3atm, πόση θα έχει γίνει η πίεση στο τέλος του ταξιδιού; Υποθέτουμε ότι ο όγκος των ελαστικών παραμένει αμετάβλητος.

Απάντηση :

Αφού ο όγκος των ελαστικών παραμένει σταθερός, η μεταβολή είναι ισόχωρη και ισχύει $p/T = \sigma\tau\alpha\theta$.
Αν p_1, T_1 είναι η αρχική πίεση και θερμοκρασία και p_2, T_2 η τελική πίεση και θερμοκρασία των ελαστικών, έχουμε

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \quad \text{επομένως} \quad p_2 = \frac{T_2}{T_1} p_1 = \frac{300K}{280K} 3atm = 3{,}2atm$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1-2

Να βρεθεί η πυκνότητα του αέρα μια καλοκαιρινή μέρα που η θερμοκρασία είναι $27^{O}C$. Υποθέτουμε ότι η ατμοσφαιρική πίεση είναι $1atm$ $(1\,atm = 1{,}013\times10^{5}\ N/m^{2})$ και ότι ο αέρας συμπεριφέρεται σαν ιδανικό αέριο με γραμμομοριακή μάζα $29\times10^{-3}\ kg/mol$.

Απάντηση :

Η καταστατική εξίσωση γράφεται με τη μορφή :

$$p = \frac{\rho}{M}RT \quad \text{από την οποία προκύπτει} \quad \rho = \frac{pM}{RT}$$

Αντικαθιστώντας στο SI έχουμε

$$\rho = \frac{1{,}013\times10^{5}\,N/m^{2}\cdot 29\times10^{-3}\,kg/mol}{8{,}314\,J/(mol\,K)\cdot 300\,K} = 1{,}18\,\mathrm{kg}/m^{3}$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1-3

0,2 mol H_2 βρίσκονται σε δοχείο με κινητό έμβολο σε θερμοκρασία T_1=300 K και πίεση 2 atm (κατάσταση Α). Διατηρώντας σταθερή την πίεσή του θερμαίνουμε το αέριο μέχρις ότου η θερμοκρασία του γίνει T_2=400 K (κατάσταση Β). Στη συνέχεια το αέριο εκτονώνεται ισόθερμα μέχρις ότου η πίεσή του γίνει ίση με 1,5 atm (κατάσταση Γ) και μετά ψύχεται με σταθερό όγκο μέχρι η θερμοκρασία του να γίνει T_1=300K (κατάσταση Δ). Τέλος, το αέριο συμπιέζεται ισόθερμα μέχρι να φτάσει στην αρχική του κατάσταση.
Να βρείτε τις τιμές του όγκου της πίεσης, και της θερμοκρασίας που αντιστοιχούν στις καταστάσεις Α, Β, Γ και Δ και να αποδώσετε την παραπάνω διαδικασία σε διαγράμματα με άξονες P-V, P-T, και V-T.
Δίνεται η τιμή της σταθεράς $R = 0{,}082\ L\cdot atm/mol\cdot K$

Απάντηση :

1. Α. Στην κατάσταση Α, το αέριο έχει πίεση p_A=2 atm και T_A=300 K. Τον όγκο του αερίου μπορούμε να τον υπολογίσουμε από την καταστατική εξίσωση.

$$p_A V_A = nRT_A \qquad \text{ή} \qquad V_A = \frac{nRT_A}{p_A} = \frac{0{,}2\,mol\cdot 0{,}082\,L\cdot atm/(mol\cdot K)\cdot 300\,K}{2\,atm},$$

από όπου προκύπτει $V_A = 2{,}46\,L$.

Β. Στην κατάσταση Β, το αέριο έχει πίεση p_B=p_A=2 atm και θερμοκρασία T_B=400 K. Ο όγκος του υπολογίζεται από τη σχέση

$$\frac{V_A}{T_A} = \frac{V_B}{T_B} \qquad \text{ή} \qquad V_B = \frac{T_B}{T_A}V_A = \frac{400\,K}{300\,K}2{,}46\,L,$$

από όπου προκύπτει $V_B = 3{,}28\,L$.

Γ. Στην κατάσταση Γ το αέριο έχει θερμοκρασία T_Γ = 400 K και πίεση p_Γ = 1,5 atm. Ο όγκος του υπολογίζεται από τη σχέση

$$p_B V_B = p_\Gamma V_\Gamma \qquad \text{ή} \qquad V_\Gamma = \frac{p_B}{p_\Gamma}V_B = \frac{2\,atm}{1{,}5\,atm}3{,}28\,L,$$

από την οποία προκύπτει $V_\Gamma = 4{,}37\,L$.

Δ. Στην κατάσταση Δ το αέριο έχει θερμοκρασία T_Δ=300 K και όγκο $V_\Delta = V_\Gamma$ = 4,37 L. Η πίεσή του υπολογίζεται από τη σχέση

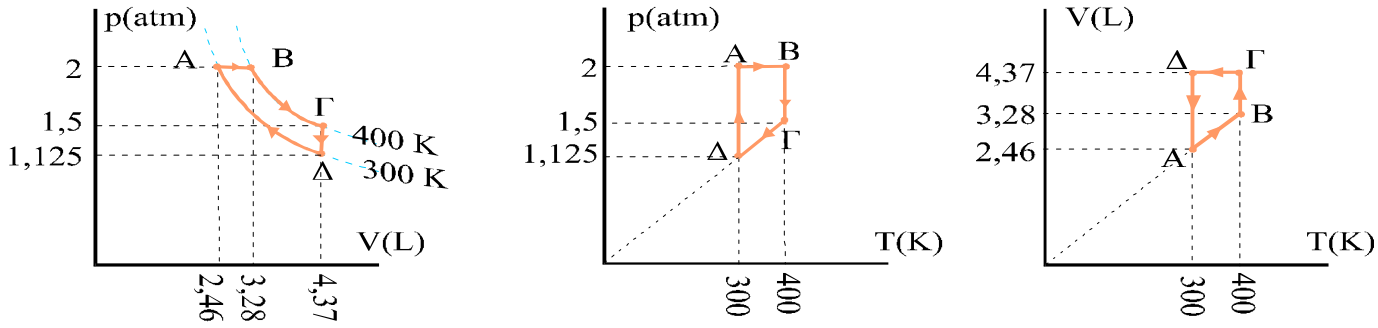
$$\frac{p_\Delta}{T_\Delta} = \frac{p_\Gamma}{T_\Gamma} \qquad \text{ή} \qquad p_\Delta = \frac{T_\Delta}{T_\Gamma} p_\Gamma = \frac{300\,K}{400\,K} 1{,}5\,atm$$

από την οποία προκύπτει $p_\Delta = 1{,}125\,atm$.

Οι τιμές που βρήκαμε φαίνονται συγκεντρωτικά στον πίνακα

	p (atm)	**V** (L)	**T** (K)
Α	2	2,46	300
Β	2	3,28	400
Γ	1,5	4,37	400
Δ	1,125	4,37	300

2. Με βάση τις τιμές του πίνακα μπορούμε να κατασκευάσουμε τα διαγράμματα :



Σχ. 1.4

1-4 ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ

Η ακριβής μέτρηση της θερμοκρασίας ή της πίεσης ή, ακόμη πιο πέρα, η γνώση των σχέσεων αναλογίας μεταξύ πίεσης, όγκου, αριθμού mol και θερμοκρασίας δεν αρκούν για να ερμηνεύσουμε τη συμπεριφορά των αερίων.

Η μακροσκοπική συμπεριφορά των αερίων ερμηνεύτηκε ικανοποιητικά, μόλις στο τέλος του 19ου αιώνα, με την **κινητική θεωρία των αερίων**. Η επιτυχία της κινητικής θεωρίας έδωσε το έναυσμα και για την ανάπτυξη ιδεών για τη δομή της ύλης γενικότερα. Επίσης, όπως συμβαίνει συχνά στην ιστορία της επιστήμης, η ανάγκη επίλυσης πολύπλοκων υπολογιστικών προβλημάτων που έθετε η νέα θεωρία οδήγησε στην ανάπτυξη ενός νέου κλάδου της Φυσικής, της Στατιστικής Φυσικής, που αποτέλεσε αργότερα πολύτιμο εργαλείο για τη θεμελίωση της σύγχρονης Φυσικής, με εφαρμογές που ξεπέρασαν κατά πολύ τον αρχικό λόγο ύπαρξής της.

Σημείο εκκίνησης της κινητικής θεωρίας είναι η υπόθεση ότι **τα αέρια αποτελούνται από πολύ μεγάλο πλήθος απειροελάχιστων σφαιριδίων που κινούνται τυχαία** (άτακτα) μέσα στο χώρο που καταλαμβάνει το αέριο. Τα σφαιρίδια αυτά δεν είναι τίποτε άλλο από αυτό που σήμερα αποτελεί για τον καθένα κοινό τόπο, **τα μόρια του αερίου**.

Πιο συγκεκριμένα, για τα ιδανικά αέρια, που προηγουμένως ορίστηκαν μακροσκοπικά ως τα αέρια για τα οποία ισχύει υπό οποιεσδήποτε συνθήκες η καταστατική εξίσωση, η κινητική θεωρία στηρίχτηκε στις εξής παραδοχές :

1. **Τα μόρια του αερίου συμπεριφέρονται σαν μικροσκοπικές, απόλυτα ελαστικές, σφαίρες.** Έτσι ο συνολικός όγκος των μορίων του αερίου μπορεί να θεωρηθεί αμελητέος σε σχέση με τον όγκο του δοχείου στο οποίο βρίσκεται.

2. **Στα μόρια δεν ασκούνται δυνάμεις παρά μόνο τη στιγμή της κρούσης με άλλα μόρια ή με τα τοιχώματα του δοχείου.** Έτσι, η κίνησή τους, στο μεσοδιάστημα μεταξύ δύο κρούσεων, είναι ευθύγραμμη ομαλή.

3. **Οι κρούσεις των μορίων με τα τοιχώματα είναι ελαστικές.** Έτσι η κινητική ενέργεια του μορίου δεν μεταβάλλεται μετά την κρούση του με το τοίχωμα

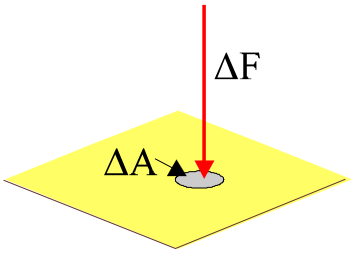
1-5 ΤΑ ΠΡΩΤΑ ΣΗΜΑΝΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Σχέση πίεσης (p) και θερμοκρασίας (T) με τις ταχύτητες των μορίων.

Βασισμένοι στις παραπάνω παραδοχές καταφέραμε να βρούμε σχέσεις που συνδέουν τα μακροσκοπικά μεγέθη, όπως η πίεση και η θερμοκρασία, που μέχρι τώρα μπορούσαμε να τα προσδιορίσουμε μόνο πειραματικά, με τις μέσες τιμές των ταχυτήτων των μορίων του αερίου.

Η πίεση είναι το μονόμετρο μέγεθος που ορίζεται ως το πηλίκο του μέτρου της δύναμης που ασκείται κάθετα σε κάποια επιφάνεια προς το εμβαδόν της επιφάνειας (σχ. 1.5).

$$p = \frac{\Delta F}{\Delta A}$$

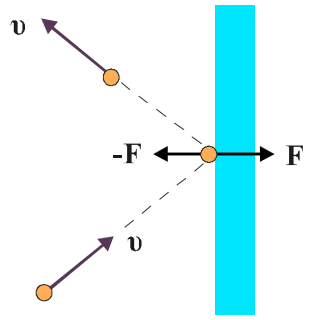


Σχ. 1.5 Το ΔΑ είναι ένα στοιχειώδες τμήμα της επιφάνειας και ΔF η δύναμη που ασκείται σε αυτό.

Στην περίπτωση ενός αερίου που είναι κλεισμένο σ' ένα δοχείο η πίεση που ασκείται στα τοιχώματα του δοχείου οφείλεται στις δυνάμεις που ασκούν τα μόρια του αερίου στα τοιχώματα κατά τις κρούσεις τους με αυτά (σχ. 1.6).

Η πρώτη σχέση που προκύπτει από την εφαρμογή των νόμων της μηχανικής και των παραδοχών της κινητικής θεωρίας, είναι αυτή που συνδέει την πίεση (p) του αερίου με τις ταχύτητες των μορίων του αερίου.
Βρέθηκε συγκεκριμένα ότι

$$p = \frac{1}{3}\frac{N\,m\overline{\upsilon^2}}{V} \qquad (1.4)$$



Σχ. 1.6 Η κρούση του μορίου με το τοίχωμα θεωρείται ελαστική. Το μέτρο της ταχύτητας του μορίου είναι το ίδιο πριν και μετά την κρούση.

όπου N ο αριθμός των μορίων του αερίου,
m η μάζα κάθε μορίου,
V ο όγκος του δοχείου και
$\overline{\upsilon^2}$ η μέση τιμή των τετραγώνων των ταχυτήτων των μορίων του αερίου.

Η απόδειξη της σχέσης (1.4) γίνεται στο τέλος της παραγράφου.

Μια άλλη, πιο κομψή, μορφή της σχέσης (1.4) προκύπτει αν λάβουμε υπόψη ότι το γινόμενο *Nm* είναι η ολική μάζα του αερίου, και ότι το πηλίκο της ολικής μάζας προς τον όγκο *V* που καταλαμβάνει το αέριο είναι η πυκνότητα *ρ* του αερίου, οπότε :

$$p = \frac{1}{3}\rho\overline{\upsilon^2}$$

Πολλαπλασιάζοντας και διαιρώντας το δεύτερο μέλος της (1.4) με τον αριθμό 2 προκύπτει η παρακάτω μορφή που συνδέει την πίεση με τη μέση κινητική ενέργεια των μορίων.

$$p = \frac{2}{3}\frac{N}{V}\left(\frac{1}{2}m\overline{\upsilon^2}\right) \qquad (1.5)$$

Από την (1.5) προκύπτει

$$pV = \frac{2}{3}N\left(\frac{1}{2}m\overline{\upsilon^2}\right) \qquad (1.6)$$

Όμως από την καταστατική εξίσωση γνωρίζουμε ότι

$$pV = nRT = \frac{N}{N_A}RT$$

όπου N_A ο αριθμός των μορίων ανά mol (σταθερά Avogadro).

Το πηλίκο $\frac{R}{N_A}$ εμφανίζεται συχνά στην κινητική θεωρία. Είναι το πηλίκο δύο σταθερών, ονομάζεται **σταθερά του Boltzmann** (Μπόλτζμαν) και συμβολίζεται με το *k*.

$$k = \frac{R}{N_A} = 1{,}381\times10^{-23}\ J/(\mu\acute{o}\rho\iota o\cdot K)$$

Μπορούμε λοιπόν να γράψουμε την καταστατική και ως εξής :

$$pV = NkT \qquad (1.7)$$

Εξισώνοντας τα δεύτερα μέλη των σχέσεων (1.6) και (1.7) και λύνοντας ως προς T βρίσκουμε

$$T = \frac{2}{3}\frac{1}{k}\left(\frac{1}{2}m\overline{\upsilon^2}\right)$$

Η σχέση αυτή είναι πολύ σημαντική γιατί συνδέει τη θερμοκρασία με τη μέση μεταφορική κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου.
Από τη σχέση αυτή, για τη μέση κινητική ενέργεια των μορίων βρίσκουμε

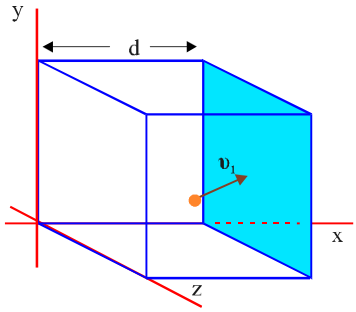
$$\frac{1}{2}m\overline{\upsilon^2} = \frac{3}{2}kT \qquad (1.8)$$

Η τετραγωνική ρίζα της $\overline{\upsilon^2}$ ονομάζεται **ενεργός ταχύτητα** και συμβολίζεται $\upsilon_{\varepsilon\nu}$. Από τη σχέση (1.8) προκύπτει

$$\upsilon_{\varepsilon\nu} = \sqrt{\overline{\upsilon^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \qquad (1.9)$$

Απόδειξη της σχέσης $p = \frac{1}{3}\frac{N m\overline{\upsilon^2}}{V}$

Θεωρούμε ένα κυβικό δοχείο ακμής d. (σχ. 1.7). Το δοχείο θα έχει όγκο $V = d^3$ και εμβαδόν έδρας $A = d^2$. Υποθέτουμε ότι στο δοχείο περιέχεται πολύ μεγάλος αριθμός N πανομοιότυπων μορίων αερίου, μάζας m το καθένα, που πληρούν τις προϋποθέσεις της προηγούμενης παραγράφου. Τα τοιχώματα του δοχείου είναι τελείως άκαμπτα, έχουν πολύ μεγάλη μάζα και δε μετακινούνται.
Κατά τη διάρκεια των κρούσεων των μορίων στα τοιχώματα, τα μόρια ασκούν δυνάμεις σ' αυτά. Σ' αυτές τις δυνάμεις οφείλεται η πίεση που ασκεί το αέριο. Οι δυνάμεις αυτές είναι αντίθετες με τις δυνάμεις που ασκούνται από το τοίχωμα στα μόρια κατά την κρούση (αρχή δράσης-αντίδρασης) και προκαλούν τη μεταβολή της ορμής των μορίων.



Σχ. 1.7 Ένα μόριο του αερίου που κινείται με ταχύτητα υ_1 μέσα σε κυβικό δοχείο ακμής d.

Από το δεύτερο νόμο του Newton γνωρίζουμε ότι $F = \frac{\Delta P}{\Delta t}$, άρα, αν καταφέρουμε να υπολογίσουμε τη συνολική μεταβολή της ορμής που υφίστανται τα μόρια στη μονάδα του χρόνου (δηλ. το ρυθμό μεταβολής της ορμής τους) λόγω των κρούσεών τους πάνω σε μία από τις έδρες του δοχείου θα βρούμε και το μέτρο της δύναμης που ασκείται από τα μόρια σ' αυτή την έδρα.

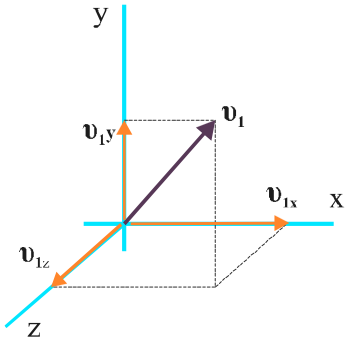
Μετά, για να βρούμε την πίεση p, αρκεί να διαιρέσουμε τη δύναμη με την επιφάνεια $\left(p = \frac{F}{A}\right)$.

(Προσοχή : χρησιμοποιούμε κεφαλαίο P για την ορμή και μικρό p για την πίεση.)

Έστω ένα μόριο που κινείται με ταχύτητα υ_1. Αναλύουμε την ταχύτητά του σε τρεις συνιστώσες (υ_{1x} , υ_{1y} , υ_{1z}) (σχ. 1.8). Εξετάζουμε τις κρούσεις στο τοίχωμα του δοχείου που είναι κάθετο στη υ_{1x} .
Εφόσον οι κρούσεις είναι απολύτως ελαστικές το μόριο ανακλάται με ταχύτητα ίδιου μέτρου. Η υ_{1y} και η υ_{1z} δε μεταβάλλονται ενώ η υ_{1x} αλλάζει φορά.

Η μεταβολή της ορμής που υφίσταται το μόριο κατά την κρούση θα είναι

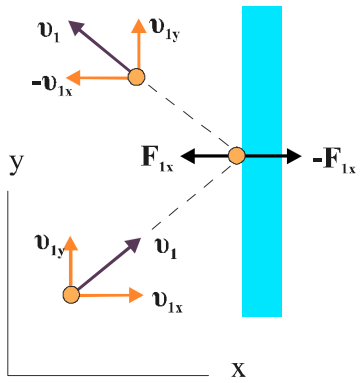
$$\Delta P_{1x} = -m\upsilon_{1x} - m\upsilon_{1x} = -2m\upsilon_{1x}$$



Σχ. 1.8 Η ταχύτητα αναλύεται σε τρεις συνιστώσες σε τρισορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων.

Ο χρόνος που μεσολαβεί ανάμεσα σε δύο διαδοχικές κρούσεις του ίδιου σωματιδίου στην ίδια έδρα θα είναι $\Delta t = \frac{2d}{\upsilon_{1x}}$ άρα ο αριθμός κρούσεων στη μονάδα του χρόνου για αυτό το μόριο στην ίδια έδρα θα είναι $\frac{\upsilon_{1x}}{2d}$ και ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του (η μεταβολή της ορμής στη μονάδα του χρόνου) θα είναι $\frac{\Delta P_{1x}}{\Delta t} = -2m\upsilon_{1x}\frac{\upsilon_{1x}}{2d} = -\frac{m\upsilon_{1x}^2}{d}$

Η δύναμη που δέχεται το μόριο από το τοίχωμα θα είναι $F_{1x} = \frac{\Delta P_{1x}}{\Delta t} = -\frac{m\upsilon_{1x}^2}{d}$ και αντίστοιχα αυτή που δέχεται το τοίχωμα από το μόριο θα είναι $-F_{1x} = \frac{m\upsilon_{1x}^2}{d}$



Σχ. 1.9 Η κίνηση του μορίου στο επίπεδο xy.

Η δύναμη (ΣF_x) που ασκείται πάνω στο τοίχωμα που μελετάμε είναι το άθροισμα όλων των αντίστοιχων όρων που αφορούν κάθε μόριο χωριστά.

Η πίεση (p) που δέχεται η εν λόγω έδρα από το αέριο θα είναι $p = \frac{\Sigma F_x}{A}$ όπου $A = d^2$.

Άρα $$p = \frac{\left(\frac{m\upsilon_{1x}^2}{d} + \frac{m\upsilon_{2x}^2}{d} + \ldots + \frac{m\upsilon_{Nx}^2}{d}\right)}{d^2} = \frac{m\left(\upsilon_{1x}^2 + \upsilon_{2x}^2 + \ldots + \upsilon_{Nx}^2\right)}{d^3}$$

Πολλαπλασιάζουμε και διαιρούμε το κλάσμα με N (το πλήθος των μορίων) οπότε

$$p = \frac{Nm\left(\upsilon_{1x}^2 + \upsilon_{2x}^2 + ... + \upsilon_{Nx}^2\right)}{Nd^3}$$

Ο όρος $\frac{\left(\upsilon_{1x}^2 + \upsilon_{2x}^2 + ... + \upsilon_{Nx}^2\right)}{N}$ είναι η μέση τιμή των τετραγώνων των υ_x ταχυτήτων και θα τον συμβολίζουμε $\overline{\upsilon_x^2}$.

Εικ.1.3 Οι δυνάμεις που ασκούνται κατά τις κρούσεις των μορίων του αερίου, που περιέχουν τα μπαλόνια, με τα τοιχώματα τεντώνουν το ελαστικό περίβλημα των μπαλονιών.

Τελικά $$p = \frac{Nm\overline{\upsilon_x^2}}{d^3} \qquad (1.10)$$

Τα μόρια κινούνται άτακτα, δεν έχουν δηλαδή καμιά προτίμηση ως προς την κατεύθυνση κίνησής τους, επομένως

$$\overline{\upsilon_x^2} = \overline{\upsilon_y^2} = \overline{\upsilon_z^2}$$

Γνωρίζουμε ότι γενικά $\upsilon^2 = \upsilon_x^2 + \upsilon_y^2 + \upsilon_z^2$

Εύκολα αποδεικνύεται ότι $\overline{\upsilon^2} = \overline{\upsilon_x^2} + \overline{\upsilon_y^2} + \overline{\upsilon_z^2}$

επειδή $\overline{\upsilon_x^2} = \overline{\upsilon_y^2} = \overline{\upsilon_z^2}$

καταλήγουμε στη σχέση $\overline{\upsilon^2} = 3\overline{\upsilon_x^2}$ άρα $\overline{\upsilon_x^2} = \frac{\overline{\upsilon^2}}{3}$

Αντικαθιστώντας το ίσον της $\overline{\upsilon_x^2}$ στη σχέση (1.10) και λαμβάνοντας υπόψη ότι $d^3 = V$ προκύπτει

$$p = \frac{1}{3}\frac{N\,m\overline{\upsilon^2}}{V}$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1-4

Να βρεθεί η ενεργός ταχύτητα των μορίων του υδρογόνου σε θερμοκρασία 27°C. Δίνεται ότι η γραμμομοριακή μάζα του υδρογόνου είναι $2\times10^{-3}\ kg/mol$.

Απάντηση :

Γνωρίζουμε ότι $$\upsilon_{\varepsilon\nu} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

Πολλαπλασιάζοντας αριθμητή και παρονομαστή του υπόρριζου με τον αριθμό Avogadro (N_A) προκύπτει

$$\upsilon_{\varepsilon\nu} = \sqrt{\frac{3kN_AT}{N_Am}} \qquad (1.11)$$

Όμως $k = \frac{R}{N_A}$ επομένως $kN_A = R$ και $N_Am = M$ (M: η γραμμομοριακή μάζα)

Άρα η σχέση (1.11) γίνεται $$\upsilon_{\varepsilon\nu} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

Αντικαθιστώντας στο SI $$\upsilon_{\varepsilon\nu} = \sqrt{\frac{3\cdot(8{,}314\,J/mol\,K)\cdot(273+27)K}{2\times10^{-3}\,kg/mol}} = 1{,}93\times10^3\ m/s$$

Η ταχύτητα αυτή είναι πολύ μεγάλη, είναι περίπου 6900 km/h.

1-6 ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΜΟΡΙΑΚΩΝ ΤΑΧΥΤΗΤΩΝ

Το πείραμα του Zartman (Ζάρτμαν)

Ο αριθμός των μορίων ενός αερίου, όσο μικρή και αν είναι η ποσότητά του, είναι τεράστιος. Το κάθε μόριο συγκρούεται και αλλάζει ταχύτητα περίπου ένα δισεκατομμύριο φορές το δευτερόλεπτο. Έτσι είναι φανερό ότι η ερώτηση πόσα μόρια έχουν κάποια στιγμή μια συγκεκριμένη ταχύτητα υ δεν έχει νόημα. Μπορούμε όμως να βρούμε τον αριθμό των μορίων dN που έχουν ταχύτητες από υ μέχρι $\upsilon+d\upsilon$.

Το 1920 έγινε το πρώτο πείραμα για τη μέτρηση των μοριακών ταχυτήτων. Το πείραμα που θα περιγράψουμε είναι το πείραμα με το οποίο ο Zartman προσδιόρισε πειραματικά τις ταχύτητες των μορίων ενός αερίου.

Μέσα σε ένα φούρνο εξαερώνεται μια ουσία. Τα μόρια του ατμού διαφεύγουν από ένα άνοιγμα του φούρνου προς ένα θάλαμο κενού (σχ.1.10). Στο θάλαμο περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω ένας κύλινδρος που φέρει, παράλληλα στον άξονά του, λεπτή σχισμή και στο εσωτερικό της κυρτής του επιφάνειας φέρει ειδικό ευαίσθητο φίλμ. Τα μόρια του ατμού που εισέρχονται από τη σχισμή μέσα στον κύλινδρο συνεχίζουν να κινούνται ευθύγραμμα μέχρι να συναντήσουν το φιλμ, στο οποίο προσκολλώνται και αφήνουν τα ίχνη τους σε απόσταση d από το σημείο του φιλμ που βρίσκεται ακριβώς απέναντι από την σχισμή.

Αν u η γραμμική ταχύτητα του φιλμ και t ο χρόνος που χρειάζεται το μόριο για να διατρέξει τη διάμετρο του κυλίνδρου

η απόσταση d ισούται με $d = ut$

όμως $t = 2r/\upsilon$

όπου υ η ταχύτητα των μορίων

και $u = \omega r$

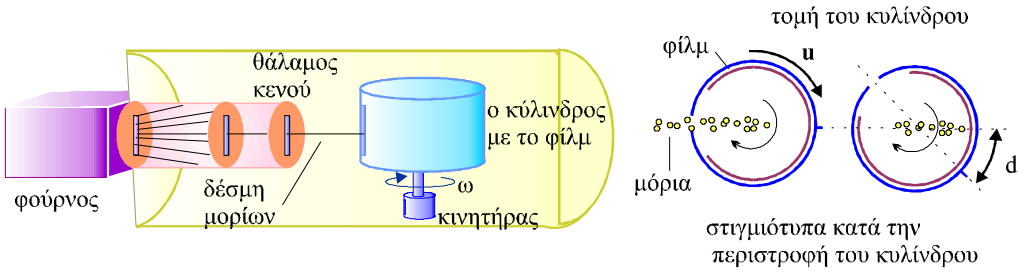
όπου r η ακτίνα του κυλίνδρου.

Επομένως, $$d = ut = \omega r\frac{2r}{\upsilon} = \frac{2\omega r^2}{\upsilon}$$

Η ταχύτητα των μορίων υπολογίζεται από τη σχέση $\upsilon = 2\omega r^2/d$. Δηλαδή, η μέτρηση της ταχύτητας των μορίων βασίζεται στη μέτρηση της απόστασης d.

Στην πράξη, αυτό που μπορούμε να υπολογίσουμε είναι πόσα μόρια πέφτουν σε κάθε σημείο του φιλμ και επομένως να υπολογίσουμε την κατανομή των μορίων στις διάφορες ταχύτητες.

Σήμερα είναι δυνατή η μέτρηση των μοριακών ταχυτήτων των αερίων με μεγάλη ακρίβεια.



Σχ.1.10 Το μοντέλο της πειραματικής διάταξης του Zartman.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1-5

Από ένα πείραμα ανάλογο με το πείραμα του Zartman, μετρήθηκαν οι ταχύτητες των μορίων και προέκυψε ο παρακάτω πίνακας.

υ (m/s)	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	1100
Δυ (m/s)	0,4	0,25	0,2	0,1	0,2	0,2	0,4	0,5	0,8	1,2	5
ΔΝ (μόρια)	200	240	400	220	360	240	200	200	160	120	250
ΔΝ/Δυ (μόρια/m/s)	500	960	2000	2200	1800	1200	500	400	200	100	50

όπου

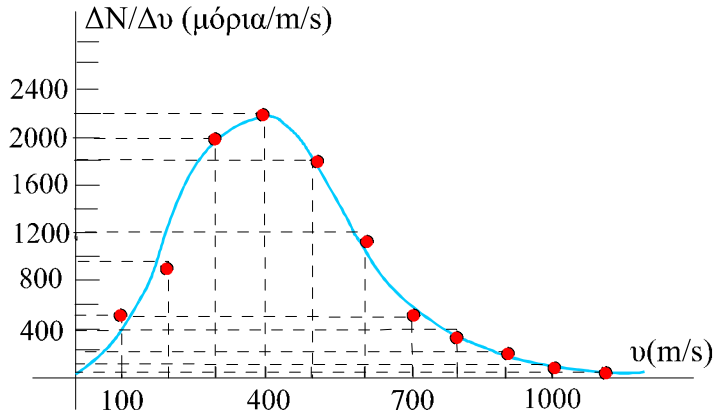
υ : ταχύτητες των μορίων

Δυ : περιοχές ταχυτήτων γύρω από κάθε ταχύτητα Οι περιοχές ταχυτήτων δεν έχουν όλες το ίδιο εύρος ώστε να εξασφαλίζεται ότι σε κάθε περιοχή υπάρχει ένας ικανοποιητικός, μετρήσιμος αριθμός ΔΝ μορίων που κινούνται με ταχύτητες εντός της περιοχής.

ΔΝ : αριθμός μορίων που έχουν ταχύτητες μέσα στα όρια της κάθε περιοχής ταχυτήτων. Για παράδειγμα στην πρώτη στήλη 200 μόρια έχουν ταχύτητες από 99,8 m/s έως 100,2 m/s.

ΔΝ/Δυ : ο αριθμός των μορίων ανά μοναδιαία περιοχή ταχύτητας.

Με βάση τα στοιχεία αυτά το διάγραμμα $\Delta N / \Delta \upsilon = f(\upsilon)$, της κατανομής των ταχυτήτων των μορίων του αερίου είναι:

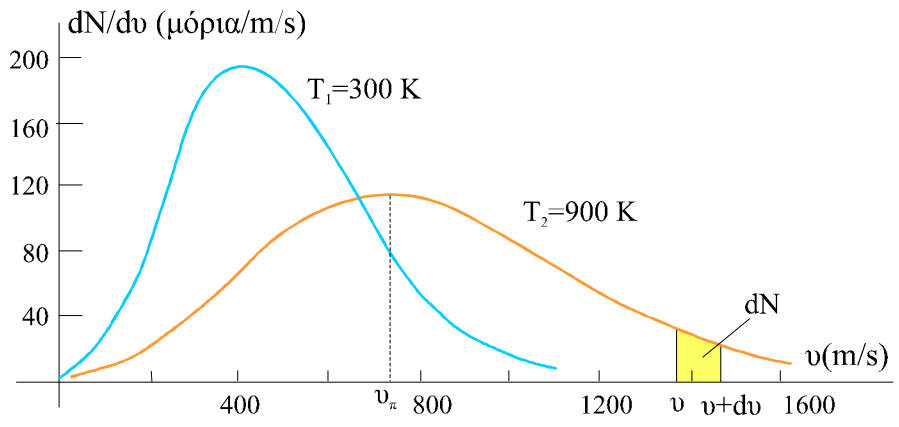


Σχ. 1.11

Κατανομή κατά Maxwell – Boltzmann (Μάξγουελ - Μπόλτζμαν)

Οι Maxwell και Boltzmann γύρω στο 1860, πολύ πριν γίνει εφικτό να μετρηθούν πειραματικά οι ταχύτητες των μορίων, υπολόγισαν θεωρητικά πώς κατανέμονται τα μόρια ενός αερίου στις διάφορες ταχύτητες.

Στο σχήμα 1.12 παριστάνεται γραφικά η συνάρτηση $dN/d\upsilon=f(\upsilon)$ των Maxwell και Boltzmann για $N=10^5$ μόρια αζώτου στις θερμοκρασίες 300 K και 900 K.



Σχ. 1.12

Οι ταχύτητες καλύπτουν ευρεία περιοχή. Η συνάρτηση *dN/dυ* τείνει στο μηδέν όταν $\upsilon \to 0$ και όταν $\upsilon \to \infty$. Η ταχύτητα που αντιστοιχεί στο μέγιστο της καμπύλης είναι η **πιο πιθανή ταχύτητα** και συμβολίζεται με υ_π.

Δύο άλλες ταχύτητες που παρουσιάζουν ενδιαφέρον είναι η μέση ταχύτητα $\overline{\upsilon}$ και η ενεργός ταχύτητα $\upsilon_{\varepsilon\nu}$.

Η μέση ταχύτητα $\overline{\upsilon}$ είναι η μέση τιμή των ταχυτήτων των μορίων του αερίου. Δηλαδή αν οι ταχύτητες των μορίων είναι υ_1, υ_2, ... και ο αριθμός των μορίων *N*

$$\overline{\upsilon} = \frac{\upsilon_1 + \upsilon_2 + \upsilon_3 + ...}{N}$$

Η ενεργός ταχύτητα είναι

$$\upsilon_{\varepsilon\nu} = \sqrt{\frac{\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2 + \upsilon_3^2 + ...}{N}}$$

Εικ. 1.4 Ludwig Boltzmann (1844-1906) Αυστριακός θεωρητικός φυσικός. Η συνεισφορά του στην κινητική θεωρία και στη στατιστική μηχανική υπήρξε μεγάλη.

Συχνά, σε διάφορες κατανομές, η μέση τιμή ενός μεγέθους ταυτίζεται με την πιθανότερη τιμή του μεγέθους. Στην κατανομή Maxwell-Boltzmann η $\overline{\upsilon}$ είναι μεγαλύτερη της υ_π γιατί προβλέπονται μόρια, έστω και λίγα, με πολύ μεγάλες ταχύτητες (δεν υπάρχει άνω όριο στις ταχύτητες των μορίων). Όσον αφορά τη $\upsilon_{\varepsilon\nu}$ αποδεικνύεται μαθηματικά ότι η ενεργός τιμή είναι μεγαλύτερη από τη μέση τιμή (βλέπε ένθετο στη σελίδα 32). Έτσι μεταξύ των τριών ταχυτήτων που προαναφέραμε ισχύει $\upsilon_\pi < \overline{\upsilon} < \upsilon_{\varepsilon\nu}$.

Αν το τμήμα που έχει κίτρινο χρώμα μπορεί να θεωρηθεί παραλληλόγραμμο -και μπορεί να θεωρηθεί αν το dυ είναι απειροστά μικρό- τότε το εμβαδόν του είναι: $d\upsilon \times dN/d\upsilon = dN$ δηλαδή δίνει τον αριθμό *dN* των μορίων που έχουν ταχύτητες από *υ* έως *υ+dυ*. **Το εμβαδόν που περικλείεται από την καμπύλη και τον άξονα των *υ* δίνει το συνολικό αριθμό των μορίων του αερίου**.

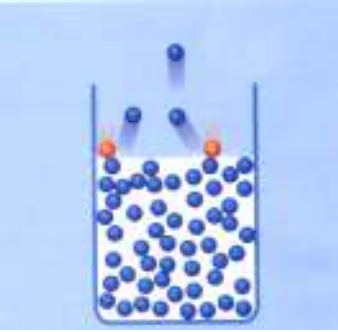
Βλέπουμε ότι **όταν η θερμοκρασία του αερίου αυξάνεται η καμπύλη μετατοπίζεται προς τα δεξιά και η κορυφή της χαμηλώνει**. Αυτό συμβαίνει γιατί όσο αυξάνεται η θερμοκρασία ο αριθμός των μορίων που έχουν ταχύτητα μεγαλύτερη από μία δεδομένη τιμή αυξάνεται, η μετατόπιση όμως της καμπύλης δεξιότερα διευρύνει την βάση της και, καθώς το εμβαδόν που περικλείει παραμένει αμετάβλητο (συνολικός αριθμός μορίων), η κορυφή της χαμηλώνει.

1-7 ΤΑ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΤΗΣ ΚΙΝΗΤΙΚΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΕΧΟΥΝ ΕΥΡΥΤΕΡΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Η κινητική θεωρία αναπτύχθηκε για να ερμηνεύσει τη συμπεριφορά των αερίων. Όμως κάποια από τα συμπεράσματά της, ποιοτικά τουλάχιστον, ισχύουν για όλες τις μορφές της ύλης. Το συμπέρασμα με την ευρύτερη εφαρμογή είναι η σχέση ανάμεσα στη μέση κινητική ενέργεια των μορίων και τη θερμοκρασία.

Σ' ένα στερεό τα μόρια ασκούν το ένα στο άλλο ισχυρές δυνάμεις, με αποτέλεσμα να παραμένουν σταθερά «δεμένα» σε κάποιες θέσεις. Η μόνη κίνηση που τους επιτρέπεται είναι μια ταλάντωση γύρω από τη συγκεκριμένη θέση τους. Αν αυξήσουμε τη θερμοκρασία του στερεού, οι ταλαντώσεις των μορίων του γίνονται πιο έντονες (με μεγαλύτερο πλάτος), πάντα όμως γύρω από την ίδια θέση. Βλέπουμε ότι και εδώ η κινητικότητα των μορίων αυξάνει με την αύξηση της θερμοκρασίας. Όταν η θερμοκρασία πάρει ορισμένη τιμή- που τη λέμε θερμοκρασία ή σημείο τήξης του στερεού - τα μόριά του ταλαντώνονται με τόση ενέργεια ώστε να μπορούν να "ξεκολλήσουν" από τη θέση τους. Η οργανωμένη δομή του στερεού καταστρέφεται. Το στερεό τήκεται, περνάει δηλαδή στην υγρή φάση.

Η εξαερίωση των υγρών



Σχ. 1.13 Στην εξάτμιση μόρια εγκαταλείπουν την υγρή φάση μόνο από την επιφάνεια του υγρού.

Η δομή των υγρών είναι πολύ πιο κοντά στη δομή των αερίων απ' ό,τι στη δομή των στερεών. Εδώ τα μόρια δεν έχουν συγκεκριμένες θέσεις, οι δυνάμεις μεταξύ των μορίων όμως είναι τόσο ισχυρές ώστε να μη μπορούμε να τις αγνοήσουμε. Θα έλεγε κανείς ότι τα μόρια έχουν την ελευθερία να ταξιδεύουν, με διάφορες ταχύτητες, στο χώρο που καταλαμβάνει το υγρό. Η ελευθερία των μορίων δεν είναι απόλυτη όπως στα ιδανικά αέρια και η κίνησή τους δεν είναι ευθύγραμμη ομαλή. Παρόλα αυτά, οι ταχύτητες των μορίων στα υγρά ακολουθούν κατανομή που μοιάζει αρκετά με αυτή των Maxwell-Boltzmann για τα αέρια. Αυτό σημαίνει ότι μέσα στο υγρό πάντα υπάρχει ένας αριθμός μορίων που έχουν αρκετά μεγάλες ταχύτητες, που τους επιτρέπουν να "δραπετεύσουν" από τις διαμοριακές έλξεις και να εγκαταλείψουν το υγρό από την ελεύθερη επιφάνειά του. Πρόκειται για **το φαινόμενο της εξάτμισης.**

Δύο παρατηρήσεις από την καθημερινή ζωή επαληθεύουν την υπόθεσή μας.

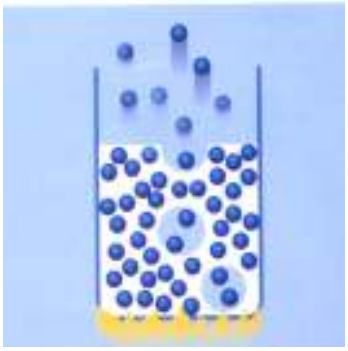
α. Οποιοδήποτε υγρό εξατμίζεται εντονότερα όταν η θερμοκρασία του είναι μεγαλύτερη. (Τα ρούχα στεγνώνουν γρηγορότερα το καλοκαίρι).

β. Όταν εξατμίζεται ένα υγρό η θερμοκρασία του πέφτει. (Όταν κάποιος έχει πυρετό τού βάζουμε κομπρέσες με νερό στο οποίο προσθέτουμε κάποιο υγρό που εξατμίζεται γρήγορα στη θερμοκρασία του δωματίου, (π.χ οινόπνευμα), μ' αποτέλεσμα το υγρό να διατηρείται δροσερό).

Είδαμε ότι όταν αυξάνει η θερμοκρασία η καμπύλη της κατανομής των ταχυτήτων των μορίων των αερίων μετατοπίζεται προς τα δεξιά. Αυτό σημαίνει ότι, κατά μέσο όρο, οι ταχύτητες των μορίων αυξάνονται. Κάτι ανάλογο συμβαίνει και με τις ταχύτητες των μορίων του υγρού. Είναι λοιπόν αναμενόμενο, όταν θερμαίνεται το υγρό να αυξάνεται ο αριθμός των μορίων της ελεύθερης επιφάνειας του υγρού που έχουν την απαραίτητη κινητική ενέργεια για να εγκαταλείψουν το υγρό.

Καθώς τα πιο γρήγορα μόριά του εγκαταλείπουν το υγρό, η μέση κινητική ενέργεια των μορίων που απομένουν μικραίνει. Σύμφωνα με τη σχέση $\frac{1}{2}m\overline{\upsilon^2} = \frac{3}{2}kT$ που συνδέει τη μέση κινητική ενέργεια των μορίων των ιδανικών αερίων με τη θερμοκρασία και, απ' ό,τι φαίνεται, ισχύει ποιοτικά και για τα υγρά, είναι και θεωρητικά αναμενόμενο να ψύχεται το υγρό.

Εάν τώρα αυξήσουμε τη θερμοκρασία του υγρού, φτάνουμε σε μια θερμοκρασία, τη θερμοκρασία ή **σημείο ζέσεως**, στην οποία ένας πολύ μεγάλος αριθμός μορίων από όλο τον όγκο του και όχι μόνο από την ελεύθερη επιφάνειά του αποκτά την απαραίτητη κινητική ενέργεια για να εγκαταλείψει το υγρό. Έχουμε **το φαινόμενο του βρασμού**.



Σχ. 1.14 Στο βρασμό μόρια εγκαταλείπουν την υγρή φάση από το σύνολο του όγκου του υγρού

Η εξάτμιση και ο βρασμός είναι δύο μορφές του φαινομένου της **εξαερίωσης** των υγρών.

Από τα προηγούμενα προκύπτει ότι οποιοδήποτε υγρό, με την πάροδο του χρόνου, θα πρέπει να εξατμισθεί πλήρως. Ο χρόνος που θα χρειαστεί γι' αυτό εξαρτάται από τη θερμοκρασία του περιβάλλοντος, την ποσότητα του υγρού, το εμβαδόν της ελεύθερης επιφάνειάς του καθώς και το είδος του υγρού (πόσο ισχυρές είναι οι δυνάμεις μεταξύ των μορίων του).

Υπάρχει όμως ένα φαινόμενο που κλονίζει λίγο τη βεβαιότητά μας. Γνωρίζουμε όλοι ότι εάν αποθηκεύσουμε ένα υγρό μέσα σ' ένα μπουκάλι που κλείνει καλά, όσα χρόνια κι αν περάσουν, ακόμη και αν η θερμοκρασία είναι ψηλή και το υγρό από αυτά που εξατμίζονται εύκολα, το υγρό μας δεν πρόκειται να εξατμισθεί πλήρως.

Σ' αυτό το αδιέξοδο φτάσαμε γιατί στους συλλογισμούς μας δεν πήραμε υπόψη κάτι βασικό. Εάν κάποια μόρια του υγρού μπορούν να διαφεύγουν από το υγρό σχηματίζοντας ατμό πάνω από την ελεύθερη επιφάνειά του, γιατί να μην μπορεί να συμβεί και το αντίστροφο, δηλαδή κάποια μόρια να περνούν από την αέρια φάση στην υγρή; Εξάλλου το φαινόμενο της υγροποίησης των ατμών είναι εξίσου οικείο με αυτό της εξάτμισης. Οι υδρατμοί της ατμόσφαιρας υγροποιούνται στα τζάμια όταν αυτά είναι κρύα.

Έχουμε λοιπόν δύο ανταγωνιστικά φαινόμενα, αυτό της εξάτμισης και αυτό της υγροποίησης.

Όταν υπάρχει μια δυναμική ισορροπία ανάμεσα στην εξάτμιση και την υγροποίηση (η ποσότητα υγρού που εξατμίζεται είναι ίση με την ποσότητα του ατμού που υγροποιείται στον ίδιο χρόνο), η ποσότητα του υγρού και η ποσότητα του ατμού πάνω από την ελεύθερη επιφάνειά του παραμένουν σταθερές. Ακριβώς αυτό συμβαίνει στην περίπτωση του υγρού μέσα στο κλειστό μπουκάλι.

Η ταχύτητα με την οποία υγροποιείται ο ατμός εξαρτάται από το πόσο χαμηλή είναι η θερμοκρασία και από την ποσότητα των ατμών πάνω από την ελεύθερη επιφάνεια του υγρού.

Όταν η εξάτμιση και η υγροποίηση βρίσκονται σε ισορροπία η ποσότητα των ατμών που βρίσκονται πάνω από την επιφάνεια του υγρού είναι η μέγιστη δυνατή για τις δεδομένες συνθήκες και τον διαθέσιμο χώρο. Τότε οι ατμοί λέγονται **κορεσμένοι.**

Αποκαλύψαμε τώρα, έμμεσα, ένα νέο τρόπο να επιταχύνουμε την εξάτμιση ενός υγρού, εκτός από το να του αυξήσουμε τη θερμοκρασία. Αρκεί να απομακρύνουμε συνεχώς πάνω από την ελεύθερή του επιφάνεια τους ατμούς για να ελαχιστοποιούμε το φαινόμενο της υγροποίησης. Ίσως τώρα καταλαβαίνουμε γιατί ο καλύτερος καιρός για να στεγνώσουν τα απλωμένα ρούχα είναι να κάνει ζέστη αλλά και να φυσάει.

ΣΥΝΟΨΗ

Ισόθερμη είναι η μεταβολή στην οποία η θερμοκρασία του αερίου διατηρείται σταθερή. Ο νόμος της ισόθερμης μεταβολής είναι

$$p\,V = \sigma\tau\alpha\vartheta. \qquad \gamma\iota\alpha \qquad T = \sigma\tau\alpha\vartheta.$$

Ισόχωρη ονομάζεται η μεταβολή στην οποία ο όγκος του αερίου διατηρείται σταθερός. Ο νόμος της ισόχωρης μεταβολής είναι

$$\frac{p}{T} = \sigma\tau\alpha\theta. \quad \gamma\iota\alpha \quad V = \sigma\tau\alpha\theta.$$

Ισοβαρής ονομάζεται η μεταβολή στην οποία η πίεση του αερίου διατηρείται σταθερή. Ο νόμος της ισοβαρούς μεταβολής είναι

$$\frac{V}{T} = \sigma\tau\alpha\theta. \quad \gamma\iota\alpha \quad \mathrm{p} = \sigma\tau\alpha\theta.$$

Η καταστατική εξίσωση συνδέει την πίεση, τον όγκο και τη θερμοκρασία σε ένα ιδανικό αέριο.

$$p\,V = n\,R\,T$$

Μακροσκοπικά, ιδανικό θεωρείται το αέριο στο οποίο η καταστατική εξίσωση ισχύει πάντα.

Μικροσκοπικά, ιδανικό θεωρείται το αέριο του οποίου τα μόρια είναι υλικά σημεία που δεν αλληλεπιδρούν παρά μόνο όταν συγκρούονται. Οι κρούσεις τους με τα άλλα μόρια και με τα τοιχώματα του δοχείου θεωρούνται ελαστικές.

Η πίεση που ασκεί ένα αέριο που βρίσκεται μέσα σε ένα δοχείο οφείλεται στις κρούσεις των μορίων του στα τοιχώματα του δοχείου. Η πίεση του αερίου συνδέεται με τη μέση τιμή των τετραγώνων των ταχυτήτων των μορίων του, με τη σχέση

$$p = \frac{1}{3}\frac{Nm\overline{\upsilon^2}}{V}$$

Η θερμοκρασία του αερίου συνδέεται με τη μέση τιμή των τετραγώνων των ταχυτήτων των μορίων με τη σχέση

$$T = \frac{2}{3}\frac{1}{k}\left[\frac{1}{2}m\overline{\upsilon^2}\right]$$

Η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του ιδανικού αερίου είναι ανάλογη με την απόλυτη θερμοκρασία.

$$\frac{1}{2}m\overline{\upsilon^2} = \frac{3}{2}kT$$

Η ενεργός ταχύτητα των μορίων ιδανικού αερίου είναι

$$\upsilon_{\varepsilon\nu} = \sqrt{\overline{\upsilon^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

Τα μόρια ενός αερίου δεν έχουν την ίδια ταχύτητα. Οι ταχύτητες των μορίων κάποιας ποσότητας αερίου σε θερμοκρασία T ακολουθούν την κατανομή Maxwell - Boltzmann.

Από την κατανομή Maxwell -Boltzmann για τα αέρια μπορούν να βγουν συμπεράσματα που ερμηνεύουν, ποιοτικά, φαινόμενα όπως η εξαερίωση των υγρών ή η υγροποίηση των ατμών.

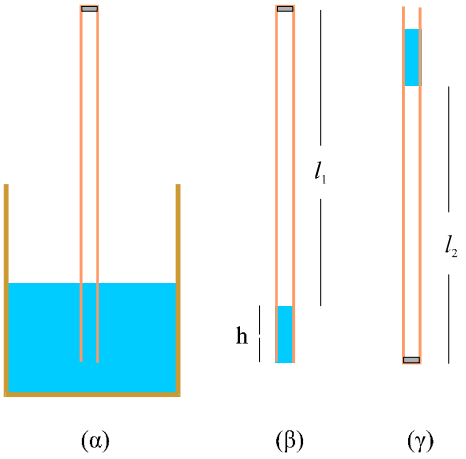
1. Επαληθεύστε το νόμο του Boyle με ένα ….καλαμάκι

Βυθίστε ένα καλαμάκι της πορτοκαλάδας μέσα σε ένα ποτήρι με νερό. Κλείστε το επάνω μέρος του με λίγη πλαστελίνη (σχ.1.15α). Βγάλτε το από το ποτήρι. Θα διαπιστώσετε ότι έχετε πάρει μαζί σας και μια ποσότητα νερού.

Πώς το εξηγείτε αυτό; Πόση είναι η πίεση του αέρα που έχει εγκλωβιστεί στο καλαμάκι;

Αναποδογυρίστε το καλαμάκι. Τώρα ο αέρας που έχει εγκλωβιστεί έχει μικρότερο όγκο. Πόση είναι τώρα η πίεση του αέρα;

Μετρήστε στις δύο περιπτώσεις την πίεση και τον όγκο του αέρα και ελέγξτε αν ισχύει η σχέση $pV = \sigma\tau\alpha\theta.$



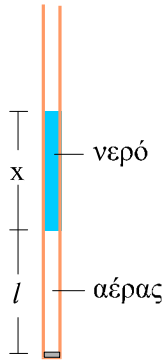
Σχ. 1.15

Την ατμοσφαιρική πίεση θα τη θεωρήσετε 1,013 10^5 N/m^2 και το ειδικό βάρος του νερού 10^4 N/m^3

<u>Υπόδειξη:</u> Ο όγκος του αέρα στο καλαμάκι είναι $V_1 = l_1 S$ και $V_2 = l_2 S$, όπου S η διατομή που έχει το καλαμάκι. Η πίεση που δημιουργεί μια στήλη υγρού, στη βάση της είναι $\varepsilon\, h$ (ε : το ειδικό βάρος του υγρού και h το ύψος της στήλης του υγρού). Επειδή το καλαμάκι, στο ανοιχτό του άκρο έχει κάθε στιγμή πίεση ίση με την ατμοσφαιρική (p), η πίεση του αέρα που είναι εγκλωβισμένος μέσα στο καλαμάκι είναι $p_1 = p - \varepsilon\, h$ όταν το ανοιχτό άκρο βρίσκεται προς τα κάτω (σχ. 1.15β) και $p_1 = p + \varepsilon\, h$ όταν βρίσκεται προς τα πάνω (σχ. 1.15γ)

2. Επαληθεύστε το νόμο της ισοβαρούς μεταβολής

Πάρτε ένα καλαμάκι της πορτοκαλάδας και κλείστε το ένα άκρο του με πλαστελίνη. Προσπαθήστε να το γεμίσετε με νερό. Θα διαπιστώσετε ότι το νερό που θα ρίξετε δεν γεμίζει το σωλήνα αφού εγκλωβίζεται μια στήλη αέρα. Βάλτε το καλαμάκι σε ένα μπρίκι με νερό, με το κλειστό του άκρο προς τα κάτω. Με ένα μαρκαδόρο σημειώστε το ύψος της στήλης του αέρα για διάφορες τιμές της θερμοκρασίας (θα τη βρείτε με ένα θερμόμετρο) και δοκιμάστε αν ισχύει η σχέση $\frac{V}{T} = \sigma\tau\alpha\theta.$ (Αρκεί να ισχύει $\frac{l}{T} = \sigma\tau\alpha\theta.$ Γιατί;)

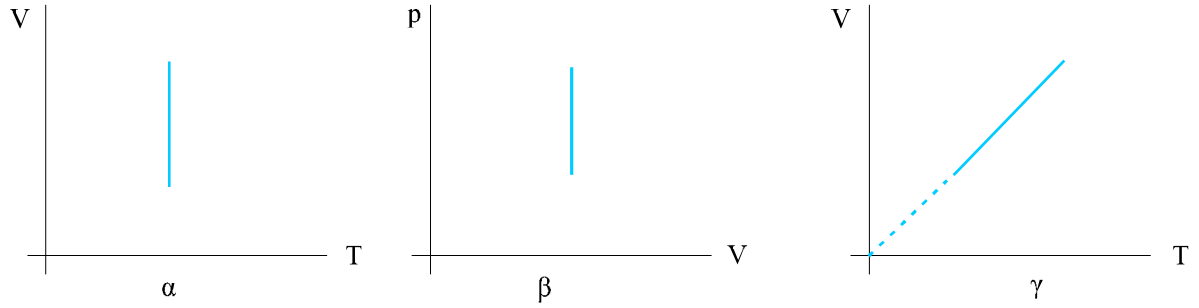


Σχ. 1.16

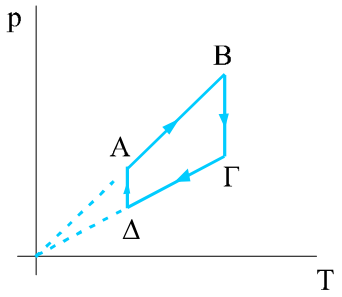
<u>Σημείωση</u>: Προσοχή, μη βάλετε το καλαμάκι σας σε πολύ ζεστό νερό. Είναι πολύ πιθανό να παραμορφωθεί. Εξ άλλου σε ψηλές θερμοκρασίες η τάση των ατμών του νερού είναι συγκρίσιμη με την πίεση του αέρα.

Νόμοι των αερίων

1.1 Ποιο από πα παρακάτω διαγράμματα αντιστοιχεί 1) σε ισοβαρή, και 2) σε ισόθερμη μεταβολή;



Σχ. 1.17



Σχ. 1.18

1.2 Η μεταβολή ΑΒΓΔ που παριστάνεται στο διπλανό διάγραμμα (σχ.1.18) αποτελείται:

α) Από δύο ισόχωρες και δύο ισόθερμες μεταβολές.
β) Από δύο ισοβαρείς και δύο ισόθερμες μεταβολές.
γ) Από δύο ισοβαρείς και δύο ισόχωρες μεταβολές.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

1.3 Να αντιστοιχίσετε τις μεταβολές της αριστερής στήλης σε σχέσεις της δεξιάς στήλης.

1)	Ισόθερμη μεταβολή	α)	$\frac{p}{V} = \sigma\tau\alpha\theta.$
2)	Ισόχωρη μεταβολή	β)	$\frac{p}{T} = \sigma\tau\alpha\theta.$
3)	Ισοβαρής μεταβολή	γ)	$\frac{V}{T} = \sigma\tau\alpha\theta.$
		δ)	$pV = \sigma\tau\alpha\theta.$

1.4 Ποσότητα αερίου θερμαίνεται με σταθερό όγκο. Η πυκνότητά του

α) Αυξάνεται.
β) Μειώνεται.
γ) Μένει σταθερή.

Ποια απάντηση είναι σωστή;

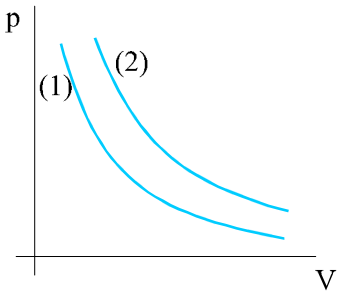
1.5 Στο διάγραμμα p-V του σχήματος 1.19 οι καμπύλες (1) και (2) που αναφέρονται σε ισόθερμη μεταβολή δύο αερίων αντιστοιχούν στην ίδια θερμοκρασία. Αυτό μπορεί να οφείλεται στο ότι

α) Δεν ισχύει στη περίπτωση μας ο νόμος του Boyle.

β) Τα αέρια έχουν διαφορετικό αριθμό mol.

γ) Τα αέρια έχουν διαφορετική μοριακή μάζα.

Επιλέξτε τη σωστή απάντηση και δικαιολογήστε την.



Σχ. 1.19

1.6 Ποιες από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστές;

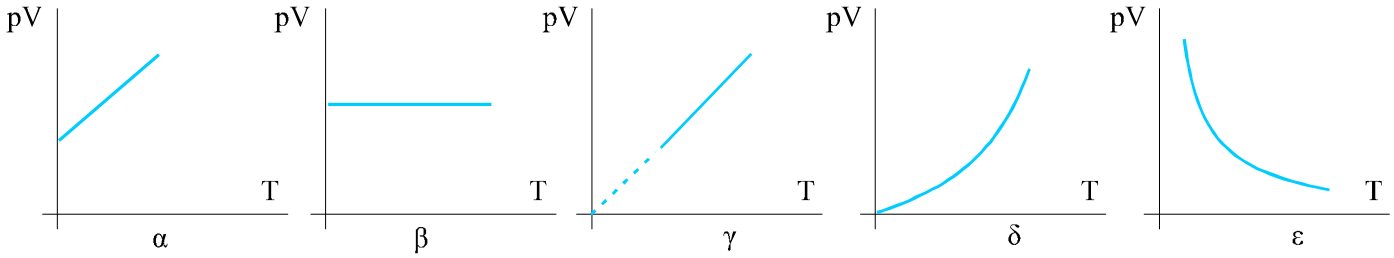
α) Η καταστατική εξίσωση ισχύει μόνο αν το αέριο αποτελείται από ένα είδος μορίων.

β) Τα αέρια για τα οποία ισχύει η καταστατική εξίσωση ονομάζονται ιδανικά.

γ) Σε ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου η παράσταση $\frac{pV}{T}$ παραμένει σταθερή.

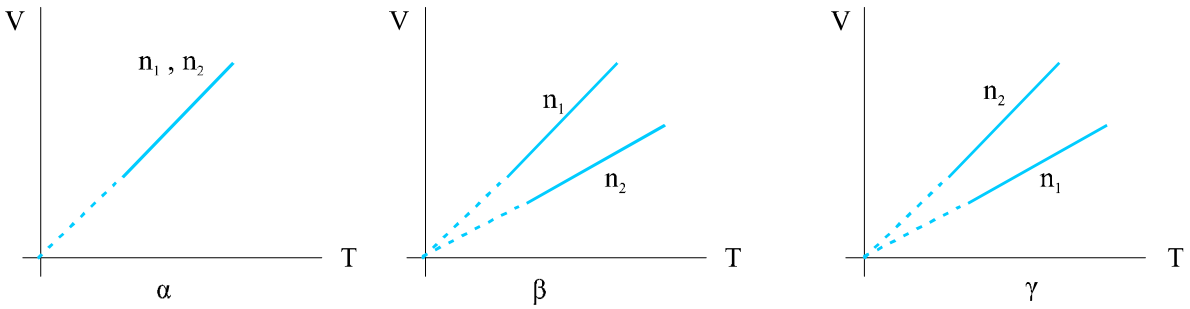
δ) Η καταστατική εξίσωση ισχύει μόνο στα μονοατομικά αέρια.

1.7 Ποιο από τα επόμενα διαγράμματα παριστάνει το γινόμενο pV ορισμένης ποσότητας αερίου σε συνάρτηση με την απόλυτη θερμοκρασία του;



Σχ. 1.20

1.8 Δύο ποσότητες αερίων με αριθμό γραμμομορίων n_1 και n_2 εκτελούν ισοβαρή μεταβολή στην ίδια πίεση. Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα είναι το σωστό; ($n_1 > n_2$).



Σχ. 1.21

Κινητική θεωρία

1.9 Πώς ορίζεται το ιδανικό αέριο α) μακροσκοπικά και β) μικροσκοπικά;

1.10 Ποιες από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστές;

α) Η θερμοκρασία ενός αερίου είναι ανάλογη με τη μέση κινητική ενέργεια των μορίων του.

β) Η πίεση ενός αερίου είναι ανάλογη με τη μέση ταχύτητα των μορίων του.

γ) Οι ενεργές ταχύτητες των μορίων του οξυγόνου και του αζώτου είναι ίσες, αν τα δύο αέρια βρίσκονται στην ίδια θερμοκρασία.

δ) Η άτακτη κίνηση των μορίων του αέρα είναι πιο ΄΄γρήγορη΄΄ το καλοκαίρι από ό,τι το χειμώνα.

1.11 Διαθέτουμε δύο δοχεία ίσου όγκου. Το πρώτο περιέχει υδρογόνο και το δεύτερο οξυγόνο, στην ίδια θερμοκρασία. Η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του υδρογόνου είναι:

α) Ίση με τη μέση κινητική ενέργεια των μορίων του οξυγόνου.

β) Η μισή της μέσης κινητικής ενέργειας των μορίων του οξυγόνου.

γ) Διπλάσια της μέσης κινητικής ενέργειας των μορίων του οξυγόνου.

δ) Τετραπλάσια της μέσης κινητικής ενέργειας των μορίων του οξυγόνου.

Επιλέξτε τη σωστή απάντηση.

1.12 Η πίεση που ασκεί ένα αέριο δοχείο είναι ανάλογη με

α) τη μέση τιμή των ταχυτήτων των μορίων.

β) τον όγκο του δοχείου που το περιέχει.

γ) την πυκνότητα του αερίου.

δ) την πίεση που υπάρχει έξω από το δοχείο.

Επιλέξτε τη σωστή απάντηση.

1.13 Αέριο συμπιέζεται ισόθερμα στο μισό του αρχικού του όγκου. Η ενεργός ταχύτητα των μορίων του

α) διπλασιάζεται.

β) παραμένει σταθερή.

γ) υποδιπλασιάζεται.

δ) τα στοιχεία δεν επαρκούν για να κρίνουμε αν η ενεργός ταχύτητα μεταβάλλεται και πώς.

Επιλέξτε τη σωστή απάντηση.

1.14 Ποιες από τις επόμενες προτάσεις που αφορούν στην κατανομή Maxwell – Boltzmann είναι σωστές;

α) Η κατανομή παριστάνεται γραφικά σε διάγραμμα στο οποίο ο ένας άξονας αναφέρεται στις ταχύτητες (υ) των μορίων του αερίου και ο άλλος στον αριθμό των μορίων που έχουν κάποια ταχύτητα υ.

β) Η κατανομή Maxwell – Boltzmann δείχνει ότι υπάρχει κάποιο όριο στη μέγιστη ταχύτητα που μπορούν να έχουν τα μόρια του αερίου σε κάποια θερμοκρασία.

γ) Τα περισσότερα μόρια έχουν ταχύτητες μεγαλύτερες από την ταχύτητα που αντιστοιχεί στο μέγιστο της καμπύλης.

δ) Η κατανομή των ταχυτήτων των μορίων ενός αερίου είναι ίδια για όλες τις τιμές της θερμοκρασίας του αερίου.

1.15 Πώς ερμηνεύεται η ελάττωση της θερμοκρασίας όταν ένα υγρό εξατμίζεται;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Νόμοι των αερίων - καταστατική εξίσωση

1.16 Δοχείο σταθερού όγκου περιέχει αέρα σε θερμοκρασία 27 ^oC και πίεση 1atm. Θερμαίνουμε το δοχείο ώστε η θερμοκρασία του αερίου να αυξηθεί κατά 60 ^oC. Πόση θα γίνει η πίεση;
[Απ : 1,2atm]

1.17 Αέριο βρίσκεται μέσα σε κατακόρυφο κυλινδρικό δοχείο. Το δοχείο κλείνεται με εφαρμοστό έμβολο, πάνω στο οποίο τοποθετούνται διάφορα σταθμά. Το αέριο βρίσκεται σε θερμοκρασία 27 ^oC και καταλαμβάνει όγκο 0,20 m^3. Ψύχουμε το αέριο στους -3 ^oC. Πόσος θα είναι ο νέος όγκος του αερίου;
[Απ : 0,18 m^3]

1.18 Δωμάτιο έχει διαστάσεις $4m \times 4m \times 3m$. Η θερμοκρασία στο δωμάτιο είναι 27 ^oC και η πίεση 1atm. Να υπολογιστεί ο αριθμός των mol του αέρα στο δωμάτιο. Δίνονται :
$1atm = 1{,}013 \times 10^5\ N/m^2$, $R = 8{,}314\ J/mol\,K$.
[Απ : 1950 mol]

1.19 Κυλινδρικό δοχείο με διαθερμικά τοιχώματα φράσσεται με εφαρμοστό έμβολο. Το δοχείο περιέχει αέρα πίεσης 1atm και βρίσκεται μέσα σε λουτρό νερού σταθερής θερμοκρασίας. Πιέζουμε το έμβολο ώστε ο όγκος του αερίου να ελαττωθεί στο 1/3 του αρχικού. Υπολογίστε την τελική τιμή της πίεσης του αερίου.
[Απ : 3atm]

1.20 2×10^{-5} mol υδρογόνου βρίσκονται σε δοχείο όγκου V=0,25m^3 σε θερμοκρασία 27 ^oC. Υπολογίστε την πίεση του αερίου. Δίνονται: $R = 8{,}314\ J/mol \cdot K$, $1atm = 1{,}013 \times 10^5\ N/m^2$.
[Απ : 0,2 N/m^2]

1.21 Αέριο βρίσκεται μέσα σε κυλινδρικό δοχείο. Το πάνω μέρος του δοχείου κλείνεται αεροστεγώς με έμβολο. Ο όγκος του αερίου μέσα στο δοχείο είναι 0,4m^3, η θερμοκρασία 300 K και η πίεση του 1atm. Πιέζουμε το έμβολο ώστε ο όγκος του αερίου να γίνει 0,1m^3 οπότε παρατηρούμε ότι η θερμοκρασία του έγινε 600 K. Υπολογίστε την τελική πίεση του αερίου.
[Απ : 8 atm]

1.22 Στο εργαστήριο μπορούν να επιτευχθούν πολύ χαμηλές πιέσεις (υψηλό κενό), έως $13\times10^{-15}\,atm$. Υπολογίστε τον αριθμό των μορίων ενός αερίου σε ένα δοχείο 1L σε αυτή την πίεση και σε θερμοκρασία δωματίου (300K). Δίνονται $R = 0{,}082\,L\cdot atm/mol\cdot K$, $N_A = 6{,}023\times10^{23}\,\mu\acute{o}\rho\iota\alpha/mol$.
[Απ : $3{,}18\times10^{8}$ μόρια]

1.23 Να υπολογιστεί η πυκνότητα του διοξειδίου του άνθρακα σε θερμοκρασία 185°C και πίεση 1atm ($1atm = 1{,}013\times10^{5}\,N/m^2$). Δίνονται η γραμμομοριακή μάζα του διοξειδίου του άνθρακα $44\times10^{-3}\,kg/mol$ και $R = 8{,}314\,J/mol\,K$.
[Απ : 1,17 kg/m^3]

1.24 Ένα αέριο θερμαίνεται με σταθερή πίεση. Να γίνει η γραφική παράσταση της σχέσης *ρ=f(θ)*, όπου *ρ* η πυκνότητα και *θ* η θερμοκρασία σε βαθμούς Κελσίου.

1.25 Σε θερμοκρασία θ=27 °C και πίεση p=10^{3}N/m^2 η πυκνότητα ενός αερίου είναι 8×10^{-4} kg/m^3. Να υπολογιστεί η γραμμομοριακή του μάζα. Δίνεται $R = 8{,}314\,J/mol\,K$.
[Απ : $2\times10^{-3}\,kg/mol$]

1.26 Ένα mol αερίου βρίσκεται σε s.t.p. Διπλασιάζουμε την πίεση διατηρώντας σταθερή τη θερμοκρασία και στη συνέχεια τριπλασιάζουμε τον όγκο διατηρώντας σταθερή την πίεση. Να βρεθούν οι τελικές τιμές πίεσης, όγκου, και θερμοκρασίας.
[Απ : 2 atm, 33,6 L, 819 K]

Κινητική θεωρία

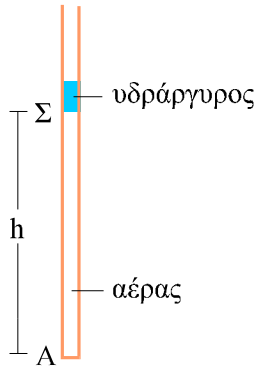
1.27 Βρείτε τις ενεργές ταχύτητες ($\upsilon_{\varepsilon\nu}$) των μορίων του He και των υδρατμών στους 27°C. Οι αντίστοιχες γραμμομοριακές μάζες είναι $4\times10^{-3}\,kg/mol$ και $18\times10^{-3}\,kg/mol$.
Δίνεται $R = 8{,}314\,J/mol\,K$.
[Απ : 1368 m/s, 644,8 m/s]

1.28 Εννιά όμοια σωματίδια έχουν ταχύτητες 3, 5, 8, 8, 8, 12, 12, 16, 20. Όλες οι ταχύτητες είναι μετρημένες σε m/s. Υπολογίστε :
α) τη μέση ταχύτητά τους.
β) την ενεργό τους ταχύτητα $\upsilon_{\varepsilon\nu}$.
[Απ : 10,2 m/s 11,4 m/s]

1.29 Υπολογίστε την ενεργό ταχύτητα των ατόμων του υδρογόνου στην επιφάνεια του Ήλιου όπου η θερμοκρασία είναι 5800K. Δίνεται ότι η γραμμοατομική μάζα του υδρογόνου είναι $1\times10^{-3}\,kg/mol$ και $R = 8{,}314\,J/mol\,K$.
[Απ : 12028m/s]

1.30 Πόσα μπαλόνια όγκου 3 L μπορούμε να φουσκώσουμε με το ήλιο που περιέχεται σε φιάλη όγκου 12 L; Το ήλιο στη φιάλη βρίσκεται υπό πίεση 120 atm, ενώ στα μπαλόνια υπό πίεση 1,2 atm. Υποθέστε ότι τόσο η φιάλη όσο και τα μπαλόνια βρίσκονται στην ίδια θερμοκρασία.
[Απ : 400]

1.31 Ο λεπτός κατακόρυφος σωλήνας του σχήματος 1.22 κλείνεται από μια σταγόνα υδραργύρου Σ και στο τμήμα ΑΣ, ύψους h=27 cm, περιέχει αέρα θερμοκρασίας θ=27 ^oC. Αν η θερμοκρασία του αέρα γίνει θ΄=127 ^oC πόσο θα μετακινηθεί η σταγόνα; Η μεταβολή του όγκου του σωλήνα με την αύξηση της θερμοκρασίας θεωρείται αμελητέα.
[Απ : 9cm]



Σχ. 1.22

1.32 Κυλινδρικό δοχείο, με τον άξονά του κατακόρυφο, κλείνεται αεροστεγώς στο πάνω μέρος του με έμβολο διατομής A=0,02m^2 και βάρους w=374 N. Το αέριο μέσα στο δοχείο καταλαμβάνει όγκο 0,01m^3 και βρίσκεται σε θερμοκρασία 27^oC. Η ατμοσφαιρική πίεση είναι $p_{ατ}$=1atm.

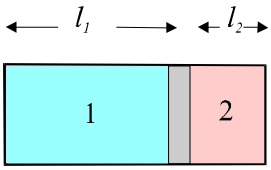
α) Πόση είναι η πίεση του αερίου;

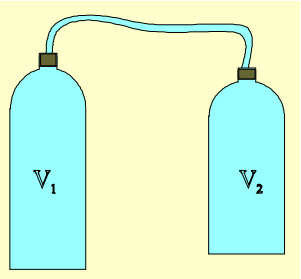
β) Πόσο θα αυξηθεί ο όγκος του αερίου, αν η θερμοκρασία του γίνει 207 ^oC; (1atm = $1{,}013\times10^5\ N/m^2$)

[Απ : α) $1{,}2\times10^5$ N/m^2 β) 0,006 m^3]

1.33 Δοχείο όγκου V, που περιέχει αέρα, έχει στο πάνω μέρος του στρόφιγγα. Αρχικά η στρόφιγγα είναι ανοιχτή και ο αέρας του δοχείου επικοινωνεί με το περιβάλλον. Η ατμοσφαιρική πίεση είναι $p_{ατ}$=1atm. Θερμαίνουμε το δοχείο, με ανοιχτή τη στρόφιγγα, μέχρι η θερμοκρασία στο εσωτερικό του να γίνει 410 K. Κλείνουμε τη στρόφιγγα, τοποθετούμε το δοχείο σε λουτρό νερού – πάγου. Να υπολογιστεί η τελική πίεση στο εσωτερικό του δοχείου. Η θερμοκρασία στην οποία συνυπάρχει νερό και πάγος είναι T=273 K.
[Απ : 0,66 atm]

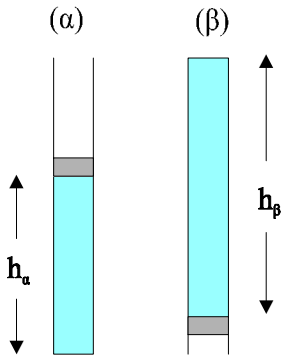
1.34 Ο κύλινδρος του σχήματος 1.23 χωρίζεται σε δυο μέρη, μέσω εμβόλου που κινείται χωρίς τριβή. Στο τμήμα 1 εισάγονται 2 mg H_2 ενώ στο 2 εισάγονται 8 mg O_2 . Ποιος είναι ο λόγος l_1/l_2 στην κατάσταση ισορροπίας; Τα αέρια στην κατάσταση ισορροπίας βρίσκονται στην ίδια θερμοκρασία. Οι γραμμομοριακές μάζες για το H_2 και το O_2 είναι $2\times10^{-3}\ kg/mol$ και $32\times10^{-3}\ kg/mol$, αντίστοιχα.
[Απ : 4]





Σχ. 1.24

1.35 Δύο δοχεία με όγκους V_1=0,3 L και V_2=0,2 L συνδέονται με λεπτό σωλήνα αμελητέου όγκου. Τα δοχεία περιέχουν αέρα θερμοκρασίας T=300 K (σχ. 1.24). Αυξάνουμε τη θερμοκρασία στο πρώτο δοχείο κατά 100 βαθμούς και στο δεύτερο κατά 50. Αν η αρχική πίεση ήταν 1atm να υπολογιστεί η τελική της τιμή.
[Απ : 1,26 atm]



Σχ. 1.25

1.36 Το κυλινδρικό δοχείο του σχήματος 1.25 έχει τον άξονά του κατακόρυφο, περιέχει αέρα και κλείνεται με έμβολο. Όταν το δοχείο τοποθετηθεί με τη βάση του προς τα κάτω (σχ.1.25α) το ύψος της στήλης του εγκλωβισμένου αέρα είναι h_α=40 cm. Αν το δοχείο αναστραφεί (σχ. 1.25β) το ύψος της στήλης γίνεται h_β=60 cm. Να υπολογιστεί το βάρος του εμβόλου.

Δίνονται $p_{\alpha\tau\mu} = 1{,}013 \times 10^5\ N/m^2$ και η διατομή του εμβόλου $A = 10\,cm^2$. Η μεταβολή θα θεωρηθεί ισόθερμη.

[Απ : 20,26 N]

ΕΝΘΕΤΟ

Η ΕΝΕΡΓΟΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΤΩΝ ΜΟΡΙΩΝ ΑΕΡΙΟΥ ΕΙΝΑΙ ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΗ ΤΗΣ ΜΕΣΗΣ (ΑΠΟΔΕΙΞΗ)

Έστω ότι οι ταχύτητες των μορίων είναι υ_i , όπου $i = 1, 2, ...N$

Υπενθυμίζουμε ότι $$\bar{\upsilon} = \frac{\upsilon_1 + \upsilon_2 + ...\upsilon_N}{N} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\upsilon_i$$

και $$\upsilon_{\varepsilon\nu} = \sqrt{\frac{\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2 + ... + \upsilon_N^2}{N}} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\upsilon_i^2}$$

Σχηματίζουμε την παράσταση

$$A = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(\upsilon_i - \bar{\upsilon}\right)^2$$ για την οποία ισχύει $A \geq 0$

Η παράσταση γράφεται με τη μορφή

$$A = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(\upsilon_i^2 - 2\upsilon_i\bar{\upsilon} + \bar{\upsilon}^2\right)$$ ή

$$A = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\upsilon_i^2 - \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}2\upsilon_i\bar{\upsilon} + \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\bar{\upsilon}^2$$ ή

$$A = \upsilon_{\varepsilon\nu}^2 - 2\bar{\upsilon}\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\upsilon_i + \frac{1}{N}\left(N\bar{\upsilon}^2\right)$$ ή

$$A = \upsilon_{\varepsilon\nu}^2 - 2\bar{\upsilon}^2 + \bar{\upsilon}^2 = \upsilon_{\varepsilon\nu}^2 - \bar{\upsilon}^2$$

όμως $A \geq 0$ άρα $\upsilon_{\varepsilon\nu}^2 - \bar{\upsilon}^2 \geq 0$ ή $\upsilon_{\varepsilon\nu}^2 \geq \bar{\upsilon}^2$

επειδή $\upsilon_{\varepsilon\nu} > 0$ και $\bar{\upsilon} > 0$ τελικά

$$\upsilon_{\varepsilon\nu} \geq \bar{\upsilon}$$

Η ισότητα ισχύει μόνο στην περίπτωση που όλα τα μόρια έχουν την ίδια κατά μέτρο ταχύτητα, κάτι που για μεγάλους πληθυσμούς μορίων είναι απολύτως αδύνατο. Από τη μαθηματική επεξεργασία της συνάρτησης $\frac{dN}{d\upsilon} = f(\upsilon)$ που δίνει την κατανομή Maxwell-Boltzmann προκύπτει, για ένα αέριο γραμμομοριακής μάζας *M* σε θερμοκρασία *T*, ότι

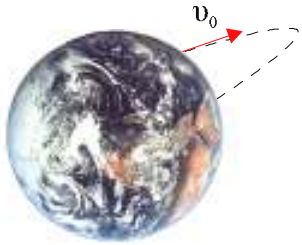
$$\upsilon_\pi = \sqrt{\frac{2RT}{M}} \qquad \bar{\upsilon} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} \qquad \upsilon_{\varepsilon\nu} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

ΓΙΑΤΙ ΔΕΝ ΥΠΑΡΧΕΙ ΥΔΡΟΓΟΝΟ ΣΤΗΝ ΑΤΜΟΣΦΑΙΡΑ ΤΗΣ ΓΗΣ

Η κινητική θεωρία των αερίων μάς επιτρέπει να εξηγήσουμε γιατί δεν υπάρχει υδρογόνο στην ατμόσφαιρα της Γης, στην οποία δεσπόζουν το οξυγόνο και το άζωτο.

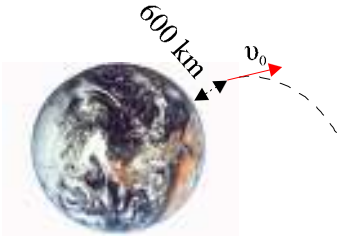
Η ερμηνεία σχετίζεται με την ταχύτητα διαφυγής από τη Γη, κάτι που θα μας απασχολήσει στην παράγραφο 3-13 αυτού του βιβλίου.

Όταν ένα σώμα βάλλεται από ένα σημείο της επιφάνειας της Γης με αρχική ταχύτητα υ_o κάνει ευθύγραμμη ή καμπυλόγραμμη κίνηση και επιστρέφει σε αυτή (σχ. 1.26). Δεν θα επέστρεφε στη Γη μόνο αν η αρχική του ταχύτητα έπαιρνε την τιμή 11,2 km/s. Αυτή την ταχύτητα τη λέμε ταχύτητα διαφυγής από την επιφάνεια της Γης. Στο ύψος των 600 km, στα όρια δηλαδή της ατμόσφαιρας της Γης η ταχύτητα διαφυγής έχει τιμή 10,8 km/s (σχ. 1.27).



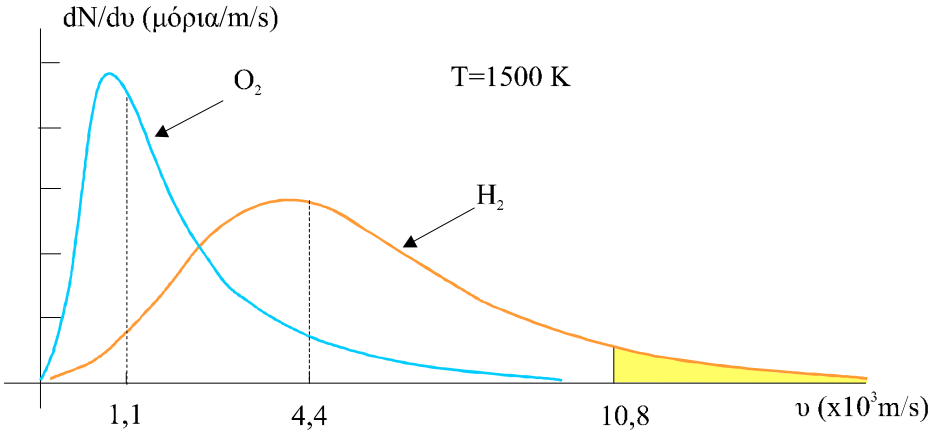
Σχ. 1.26 Εάν το σώμα βληθεί με ταχύτητα μικρότερη από την ταχύτητα διαφυγής επιστρέφει στην επιφάνεια της Γης.

Η θερμοκρασία της ατμόσφαιρας στο ύψος αυτό είναι περίπου 1500 K. Στη θερμοκρασία αυτή, όπως προκύπτει από τη σχέση $\upsilon_{\varepsilon\nu} = \sqrt{\dfrac{3RT}{M}}$ τα μόρια του οξυγόνου θα είχαν ενεργό ταχύτητα 1,1 km/s και τα μόρια του υδρογόνου ενεργό ταχύτητα 4,4 km/s.



Σχ. 1.27 Εάν το σώμα βληθεί με ταχύτητα μεγαλύτερη ή ίση από την ταχύτητα διαφυγής και η κατεύθυνση της αρχικής ταχύτητας είναι κατάλληλη, τότε διαφεύγει οριστικά στο διάστημα.

Ας υποθέσουμε ότι σ' αυτό το ύψος βρίσκεται μια ποσότητα *N* μορίων οξυγόνου και *N* μορίων υδρογόνου. Από το διάγραμμα της κατανομής των ταχυτήτων κατά Maxwell- Boltzmann, για τα δύο αέρια (σχ. 1.28) προκύπτει ότι, πρακτικά, κανένα μόριο του οξυγόνου δεν έχει ταχύτητα ίση με την ταχύτητα διαφυγής και έτσι όλη η ποσότητα του οξυγόνου παραμένει στη γήινη ατμόσφαιρα. Αντίθετα, υπάρχει μεγάλος αριθμός μορίων υδρογόνου τα οποία έχουν ταχύτητες μεγαλύτερες από την ταχύτητα διαφυγής. Φυσικά δε διαφεύγουν όλα αυτά τα μόρια. Διαφεύγουν μόνο εκείνα που η ταχύτητά τους έχει τον κατάλληλο προσανατολισμό, με την προϋπόθεση ότι δε συγκρούονται με άλλα μόρια.



Σχ. 1.28

Στο διάστημα των 4×10^9 ετών που πέρασαν από τότε που δημιουργήθηκε το πλανητικό μας σύστημα, το υδρογόνο που υπήρχε αρχικά, διαχεόμενο στα ανώτερα στρώματα της ατμόσφαιρας,διέφυγε σιγά - σιγά από το βαρυτικό πεδίο.

<u>Παρατήρηση:</u> Με τον ίδιο τρόπο εξηγείται γιατί η Σελήνη - στην οποία η ταχύτητα διαφυγής από την επιφάνεια είναι 2,37 km/s - δεν έχει καθόλου ατμόσφαιρα και γιατί στον Άρη (ταχύτητα διαφυγής από την επιφάνεια 4,97km/s) η ατμόσφαιρα είναι πολύ αραιή.

1 ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

Νόμοι αερίων

1.1 1-γ 2-α

1.2 α

1.3 1-δ 2-β 3-γ

1.4 γ

1.5 γ

1.6 β, γ

1.7 γ

1.8 β

Κινητική θεωρία

1.9 Μακροσκοπικά, ιδανικό είναι το αέριο που υπακούει στους νόμους των αερίων σε οποιεσδήποτε συνθήκες και αν βρίσκεται, ή το αέριο που υπακούει στην καταστατική εξίσωση σε όλες τις πιέσεις και θερμοκρασίες.

Μικροσκοπικά, ιδανικό είναι το αέριο του οποίου τα μόρια συμπεριφέρονται σαν μικροσκοπικές ελαστικές σφαίρες, δέχονται δυνάμεις μόνο τη στιγμή της κρούσης του με άλλα μόρια ή με τα τοιχώματα του δοχείου και οι κρούσεις τους είναι απολύτως ελαστικές.

1.10 α, δ

1.11 α

1.12 γ

1.13 β

1.14 γ

1.15 Οι ταχύτητες των μορίων στα υγρά ακολουθούν κατανομή που μοιάζει αρκετά με αυτή των Maxwell-Boltzmann για τα αέρια. Αυτό σημαίνει ότι μέσα στο υγρό πάντα υπάρχει ένας αριθμός μορίων που έχουν αρκετά μεγάλες ταχύτητες, που τους επιτρέπουν να "δραπετεύσουν" από τις διαμοριακές έλξεις και να εγκαταλείψουν το υγρό από την ελεύθερη επιφάνειά του.

Καθώς τα πιο γρήγορα μόριά του εγκαταλείπουν το υγρό, η μέση κινητική ενέργεια των μορίων που απομένουν μικραίνει. Σύμφωνα με τη σχέση $\frac{1}{2}m\overline{\upsilon^2} = \frac{3}{2}kT$ που συνδέει τη μέση κινητική ενέργεια των μορίων των ιδανικών αερίων με τη θερμοκρασία και, απ' ό,τι φαίνεται, ισχύει ποιοτικά και για τα υγρά, είναι και θεωρητικά αναμενόμενο να ψύχεται το υγρό.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Νόμοι αερίων – καταστατική εξίσωση

1.16 Η μεταβολή είναι ισόχωρη. Επομένως $\frac{p_2}{T_2} = \frac{p_1}{T_1}$ άρα p_2=1,2atm

1.17 Η μεταβολή είναι ισοβαρής. Επομένως: $\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_1}{T_1}$ άρα V_2=0,18m^3

1.18 Όγκος δωματίου V=48m^3

Από την καταστατική εξίσωση: n=$\frac{pV}{RT}$=1950mol

1.19 Η μεταβολή του αέρα είναι ισόθερμη: $p_1V = p_2\dfrac{V}{3}$ άρα p_2=3atm

1.20 $p = \dfrac{nRT}{V}$ =0,2N/m^2

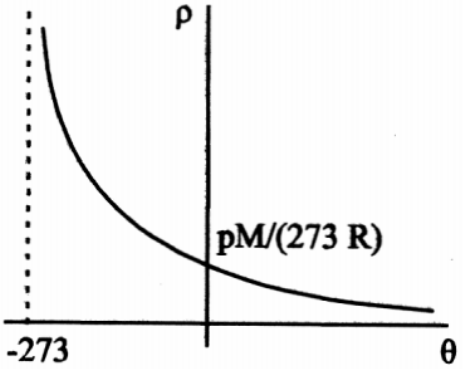
1.21 $\dfrac{p_1V_1}{T_1} = \dfrac{p_2V_2}{T_2}$ άρα p_2=8atm

1.22 $n = \dfrac{pV}{RT}$, $N=nN_A$=3,182x10^8 μόρια

1.23 $p = \dfrac{\rho}{M}RT$ άρα ρ=1,1Kg/m^3

1.24 Η συνάρτηση είναι $\rho = \dfrac{pM}{R(273+\theta)}$

Το διάγραμμα της πυκνότητας σε συνάρτηση με τη θερμοκρασία φαίνεται στο σχήμα 1.1



Σχ. 1.1

1.25 $p = \dfrac{\rho}{M}RT$

επομένως $M=2\times10^{-3}$Kg/mol

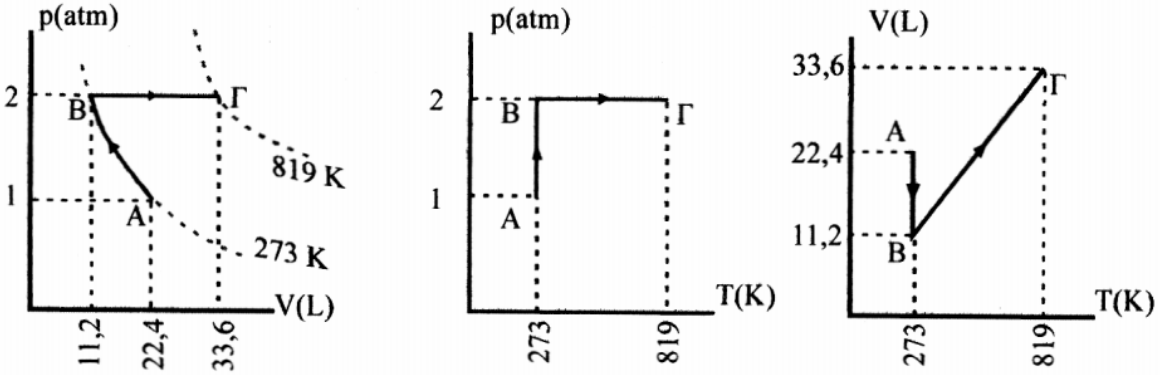
1.26 $V_A=22,4L$, $p_A=1atm$, $T_A=273K$

A→B: ισόθερμη μεταβολή $T_B=T_A$, $p_B=2p_A$, $p_AV_A=(2p_A)V_B$ άρα $V_B=11,2L$

B→Γ: ισοβαρής μεταβολή $p_\Gamma=p_A$, $V_B=3V_A$

$\dfrac{V_B}{T_A} = \dfrac{3V_B}{T_\Gamma}$ άρα T_Γ=819K

Επομένως V_Γ=33,6L p_Γ=2atm T_Γ=819K



Σχ. 1.2

Κινητική θεωρία

1.27 $\upsilon_{EN} = \sqrt{\frac{3KT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{N_A m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$ επομένως

$\upsilon_{EN(He)}$ = 1368m/s, $\upsilon_{EN(H_2O)}$ =644,8m/s

1.28 α) $\bar{\upsilon} = \frac{3+5+3x8+2x12+16+20}{9} = 10{,}2 m/s$

β) $\upsilon_{EN} = \sqrt{\frac{3^2+5^2+3x8^2+2x12^2+16^2+20^2}{9}} = 11{,}4 m/s$

1.29 $\upsilon_{EN} = \sqrt{\frac{3KT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{N_A m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = 12028 m/s$

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1.30 Ο δείκτης Μ αναφέρεται στο μπαλόνι, ο δείκτης Φ στη φιάλη

$N\, n_M = n_\Phi$ επομένως $N\frac{P_M V_M}{RT} = \frac{P_\Phi V_\Phi}{RT}$ άρα N=400

1.31 Η μεταβολή του αέρα είναι ισοβαρής. Επομένως $\frac{V}{T} = \frac{V'}{T'}$

Αν Α το εμβαδόν της διατομής του σωλήνα θα είναι

$\frac{Ah}{T} = \frac{Ah'}{T'}$ άρα h'=36cm και h'-h=9cm

1.32 α) $p_{αερίου} = p_{atm} + p_{εμβ} = p_{atm} + \frac{w}{A}$ =1,2x10^5 N/m^2

β) Η μεταβολή του αερίου είναι ισοβαρής: $\frac{V'}{T'}=\frac{V}{T}$ επομένως V'=0,016m^3

Η αύξηση του όγκου είναι V′-V=0,006m^3

1.33 Ο αριθμός των mol του αέρα παραμένει σταθερός κατά την ψύξη του αερίου στους T_2=273K. Επομένως θα είναι:

$$n=\frac{p_{\alpha\tau}V}{RT_1}=\frac{p'V}{RT_2} \text{ και } p'=0{,}66\text{atm}$$

1.34 $p_1=p_2$ επομένως $\frac{m_{H_2}}{M_{H_2}}\frac{RT}{V_1}=\frac{m_{O_2}}{M_{O_2}}\frac{RT}{V_2}$

ή $\frac{m_{H_2}}{M_{H_2}}\frac{M_{O_2}}{m_{O_2}}=\frac{V_1}{V_2}=\frac{Al_1}{Al_2}$, όπου Α το εμβαδόν της διατομής του εμβόλου. Είναι επομένως $\frac{m_{H_2}}{M_{H_2}}\frac{M_{O_2}}{m_{O_2}}=\frac{l_1}{l_2}=4$

1.35 Ο συνολικός αριθμός των mol στα δύο δοχεία παραμένει σταθερός, δηλαδή $n_1+n_2=n_1'+n_2'$

επομένως $\frac{p_{\alpha\rho\chi}V_1}{RT}+\frac{p_{\alpha\rho\chi}V_2}{RT}=\frac{p_{\tau\epsilon\lambda}V_1}{RT_1'}+\frac{p_{\tau\epsilon\lambda}V_2}{RT_2'}$

από όπου βρίσκουμε $p_{\pi\epsilon\lambda}=1{,}26atm$

1.36 Η πίεση του αέρα στην περίπτωση (α) είναι $p_\alpha=p_{\alpha\tau\mu}+\frac{w}{A}$ (1)

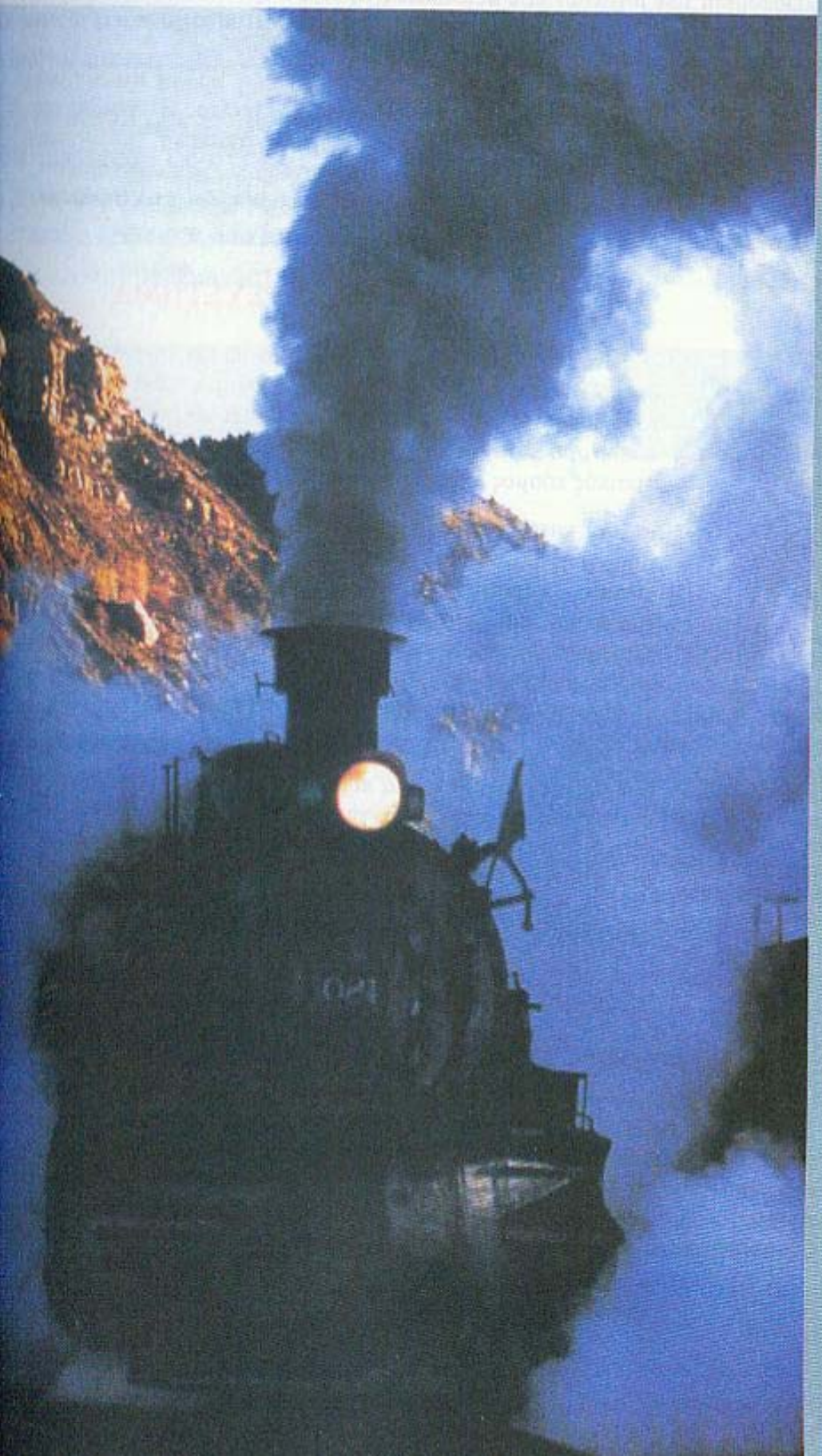
και στην περίπτωση (β) $p_\beta=p_{\alpha\tau\mu}-\frac{w}{A}$ (2)

Αν θεωρήσουμε τη μεταβολή του αερίου ισόθερμη, μπορούμε να γράψουμε $p_\alpha V_\alpha=p_\beta V_\beta$ ή $p_\alpha A\, h_\alpha=p_\beta A\, h_\beta$ ή $p_\alpha h_\alpha=p_\beta h_\beta$ (3)

Η (3) λόγω των (1) και (2), δίνει $(P_{\alpha\tau\mu}+\frac{w}{A})h_\alpha=(P_{\alpha\tau\mu}-\frac{w}{A})h_\beta$ από όπου βρίσκουμε w=20,26N.

ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗ

2



Ισορροπία 36

Θερμότητα 41

Εσωτερική ενέργεια 41

Α' Θερμοδυναμικός νόμος 42

Θερμικές μηχανές 49

Β' Θερμοδυναμικός νόμος 55

Εντροπία 58

Σύνοψη 64

Ασκήσεις 66

2-1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ο όρος θερμοδυναμική προέρχεται από τις ελληνικές λέξεις θερμότητα και δύναμη.

Αν και η πρώτη θερμική μηχανή, που είναι ιστορικά γνωστή, κατασκευάστηκε από τον Ήρωνα τον Αλεξανδρινό περίπου το 100 μ.Χ., αφετηρία για την ανάπτυξη της θερμοδυναμικής στάθηκε η εφεύρεση της ατμομηχανής και οι προσπάθειες που ακολούθησαν για τη βελτίωση και τελειοποίηση των μηχανών που μετέτρεπαν τη θερμότητα σε ωφέλιμο έργο. Η θερμοδυναμική μελετάει τη μετατροπή της θερμότητας σε μηχανικό έργο και τους περιορισμούς που η φύση έχει επιβάλει.

Από την εποχή που εφευρέθηκε η πρώτη ατμομηχανή μέχρι σήμερα έχουν περάσει πολλά χρόνια. Η πρόοδος της θερμοδυναμικής οδήγησε στην κατασκευή όλων των σύγχρονων θερμικών μηχανών, βενζινοκινητήρων, πετρελαιοκινητήρων, κινητήρων αεροσκαφών, ατμοστρόβιλων.

Εικ. 2.1 Σχέδιο του ατμοστρόβιλου που επινόησε ο αρχαίος έλληνας εφευρέτης Ήρων (Αλεξάνδρεια, περ. 100 μ.Χ.). Το δοχείο είναι κλειστό και επικοινωνεί με τη σφαίρα με τους δύο κατακόρυφους σωλήνες. Με βρασμό νερού παράγεται ατμός στο δοχείο που εισέρχεται από τους σωλήνες στη σφαίρα και εξέρχεται με μεγάλη ταχύτητα από τα δύο ακροφύσια θέτοντας σε περιστροφή τη σφαίρα.

2-2 ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ

Στο κεφάλαιο αυτό θα χρησιμοποιούμε συχνά τον όρο θερμοδυναμικό σύστημα. Γενικά, **σύστημα** είναι ένα τμήμα του φυσικού κόσμου που διαχωρίζεται από τον υπόλοιπο κόσμο με πραγματικά ή νοητά τοιχώματα. Ο υπόλοιπος φυσικός κόσμος αποτελεί το **περιβάλλον** του συστήματος.

Αν κατά τη μελέτη ενός συστήματος, για την περιγραφή του χρησιμοποιούμε μόνο μεγέθη της μηχανικής, π.χ. δύναμη, ταχύτητα, επιτάχυνση, ορμή κ.λ.π. το σύστημα χαρακτηρίζεται μηχανικό. Στην περίπτωση που για την περιγραφή του χρησιμοποιούνται και θερμοδυναμικά μεγέθη, όπως θερμότητα, θερμοκρασία, εσωτερική ενέργεια και άλλα, το **σύστημα** χαρακτηρίζεται **θερμοδυναμικό**.

Εμείς θα ασχοληθούμε με τα απλούστερα θερμοδυναμικά συστήματα, δηλαδή αέρια που βρίσκονται μέσα σε δοχεία στο εσωτερικό των οποίων δε γίνονται χημικές αντιδράσεις. Ένα τέτοιο σύστημα θα χαρακτηρίζεται θερμικά μονωμένο ή απλά **μονωμένο** αν τα τοιχώματα του δοχείου δεν επιτρέπουν τη μεταφορά θερμότητας από το αέριο προς το περιβάλλον ή αντίστροφα.

2-3 ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ

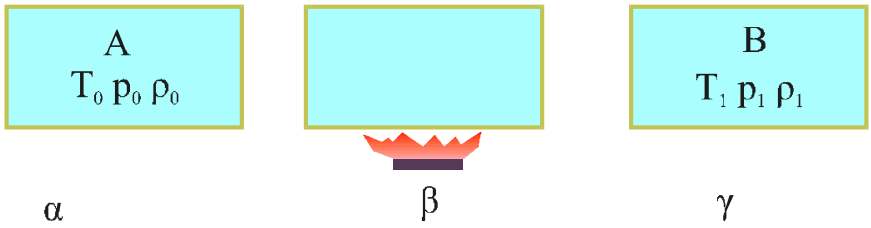
Για να περιγραφεί ένα θερμοδυναμικό σύστημα χρειάζεται να γνωρίζουμε κάποια στοιχεία του. Για παράδειγμα, ορισμένη ποσότητα αερίου που βρίσκεται σε ένα δοχείο μπορεί να περιγραφεί αν γνωρίζουμε τον όγκο του, τη θερμοκρασία του και την πίεσή του. Τα στοιχεία αυτά ονομάζονται **θερμοδυναμικές μεταβλητές**.

Ο όγκος, η πίεση και η θερμοκρασία ορισμένης ποσότητας αερίου σχετίζονται μεταξύ τους με την καταστατική εξίσωση. Για να περιγράψουμε την κατάσταση συγκεκριμένης ποσότητας αερίου αρκούν δύο από αυτά αφού το τρίτο προκύπτει από την καταστατική εξίσωση. **Οι δύο ποσότητες που είναι ικανές για την περιγραφή της κατάστασης ορισμένης ποσότητας αερίου αποτελούν τις ανεξάρτητες θερμοδυναμικές μεταβλητές του συστήματος**.

Όταν σ' ένα θερμοδυναμικό σύστημα οι θερμοδυναμικές μεταβλητές που το περιγράφουν διατηρούνται σταθερές με το χρόνο, το σύστημα βρίσκεται σε κατάσταση **θερμοδυναμικής ισορροπίας**. Σε αντίθετη περίπτωση το σύστημα μεταβάλλεται.

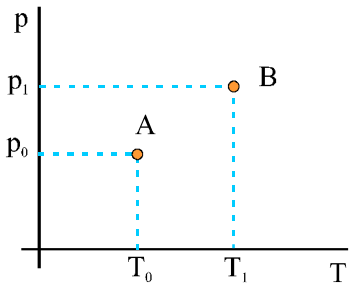
Ειδικότερα, λέμε ότι

μια ποσότητα αερίου βρίσκεται σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας - ή απλά ισορροπίας - όταν η πίεση (p), η πυκνότητα (ρ) και η θερμοκρασία του (T) έχουν την ίδια τιμή σε όλη την έκταση του αερίου.



Σχ. 2.1. (α) Το αέριο βρίσκεται σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας. (β) Το αέριο δε βρίσκεται σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας. Η θερμοκρασία, η πίεση και η πυκνότητα δεν έχουν την ίδια τιμή σε όλη του την έκταση. (γ) Το αέριο βρίσκεται σε νέα κατάσταση ισορροπίας

Η κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας ενός αερίου μπορεί να παρασταθεί γραφικά με ένα σημείο σε σύστημα συντεταγμένων με άξονες δύο ανεξάρτητες θερμοδυναμικές μεταβλητές του συστήματος. Αν το σύστημα δε βρίσκεται σε ισορροπία η κατάστασή του δε μπορεί να αποδοθεί γραφικά αφού δε μπορούμε να μιλήσουμε για πίεση ή θερμοκρασία του συστήματος. Η πίεση και η θερμοκρασία έχουν διαφορετικές τιμές στα διάφορα σημεία του αερίου.



Σχ. 2.2 Η αρχική κατάστασή του αερίου του σχήματος 2.1 παριστάνεται με ένα σημείο το Α και η τελική κατάστασή του, που είναι κατάσταση ισορροπίας, με το σημείο Β.

Η κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας ενός συστήματος μπορεί να παρασταθεί γραφικά με ένα σημείο. Ένα σύστημα που δε βρίσκεται σε ισορροπία δεν παριστάνεται γραφικά.

2-4 ΑΝΤΙΣΤΡΕΠΤΕΣ ΜΕΤΑΒΟΛΕΣ

Όταν σε ένα θερμοδυναμικό σύστημα πραγματοποιείται μια μεταβολή αλλάζουν τόσο το σύστημα όσο και το περιβάλλον του συστήματος.

Αντιστρεπτή ονομάζεται εκείνη η μεταβολή κατά την οποία υπάρχει η δυνατότητα επαναφοράς του συστήματος και του περιβάλλοντος στην αρχική τους κατάσταση.

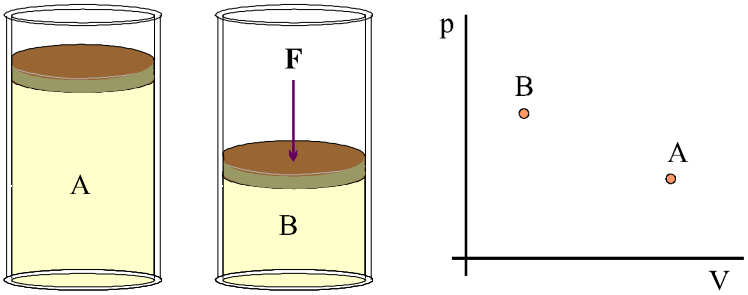
Οι μεταβολές στη φύση δεν είναι αντιστρεπτές. Η αντίστροφη πορεία ενός φαινομένου είναι αυτό που θα βλέπαμε εάν κινηματογραφούσαμε το φαινόμενο και παίζαμε την ταινία ανάποδα -προς τα πίσω. Εάν κινηματογραφούσαμε ένα κερί που καίγεται θα ήταν αποδεκτή η αντίστροφη πορεία, δηλαδή ένα κερί που το μήκος του αυξάνεται; Η αντίστροφη πορεία στην ανάπτυξη ενός φυτού θα ήταν το φυτό να μικραίνει μέχρι να ξαναγίνει σπόρος. Είμαστε τόσο εξοικειωμένοι με τη μη αντιστρεπτότητα των μεταβολών στη φύση ώστε η αντίστροφη πορεία ενός φαινομένου φαίνεται να παραβιάζει την κοινή λογική.

Εικ 2.2 Για το αβγό της φωτογραφίας δεν υπάρχει καμιά δυνατότητα να επανέλθει στην αρχική του κατάσταση.

Όμως, **η έννοια της αντιστρεπτής μεταβολής είναι χρήσιμη**. Έστω λοιπόν, ένα αέριο που βρίσκεται μέσα σε κύλινδρο. Ο κύλινδρος κλείνεται στο πάνω μέρος του με εφαρμοστό έμβολο. Το αέριο μέσα στο δοχείο βρίσκεται σε ισορροπία. Η θερμοκρασία του είναι T_A, ο όγκος που καταλαμβάνει V_A και η πίεση που ασκεί p_A. Θα μεταβάλουμε την κατάσταση του αερίου ώστε ο όγκος του να μειωθεί σε V_B και η πίεση και η θερμοκρασία να πάρουν τελικά τις τιμές p_B και T_B.

Από τους πολλούς τρόπους με τους οποίους μπορεί να πραγματοποιηθεί η μεταβολή επιλέγουμε δυο ακραίες περιπτώσεις:

Στην **πρώτη** πιέζουμε απότομα το έμβολο ώστε ο όγκος του αερίου να μειωθεί στην επιθυμητή τιμή και περιμένουμε μέχρι να αποκατασταθεί ισορροπία στο αέριο. Στη διάρκεια της μεταβολής αυτής το αέριο βρίσκεται σε αναταραχή, η πίεση και η θερμοκρασία του δεν είναι ίδιες σε όλη την έκτασή του και επομένως δε μπορούμε να παραστήσουμε τη μεταβολή σε διάγραμμα. Σε διάγραμμα μπορεί να παρασταθεί μόνο η αρχική και η τελική κατάσταση του αερίου, που είναι καταστάσεις ισορροπίας.

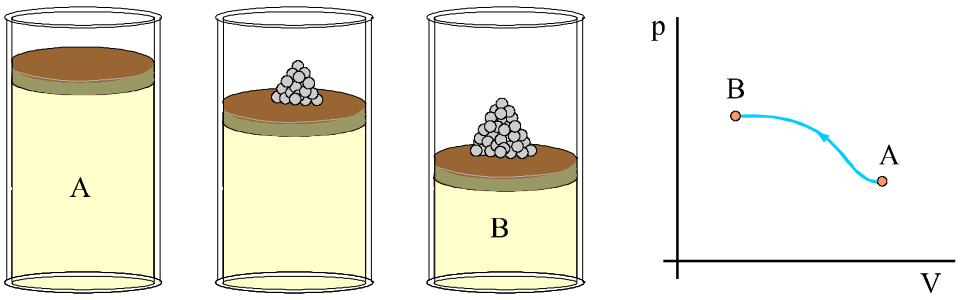


Σχ. 2.3 Πιέζουμε απότομα το έμβολο ώστε το αέριο να μεταβεί στην κατάσταση Β. Η μεταβολή δεν είναι αντιστρεπτή. Στο διάγραμμα μπορεί να παρασταθεί μόνο η αρχική και η τελική κατάσταση του αερίου.

Στη **δεύτερη** περίπτωση ρίχνουμε πρώτα λίγους κόκκους άμμου πάνω στο έμβολο. Αυτό θα μειώσει ελάχιστα τον όγκο του αερίου. Περιμένουμε λίγο ώστε να ισορροπήσει το αέριο. Η νέα κατάσταση ισορροπίας βρίσκεται πολύ κοντά στη αρχική. Αν απεικονίζαμε γραφικά τη νέα κατάσταση ισορροπίας θα προέκυπτε ένα σημείο πολύ κοντά στο σημείο που απεικονίζει την αρχική κατάσταση ισορροπίας. Στη συνέχεια ρίχνουμε πάλι λίγους κόκκους άμμου πάνω στο έμβολο, μειώνοντας ακόμα λίγο τον όγκο, περιμένουμε πάλι να αποκατασταθεί κατάσταση ισορροπίας, κ.ο.κ. Επαναλαμβάνοντας συνεχώς αυτή τη διαδικασία φέρνουμε το σύστημα στην τελική κατάσταση.

Κατά τη διάρκεια αυτής της μεταβολής το σύστημα περνάει από διαδοχικές καταστάσεις που μπορούμε να τις θεωρήσουμε καταστάσεις ισορροπίας.

Κάθε μια από αυτές μπορεί να παρασταθεί γραφικά με ένα σημείο. Εφόσον η μια κατάσταση ισορροπίας διαδέχεται την άλλη, τα σημεία στο διάγραμμα θα βρίσκονται το ένα δίπλα στο άλλο με αποτέλεσμα να δημιουργείται μια γραμμή που ξεκινάει από την αρχική κατάσταση και οδηγεί στην τελική. Με αντίστροφους χειρισμούς, αφαιρώντας δηλαδή άμμο από το έμβολο, το σύστημα θα οδηγηθεί πάλι στην αρχική του κατάσταση.



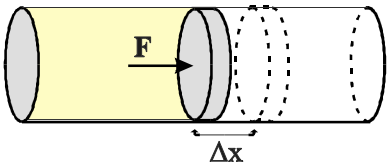
Σχ. 2.4 Προσθέτουμε στο έμβολο αργά κόκκους άμμου μέχρι το αέριο να φτάσει στην τελική κατάσταση Β. Το αέριο μεταβαίνει από την κατάσταση Α στη Β μέσω διαδοχικών καταστάσεων που μπορούν να θεωρηθούν καταστάσεις ισορροπίας. Η μεταβολή αυτή είναι αντιστρεπτή και παριστάνεται με μια γραμμή που οδηγεί από την αρχική στην τελική κατάσταση.

Η μεταβολή που περιγράψαμε αποτελεί μια εξιδανίκευση, δεν είναι δυνατόν ένα σύστημα να βρίσκεται διαρκώς σε ισορροπία και ταυτόχρονα σιγά - σιγά να μεταβάλλεται.

Μια τέτοια εξιδανικευμένη **μεταβολή κατά την οποία ένα σύστημα μεταβαίνει από μια αρχική κατάσταση σε μια τελική μέσω διαδοχικών καταστάσεων ισορροπίας θα την ονομάζουμε αντιστρεπτή. Μια τέτοια μεταβολή είναι δυνατόν να πραγματοποιηθεί και αντίστροφα.**

Μια αντιστρεπτή μεταβολή παριστάνεται γραφικά με μια συνεχή γραμμή. Οι μη αντιστρεπτές μεταβολές δε μπορούν να παρασταθούν γραφικά.

2-5 ΕΡΓΟ ΠΑΡΑΓΟΜΕΝΟ ΑΠΟ ΑΕΡΙΟ ΚΑΤΑ ΤΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΜΕΤΑΒΟΛΩΝ ΟΓΚΟΥ



Σχ. 2.5 Το αέριο εκτονώνεται και το έμβολο μετατοπίζεται κατά Δx. Η δύναμη F που ασκεί το αέριο στο έμβολο παράγει έργο ΔW.

Έστω ένα αέριο σε κύλινδρο που κλείνεται από εφαρμοστό έμβολο. Οι μηχανές εσωτερικής καύσης, οι ατμομηχανές, οι συμπιεστές στα ψυγεία και τα κλιματιστικά μηχανήματα χρησιμοποιούν κάποια παραλλαγή τέτοιου συστήματος.

Καθώς τα μόρια του αερίου μέσα στον κύλινδρο συγκρούονται με τα τοιχώματα του κυλίνδρου ασκούν δυνάμεις σ΄ αυτά. Έστω **F** η ολική δύναμη που ασκεί το αέριο στο έμβολο. Αν το έμβολο μετακινηθεί προς τα έξω κατά την πολύ μικρή απόσταση Δx, το έργο που παράγει η δύναμη που ασκεί το αέριο είναι:

$$\Delta W = F\,\Delta x \qquad (2.1)$$

Αν το εμβαδόν του εμβόλου είναι A και η πίεση του αερίου p, ισχύει

$$p = \frac{F}{A} \qquad \text{ή} \qquad F = p\,A$$

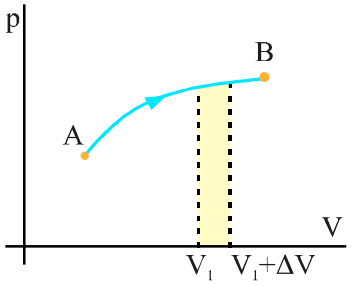
και η σχέση (2.1) γίνεται

$$\Delta W = p\,A\,\Delta x \qquad (2.2)$$

Όμως $A\,\Delta x = \Delta V$

όπου ΔV η πολύ μικρή μεταβολή του όγκου του αερίου. Έτσι μπορούμε να εκφράσουμε το έργο που παράγει το αέριο

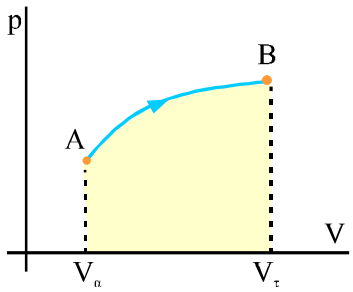
$$\Delta W = p\,\Delta V \qquad (2.3)$$



Σχ. 2.6 Σε μια τυχαία αντιστρεπτή μεταβολή το έργο κατά την εκτόνωση του αερίου από όγκο V_1 σε όγκο $V_1+\Delta V$ είναι ίσο με το εμβαδόν της επιφάνειας με το κίτρινο χρώμα.

Σύμφωνα με τη σχέση (2.3) **το έργο είναι θετικό αν το αέριο εκτονώνεται** (αυξάνει ο όγκος του) **και αρνητικό αν το αέριο συμπιέζεται**. Προσοχή: στο έμβολο μπορεί να ασκούνται και πολλές άλλες δυνάμεις. Η σχέση (2.3) δίνει το έργο της δύναμης που ασκεί το αέριο.

Έστω τώρα μια τυχαία αντιστρεπτή μεταβολή κατά την οποία το αέριο μεταβαίνει από την αρχική κατάσταση A στην τελική κατάσταση B (σχ.2.6). Αν η βάση (ΔV) της επιφάνειας με το κίτρινο χρώμα στο σχήμα 2.6 είναι πολύ μικρή, η επιφάνεια μπορεί να θεωρηθεί παραλληλόγραμμο. Το εμβαδόν της, που ισούται με το γινόμενο βάση × ύψος = $\Delta V \cdot p = \Delta W$, δίνει το έργο του αερίου κατά την εκτόνωσή του, από όγκο V_1 σε όγκο $V_1+\Delta V$.



Σχ. 2.7 Σε μια τυχαία αντιστρεπτή μεταβολή το έργο του αερίου κατά τη μεταβολή του από το A στο B είναι ίσο με το εμβαδόν κάτω από την γραμμή του διαγράμματος.

Αν χωρίσουμε την επιφάνεια κάτω από τη γραμμή του διαγράμματος σε στοιχειώδεις τέτοιες επιφάνειες και αθροίσουμε τα εμβαδά θα πάρουμε το έργο του αερίου κατά την μεταβολή του από την κατάσταση A στην κατάσταση B (σχ. 2.7).

Το έργο ενός αερίου σε μια αντιστρεπτή μεταβολή είναι αριθμητικά ίσο με το εμβαδόν της επιφάνειας από την γραμμή του διαγράμματος μέχρι τον άξονα V, στο διάγραμμα p-V.

2-6 ΘΕΡΜΟΤΗΤΑ

Αν έρθουν σε επαφή δύο σώματα με διαφορετικές θερμοκρασίες T_1 και T_2 ($T_1 > T_2$), μετά από κάποιο χρόνο θα αποκτήσουν ίδια θερμοκρασία T, μεταξύ των θερμοκρασιών T_1 και T_2 ($T_1 > T > T_2$). Φαίνεται σαν κάτι να μεταφέρεται από το θερμότερο προς το ψυχρότερο σώμα. Αυτό που μεταφέρεται είναι ενέργεια.

Η ενέργεια που μεταφέρεται λόγω της διαφοράς θερμοκρασίας δύο σωμάτων ονομάζεται θερμότητα και συμβολίζεται με Q.

Η θερμότητα, ως μορφή ενέργειας, στο SI μετριέται σε Joule. Πιο συνηθισμένη μονάδα της είναι η θερμίδα (cal από το calorie). $1\ cal = 4{,}186\ J$.

<u>Προσοχή:</u> Η θερμότητα δεν πρέπει να συγχέεται με τη θερμοκρασία. Η θερμότητα είναι ενέργεια ενώ η θερμοκρασία είναι το μέγεθος που επινοήσαμε για να μετράμε αντικειμενικά πόσο ζεστό ή κρύο είναι ένα σώμα.

2-7 ΕΣΩΤΕΡΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

Ένα αέριο σε υψηλή πίεση έχει τη δυνατότητα να παράγει έργο, επομένως το αέριο εμπεριέχει ενέργεια. Την ενέργεια αυτή θα την ονομάσουμε **εσωτερική ενέργεια** (συμβολίζεται με U), για να τη διακρίνουμε από οποιαδήποτε εξωτερική ενέργεια μπορεί να έχει το αέριο (π.χ. το αέριο μπορεί να έχει και κινητική ενέργεια λόγω μεταφορικής κίνησης που εκτελεί το δοχείο μέσα στο οποίο βρίσκεται).

Από μικροσκοπική άποψη, η ενέργεια που εμπεριέχει ένα σύστημα οφείλεται στην ενέργεια που έχουν τα σωματίδια που το απαρτίζουν. Τα μόρια, τα άτομα ή τα ιόντα οποιουδήποτε σώματος, σε όποια φάση και αν βρίσκεται (στερεή, υγρή ή αέρια) διαρκώς κινούνται. Έχουν επομένως κινητική ενέργεια. Επιπλέον, στα στερεά και στα υγρά τα σωματίδια αλληλεπιδρούν μεταξύ τους, επομένως έχουν και δυναμική ενέργεια.

Κάθε σώμα εμπεριέχει ενέργεια, που είναι το άθροισμα των ενεργειών των σωματιδίων που το απαρτίζουν, ως αποτέλεσμα της σχετικής τους κίνησης ως προς το κέντρο μάζας του σώματος και των αλληλεπιδράσεων μεταξύ τους. Αυτή την ενέργεια την ονομάζουμε εσωτερική ενέργεια.

Η εσωτερική ενέργεια ιδανικού αερίου

Τα μόρια του ιδανικού αερίου δεν αλληλεπιδρούν μεταξύ τους, επομένως δεν έχουν δυναμική ενέργεια. Η εσωτερική ενέργεια ενός ιδανικού αερίου οφείλεται στις κινητικές ενέργειες που έχουν τα μόριά του και είναι ίση με το άθροισμα αυτών των ενεργειών.

Η εσωτερική ενέργεια ενός ιδανικού αερίου είναι δυνατό να υπολογιστεί.

Η μέση κινητική ενέργεια ενός μορίου ιδανικού αερίου υπολογίστηκε στην παράγραφο 1-5 και βρέθηκε $\frac{1}{2}m\overline{\upsilon^2} = \frac{3}{2}kT$.

Αν το αέριο περιέχει N μόρια, η εσωτερική του ενέργεια θα είναι

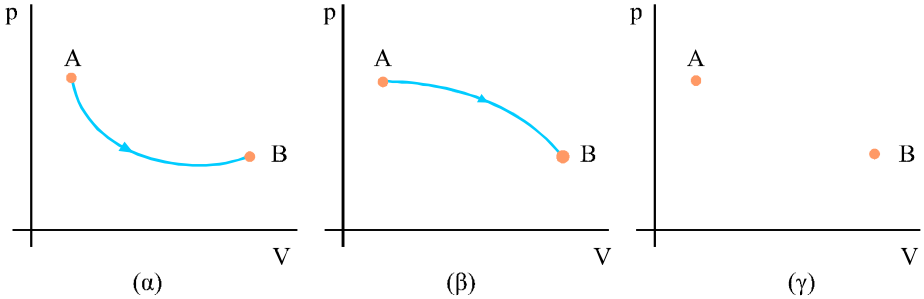
$$U = N\frac{1}{2}m\overline{\upsilon^2} = N\frac{3}{2}kT \qquad (2.4)$$

Αλλά $N = nN_A$ όπου n ο αριθμός των mol του αερίου. Επομένως $U = nN_A\frac{3}{2}kT$ και, αν λάβουμε υπόψη ότι $N_A k = R$, τελικά

$$U = \frac{3}{2}nRT \qquad (2.5)$$

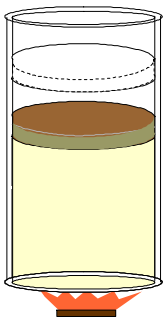
Η (2.5) δείχνει ότι **η εσωτερική ενέργεια ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου εξαρτάται μόνο από τη θερμοκρασία του.**

Έστω ένα ιδανικό αέριο που βρίσκεται αρχικά σε ισορροπία στην κατάσταση Α. Αν το αέριο μεταβεί σε μια άλλη κατάσταση ισορροπίας Β, η εσωτερική του ενέργεια θα μεταβληθεί. Σύμφωνα με τη σχέση (2.5) η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου εξαρτάται μόνο από την αρχική και τελική θερμοκρασία και όχι από τον τρόπο που πραγματοποιήθηκε η μεταβολή. Γενικότερα η μεταβολή στην εσωτερική ενέργεια ενός θερμοδυναμικού συστήματος εξαρτάται μόνο από την αρχική και την τελική κατάσταση του συστήματος.



Σχ. 2.8 Στα (α) και (β) ένα αέριο σύστημα μεταβαίνει από την κατάσταση Α στη Β με, διαφορετικό κάθε φορά, αντιστρεπτό τρόπο. Στο (γ) το ίδιο σύστημα μεταβαίνει από την κατάσταση Α στη Β με μη αντιστρεπτό τρόπο. Η μεταβολή δεν μπορεί να παρασταθεί γραφικά. Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του συστήματος είναι ίδια σε όλες τις περιπτώσεις.

Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας ενός θερμοδυναμικού συστήματος εξαρτάται μόνο από την αρχική και την τελική κατάσταση του συστήματος και όχι από τον τρόπο που πραγματοποιήθηκε η μεταβολή.



Σχ. 2.9 Ποσότητα αέριου θερμαίνεται. Το αέριο κατά την διάρκεια της μεταβολής του παράγει έργο.

2-8 ΠΡΩΤΟΣ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΟΣ ΝΟΜΟΣ

Ένα αέριο μεταβαίνει από μια αρχική κατάσταση σε μια άλλη. Έστω ότι κατά τη διάρκεια αυτής της μεταβολής το αέριο απορρόφησε ποσό θερμότητας Q και ότι το έργο που παράγει το αέριο κατά τη μεταβολή αυτή είναι W.

Η θερμότητα που προσφέρθηκε στο αέριο μετασχηματίζεται σε ενέργεια άλλης μορφής. Συγκεκριμένα, ένα μέρος της μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να αυξήσει την εσωτερική ενέργεια του αερίου και το υπόλοιπο μετατρέπεται σε μηχανικό έργο.

Το ποσό της θερμότητας που προσφέρεται στο αέριο, η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου και το έργο που παράγει το αέριο συνδέονται μεταξύ τους με τη σχέση

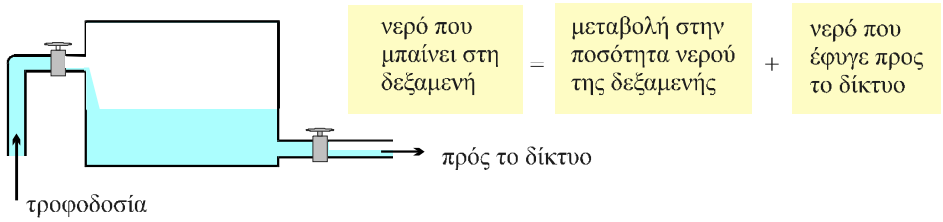
$$Q = \Delta U + W \qquad (2.6)$$

Η σχέση (2.6) αποτελεί **τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο.**

Το ποσό θερμότητας (Q) που απορροφά ή αποβάλλει ένα θερμοδυναμικό σύστημα είναι ίσο με το αλγεβρικό άθροισμα της μεταβολής της εσωτερικής του ενέργειας και του έργου που παράγει ή δαπανά το σύστημα.

Ο πρώτος θερμοδυναμικός νόμος είναι η εφαρμογή της αρχής διατήρησης της ενέργειας στη θερμοδυναμική.

Το παράδειγμα που ακολουθεί αποτελεί ένα μηχανικό ισοδύναμο του πρώτου θερμοδυναμικού νόμου.



Σχ. 2.10 Η δεξαμενή τροφοδοτείται από κάποια πηγή και δίνει νερό σε δίκτυο, μέσω αγωγού. Η δεξαμενή παίζει το ρόλο του θερμοδυναμικού συστήματος. Το νερό μέσα στη δεξαμενή αντιστοιχεί στην εσωτερική ενέργεια, το νερό που εισέρχεται στη θερμότητα και το νερό που εξέρχεται στο μηχανικό έργο.

Αν το σύστημα απορροφά θερμότητα, το Q στην σχέση (2.6) είναι θετικό, αν αποβάλλει θερμότητα είναι αρνητικό. Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας είναι θετική όταν αυξάνει η θερμοκρασία του συστήματος και αρνητική όταν μειώνεται. Το έργο του αερίου είναι θετικό όταν το αέριο εκτονώνεται και αρνητικό όταν συμπιέζεται.

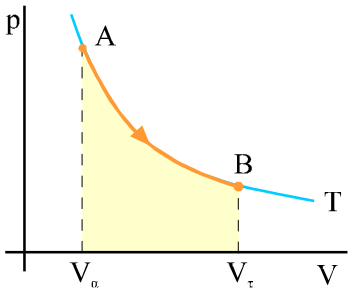
2-9 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΠΡΩΤΟΥ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΝΟΜΟΥ ΣΕ ΕΙΔΙΚΕΣ ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ

Α) Ισόθερμη αντιστρεπτή μεταβολή

Έστω μια ισόθερμη αντιστρεπτή μεταβολή ορισμένης ποσότητας αερίου από την αρχική κατάσταση Α, όγκου V_α , στην τελική κατάσταση Β, όγκου V_τ.

Η μεταβολή γίνεται σε σταθερή θερμοκρασία Τ. Το σχήμα 2.11 παριστάνει γραφικά τη μεταβολή.

Το εμβαδόν κάτω από την γραμμή του διαγράμματος είναι ίσο με το έργο που παράγει το αέριο. Από τον υπολογισμό του εμβαδού, που δεν είναι δυνατόν να γίνει χωρίς τη χρήση ολοκληρωμάτων, προκύπτει ότι



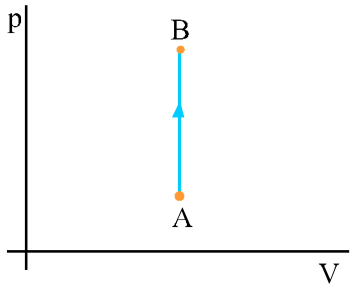
Σχ.2.11 Το διάγραμμα παριστάνει την ισόθερμη εκτόνωση ενός αερίου από την αρχική κατάσταση Α στην τελική κατάσταση Β.

$$W = nRT \ln \frac{V_\tau}{V_\alpha}$$

Επειδή η θερμοκρασία του αερίου δε μεταβάλλεται, $U_A=U_B$ επομένως $\Delta U=0$, οπότε ο πρώτος θερμοδυναμικός νόμος, στην ισόθερμη μεταβολή, παίρνει τη μορφή

$$Q = W \qquad \text{ή} \qquad Q = nRT \ln \frac{V_\tau}{V_\alpha}$$

Στην ισόθερμη εκτόνωση όλο το ποσό θερμότητας που απορροφά το αέριο μετατρέπεται σε μηχανικό έργο.



Σχ. 2.12 Η ισόχωρη μεταβολή ενός αερίου από την κατάσταση Α στην κατάσταση Β.

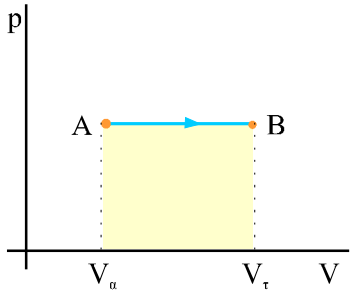
Β) Ισόχωρη αντιστρεπτή μεταβολή

Έστω η ισόχωρη αντιστρεπτή μεταβολή μιας ποσότητας αερίου, από την κατάσταση Α στην κατάσταση Β. Το αέριο θερμαίνεται με σταθερό όγκο και η θερμοκρασία του αυξάνεται. Το σχήμα 2.12 παριστάνει γραφικά τη μεταβολή.

Από το σχήμα φαίνεται ότι το έργο του αερίου είναι μηδέν. Αυτό είναι αναμενόμενο γιατί έργο έχουμε μόνο όταν ο όγκος του αερίου μεταβάλλεται. Έτσι από τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο προκύπτει

$$Q = \Delta U$$

Στην ισόχωρη θέρμανση όλο το ποσό θερμότητας που απορρόφησε το αέριο χρησιμοποιήθηκε για την αύξηση της εσωτερικής του ενέργειας.



Σχ. 2.13 Η ισόβαρής μεταβολή ενός αερίου από την κατάσταση Α στην κατάσταση Β.

Γ) Ισοβαρής αντιστρεπτή μεταβολή

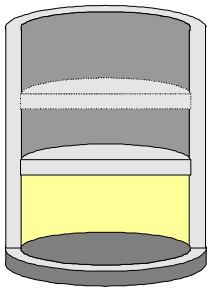
Ένα αέριο θερμαίνεται ισοβαρώς από την αρχική κατάσταση Α, όγκου V_α , στην τελική κατάσταση Β, όγκου V_τ . Το σχήμα 2.13 παριστάνει γραφικά τη μεταβολή. Το εμβαδόν κάτω από την γραμμή του διαγράμματος δίνει το έργο του αερίου.

$$W = p(V_\tau - V_\alpha) \qquad \text{ή} \qquad W = nR(T_\tau - T_a)$$

Ο πρώτος θερμοδυναμικός νόμος παίρνει τη μορφή

$$Q = \Delta U + p(V_\tau - V_\alpha)$$

Στην ισοβαρή θέρμανση ένα μέρος από το ποσό θερμότητας που απορρόφησε το αέριο από το περιβάλλον χρησιμοποιήθηκε για την αύξηση της εσωτερικής του ενέργειας και το υπόλοιπο αποδόθηκε εκ νέου στο περιβάλλον με τη μορφή έργου.



Σχ. 2.14 Τα τοιχώματα του δοχείου καθώς και το έμβολο είναι από μονωτικό υλικό. Στη διάρκεια της μεταβολής το αέριο δεν ανταλλάσσει θερμότητα με το περιβάλλον.

Δ) Αδιαβατική μεταβολή

Αδιαβατική ονομάζουμε τη μεταβολή κατά την οποία δε συντελείται μεταφορά θερμότητας από το περιβάλλον προς το σύστημα ή αντίστροφα.

Έστω ένα αέριο που εκτονώνεται με αντιστρεπτό τρόπο μέσα σε δοχείο με έμβολο από την κατάσταση Α (p_α, V_α) στην κατάσταση Β (p_τ, V_τ) (σχ. 2.14). Το δοχείο και το έμβολο είναι κατασκευασμένα έτσι ώστε να μην επιτρέπουν την ανταλλαγή θερμότητας ανάμεσα στο αέριο και στο περιβάλλον (ένα τέτοιο δοχείο είναι το θερμός που χρησιμοποιούμε στα σπίτια μας). Η μεταβολή αυτή είναι μια αντιστρεπτή αδιαβατική μεταβολή.

Ο νόμος που διέπει τη μεταβολή είναι

$$pV^\gamma = \sigma\tau\alpha\theta. \qquad \text{[Νόμος του Poisson (Πουασόν)]}$$

όπου γ ένας καθαρός αριθμός, μεγαλύτερος της μονάδας, που εξαρτάται από την ατομικότητα του αερίου και από το είδος των δεσμών που συγκρατούν τα άτομα στο μόριο. Για τον αριθμό αυτό θα μιλήσουμε στην επόμενη ενότητα.

Εφαρμόζοντας τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο και λαμβάνοντας υπόψη ότι Q=0 προκύπτει

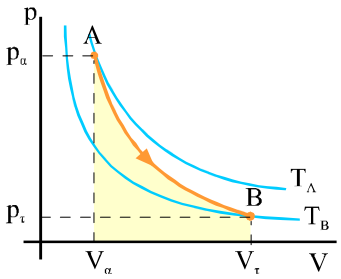
$$0 = \Delta U + W \quad \text{ή} \quad W = -\Delta U \qquad (2.7)$$

Στην αδιαβατική μεταβολή το έργο είναι ίσο με το αντίθετο της μεταβολής της εσωτερικής ενέργειας.

Επειδή στη μεταβολή που περιγράψαμε το έργο είναι θετικό, από τη σχέση (2.7) προκύπτει ότι η εσωτερική ενέργεια μειώνεται, επομένως το αέριο ψύχεται.

Το σχήμα 2.15 παριστάνει την αντιστρεπτή αδιαβατική μεταβολή που περιγράψαμε. Επειδή η τελική θερμοκρασία είναι μικρότερη από την αρχική, η καμπύλη της έχει μεγαλύτερη κλίση από την ισόθερμη που περνάει από το σημείο Α. Στην αδιαβατική μεταβολή το έργο μπορεί να υπολογιστεί από τη σχέση

$$W = \frac{p_\tau V_\tau - p_\alpha V_a}{1-\gamma}$$



Σχ. 2.15 Ένα αέριο εκτονώνεται αδιαβατικά από την αρχική κατάσταση Α στην τελική κατάσταση Β.

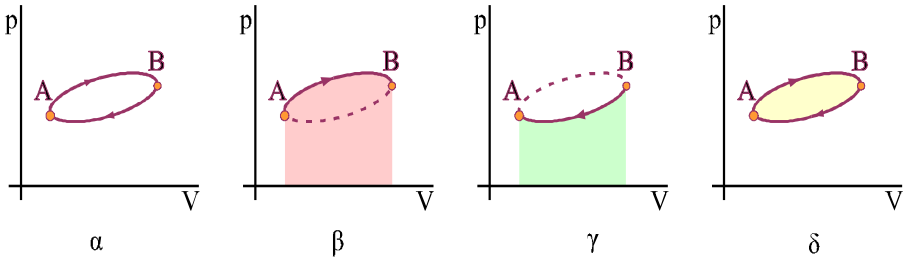
Στην πράξη όταν ένα αέριο συμπιέζεται (ή εκτονώνεται) πολύ γρήγορα, πολύ μικρό ποσό θερμότητας μετακινείται από το αέριο προς το περιβάλλον ή αντίστροφα. Η διεργασία αυτή είναι σχεδόν αδιαβατική. Τέτοιες διεργασίες συμβαίνουν στον κύλινδρο του βενζινοκινητήρα.

Ε) Κυκλική αντιστρεπτή μεταβολή

Κυκλική ονομάζουμε μια μεταβολή στην οποία το σύστημα μετά από μια διεργασία επιστρέφει στην ίδια κατάσταση.

Το σχήμα 2.16 παριστάνει μια κυκλική αντιστρεπτή μεταβολή ορισμένης ποσότητας αερίου. Το αέριο αρχικά βρισκόταν στην κατάσταση Α και μετά από μια διεργασία επιστρέφει πάλι στην αρχική κατάσταση Α.

Το έργο του αερίου μπορεί να υπολογιστεί ως εξής: Το έργο του αερίου κατά τη μεταβολή από το Α στο Β είναι ίσο με το εμβαδόν του τμήματος που είναι σκιασμένο με κόκκινο και είναι θετικό, γιατί το αέριο εκτονώνεται. Το έργο, κατά τη μεταβολή από το Β στο Α, είναι ίσο με το εμβαδόν του τμήματος που είναι σκιασμένο με πράσινο και είναι αρνητικό γιατί το αέριο συμπιέζεται. Το έργο του αερίου σε ολόκληρη την κυκλική μεταβολή που είναι το αλγεβρικό άθροισμα αυτών των έργων, είναι ίσο με το εμβαδόν που περικλείει η κλειστή γραμμή που περιγράφει τη μεταβολή.



Σχ. 2.16 Το σχήμα α παριστάνει γραφικά μια αντιστρεπτή κυκλική μεταβολή. Το εμβαδόν της χρωματισμένης επιφάνειας στο σχήμα β δίνει το έργο του αερίου κατά την μεταβολή Α→Β. Το έργο κατά τη μεταβολή Β→Α είναι κατ' απόλυτη τιμή ίσο με το εμβαδόν της χρωματισμένης επιφάνειας στο σχήμα γ, η αλγεβρική του τιμή όμως είναι αρνητική. Το συνολικό έργο προκύπτει αν από το εμβαδόν του σχήματος β αφαιρέσουμε το εμβαδόν του σχήματος γ. Από την αφαίρεση αυτή προκύπτει το εμβαδόν που περικλείει η γραμμή του διαγράμματος (σχ. δ).

Το ολικό έργο σε μια κυκλική αντιστρεπτή μεταβολή είναι ίσο με το εμβαδόν που περικλείεται από τη γραμμή του διαγράμματος, στη γραφική παράσταση p-V.

Εάν η κυκλική μεταβολή διαγραφόταν κατά την αντίθετη φορά, για να υπολογίσουμε το έργο θα αφαιρούσαμε από το μικρό εμβαδόν το μεγάλο. Έτσι, το συνολικό έργο θα ήταν αρνητικό. Επομένως σε μια αντιστρεπτή κυκλική μεταβολή, το έργο είναι θετικό όταν η γραφική παράσταση της μεταβολής διαγράφεται με την φορά των δεικτών του ρολογιού και αρνητικό όταν διαγράφεται με την αντίθετη φορά.

Επειδή το αέριο επιστρέφει στην αρχική του κατάσταση, η μεταβολή στην εσωτερική του ενέργεια είναι μηδέν $\Delta U = 0$.
Εφαρμόζοντας τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο στην κυκλική μεταβολή έχουμε

$$Q = W$$

Στην κυκλική μεταβολή η θερμότητα που απορροφά ή αποδίδει το αέριο ισούται με το έργο που παράγει ή δαπανά.

2-10 ΓΡΑΜΜΟΜΟΡΙΑΚΕΣ ΕΙΔΙΚΕΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΕΣ ΑΕΡΙΩΝ

Έχει βρεθεί πειραματικά ότι το ποσό θερμότητας που απαιτείται για να αυξηθεί η θερμοκρασία ενός σώματος μάζας m, κατά ΔT δίνεται από τη σχέση

$$Q = m\, c\, \Delta T \qquad (2.8)$$

όπου c είναι η ειδική θερμότητα του υλικού. Στα υγρά και στα στερεά η ειδική θερμότητα του σώματος εξαρτάται μόνο από το υλικό του.

Αν αντί για τη μάζα του σώματος χρησιμοποιήσουμε την ποσότητά του σε mol, επειδή $m = n\, M$, όπου M η γραμμομοριακή μάζα, μπορούμε να γράψουμε τη σχέση (2.8) με τη μορφή

$$Q = n\, M\, c\, \Delta T \qquad (2.9)$$

Το γινόμενο $M\, c$ ονομάζεται γ**ραμμομοριακή ειδική θερμότητα** και συμβολίζεται με C. Αντικαθιστώντας το γινόμενο $M\, c$ με το C η σχέση (2.9) γίνεται

$$Q = n\, \mathrm{C}\, \Delta T$$

Η γραμμομοριακή ειδική θερμότητα C, στο SI, μετριέται σε J/(mol K) και εκφράζει το ποσό θερμότητας που πρέπει να προσφερθεί σε 1 mol του σώματος για να αυξηθεί η θερμοκρασία του κατά ένα βαθμό.

Ενώ η ειδική θερμότητα στα υγρά και στα στερεά εξαρτάται μόνο από το υλικό, στα αέρια η γραμμομοριακή ειδική θερμότητα εξαρτάται και από τον τρόπο με τον οποίο θερμαίνεται το αέριο.

Από όλους του δυνατούς τρόπους με τους οποίους μπορεί να θερμανθεί ένα αέριο, και τις αντίστοιχες γραμμομοριακές ειδικές θερμότητες που προκύπτουν, ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζουν δύο, η θέρμανση με σταθερό όγκο και η θέρμανση με σταθερή πίεση.

Θέρμανση αερίου με σταθερό όγκο

Το αέριο του σχήματος 2.17 βρίσκεται μέσα σε δοχείο σταθερού όγκου και θερμαίνεται ώστε η θερμοκρασία του να αυξηθεί κατά ΔΤ. Αν συμβολίσουμε με Q_V το ποσό θερμότητας που απορροφά το αέριο και με C_V τη γραμμομοριακή ειδική θερμότητα κατά την ισόχωρη αυτή θέρμανση έχουμε

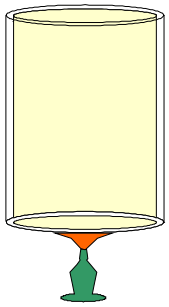
$$Q_V = nC_V \Delta T \qquad (2.10)$$

Αφού ο όγκος του αερίου δε μεταβάλλεται το έργο του αερίου είναι μηδέν. Εφαρμόζοντας τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο έχουμε

$$Q_V = \Delta U \qquad (2.11)$$

Η σχέση (2.11), λόγω της (2.10), γίνεται

$$\Delta U = n\, C_V\, \Delta T \qquad (2.12)$$



Σχ. 2.17 Θέρμανση αερίου με σταθερό όγκο. Ο πυθμένας του δοχείου είναι **διαθερμικός** επιτρέπει δηλαδή τη μεταφορά θερμότητας από την εστία θέρμανσης στο αέριο.

Πρέπει να τονιστεί ότι επειδή η εσωτερική ενέργεια ενός αερίου εξαρτάται μόνο από την αρχική και τελική θερμοκρασία του αερίου η σχέση (2.12) δίνει τη μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας σε κάθε περίπτωση που η θερμοκρασία ενός αερίου μεταβάλλεται κατά ΔΤ, με όποιον τρόπο και αν πραγματοποιείται αυτή η μεταβολή.

Θέρμανση αερίου με σταθερή πίεση

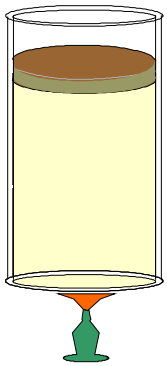
Έστω ότι η ίδια ποσότητα αερίου θερμαίνεται ισοβαρώς (σχ. 2.18) ώστε η θερμοκρασία του να μεταβληθεί κατά το ίδιο ποσό ΔΤ. Αν συμβολίσουμε με Q_p και C_p τη θερμότητα και τη γραμμομοριακή ειδική θερμότητα του αερίου στην ισοβαρή θέρμανση, μπορούμε να γράψουμε

$$Q_p = n\, C_p\, \Delta T$$

Το έργο που παράγει το αέριο είναι $W = p\, \Delta V$.

Από την καταστατική εξίσωση έχουμε $p\, \Delta V = n\, R\, \Delta T$, οπότε η σχέση που δίνει το έργο γίνεται

$$W = n\, R\, \Delta T \qquad (2.13)$$



Σχ. 2.18 Θέρμανση αερίου με σταθερή πίεση.

Από τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο $Q = \Delta U + W$, αν λάβουμε υπόψη τις (2.12) και (2.13), προκύπτει

$$n\, C_p\, \Delta T = n\, C_V\, \Delta T + n\, R\, \Delta T$$

ή

$$C_p = C_V + R \qquad (2.14)$$

Η σχέση 2.14 δείχνει ότι η C_p είναι μεγαλύτερη από τη C_V κατά την ποσότητα R.

Υπολογισμός των C_p και C_V

Η εσωτερική ενέργεια ιδανικού αερίου δίνεται από τη σχέση $U = \frac{3}{2} n\,R\,T$. Όταν η θερμοκρασία του αερίου μεταβάλλεται κατά ΔΤ η εσωτερική του ενέργεια μεταβάλλεται κατά $\Delta U = \frac{3}{2} n\,R\,\Delta T$. Από τη σχέση (2.12) προκύπτει

$$n\,C_V\,\Delta T = \frac{3}{2} n\,R\,\Delta T$$

άρα

$$C_V = \frac{3}{2} R = 12{,}47 \text{ J/mol}\cdot\text{K} \qquad (2.15)$$

Για τη C_p ισχύει : $C_p = C_V + R = \frac{3}{2} R + R$

οπότε $$C_p = \frac{5}{2} R = 20{,}78 \text{ J/mol}\cdot\text{K} \qquad (2.16)$$

Η ποσότητα γ που συναντήσαμε στο νόμο της αδιαβατικής μεταβολής είναι ο λόγος των δύο γραμμομοριακών ειδικών θερμοτήτων.

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V}$$

το γ είναι καθαρός αριθμός μεγαλύτερος της μονάδας και στα ιδανικά αέρια σύμφωνα με τις σχέσεις (2.15) και (2.16) έχει την τιμή $\gamma = 5/3$.

Για τα πραγματικά αέρια η τιμή του λόγου $\frac{C_p}{C_v}$ εξαρτάται από την ατομικότητά του και το είδος των δεσμών που συγκρατούν τα άτομα στο μόριο.

Ο πίνακας που ακολουθεί δίνει τις γραμμομοριακές ειδικές θερμότητες ορισμένων αερίων όπως μετρήθηκαν πειραματικά.

Τύπος αερίου	Αέριο	C_V (J/mol·K)	C_p (J/mol·K)	C_p-C_V (J/mol·K)	$\gamma = C_p/C_V$
Μονοατομικό	He	12,47	20,78	8,31	1,67
	A	12,47	20,78	8,31	1,67
Διατομικό	H_2	20,42	28,74	8,32	1,41
	N_2	20,76	29,07	8,31	1,4
	O_2	20,85	29,17	8,31	1,4
	CO	20,85	29,16	8,31	1,4
Πολυατομικό	CO_2	28,46	36,94	8,48	1,3
	SO_2	31,39	40,37	8,98	1,29
	H_2S	34,6	34,6	8,65	1,33

Παρατηρούμε ότι η θεωρητική πρόβλεψη για τα C_V και C_p με βάση το ιδανικό αέριο, συμφωνεί απόλυτα με τα πειραματικά δεδομένα αν πρόκειται για μονοατομικό αέριο, ενώ αποκλίνει αισθητά για τα διατομικά και πολυατομικά αέρια. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι ενώ τα μόρια των μονοατομικών αερίων προσεγγίζουν το μοντέλο του ιδανικού αερίου τα μόρια που αποτελούνται από περισσότερα άτομα εμφανίζουν δομή που δεν γίνεται να αγνοηθεί.

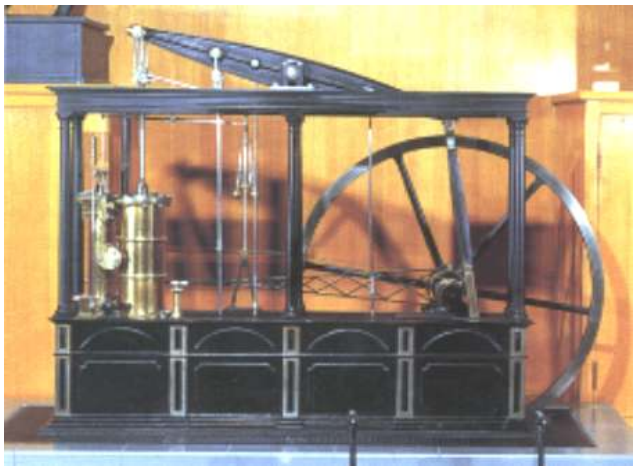
Πιο συγκεκριμένα, στο ιδανικό αέριο θεωρήσαμε τα μόρια υλικά σημεία, οπότε η μόνη δυνατότητα κίνησης είναι η μεταφορική κίνηση και υπολογίσαμε την εσωτερική του ενέργεια ως το άθροισμα των μεταφορικών κινητικών ενεργειών των μορίων του. Τα διατομικά μόρια, όπως τα μόρια του N_2 και του O_2 πρέπει να θεωρηθούν ότι αποτελούνται από δύο σωματίδια συνδεδεμένα μεταξύ τους. Εκτός από τη δυνατότητα που έχει ένα τέτοιο μόριο να κάνει μεταφορική κίνηση, τα σωματίδια που το αποτελούν έχουν τη δυνατότητα να περιστρέφονται γύρω από το κοινό κέντρο μάζας τους και, κάτω από ορισμένες συνθήκες (υψηλή θερμοκρασία), να ταλαντώνονται. Όλες αυτές οι κινήσεις συνεισφέρουν στην εσωτερική ενέργεια. Έτσι, αν θέλαμε να κάνουμε πιο ακριβείς υπολογισμούς όταν υπολογίζουμε την εσωτερική ενέργεια θα πρέπει για τέτοια αέρια (διατομικά-τριατομικά) να λάβουμε υπόψη όλες τις κινήσεις.

Όμως, όπως φαίνεται στον πίνακα, ακόμα και σ΄ αυτές τις περιπτώσεις (διατομικά ή πολυατομικά μόρια) η διαφορά C_p-C_V συμφωνεί, με μεγάλη προσέγγιση, με τη σχέση 2.14.

2-11 ΘΕΡΜΙΚΕΣ ΜΗΧΑΝΕΣ

Θερμικές μηχανές ονομάζουμε τις διατάξεις που μετατρέπουν τη θερμότητα σε μηχανικό έργο.

Η ιστορία των μηχανών αυτών αρχίζει το 1712 όταν ο Thomas Newcomen (Τόμας Νιουκάμεν) επινόησε την πρώτη ατμομηχανή. Η ατμομηχανή του Newcomen ήταν αρκετά χοντροκομμένη και χρησιμοποιήθηκε για την άντληση νερού από τα ορυχεία. Το 1769 ο Watt, βελτίωσε την μηχανή του Newcomen και παρουσίασε μια μηχανή για πολλές χρήσεις. Η εφεύρεση της ατμομηχανής και στη συνέχεια η διάδοση της χρήσης της είχε ως αποτέλεσμα βαθιές αλλαγές στη ζωή των ανθρώπων και στις κοινωνικές δομές. Η περίοδος που ακολούθησε ονομάστηκε βιομηχανική επανάσταση.

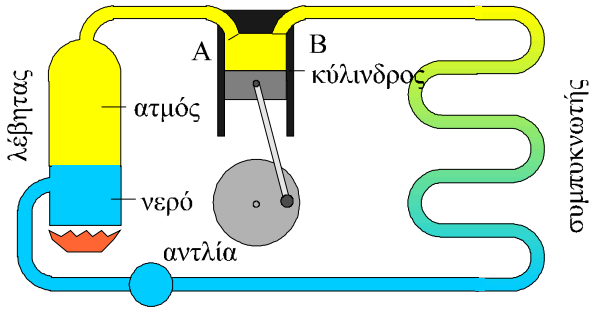


Εικ. 2.3 Η ατμομηχανή του Watt.

Από την εποχή του Newcomen και του Watt μέχρι σήμερα οι θερμικές μηχανές έκαναν μεγάλο δρόμο. Οι ατμομηχανές τελειοποιήθηκαν, επινοήθηκαν νέες θερμικές μηχανές, όπως οι μηχανές ντίζελ, οι βενζινοκινητήρες, οι αεροστρόβιλοι που χρησιμοποιούνται στα αεροπλάνα και οι ατμοστρόβιλοι που χρησιμοποιούνται στα εργοστάσια παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας. Το μεγαλύτερο μέρος της ενέργειας που χρησιμοποιούμε σήμερα σχετίζεται με τη χρήση των θερμικών μηχανών.

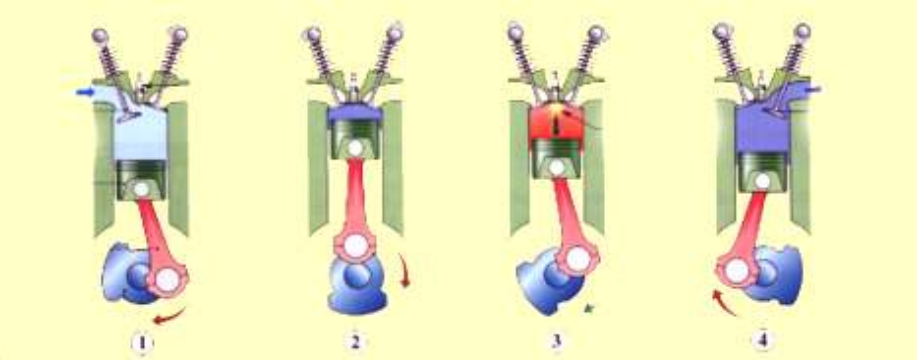
Το σχήμα 2.19 παριστάνει το μοντέλο μιας ατμομηχανής. Στο λέβητα παράγεται θερμός ατμός υψηλής πίεσης, ο οποίος - μέσω της βαλβίδας Α (βαλβίδα εισαγωγής) - διοχετεύεται στον κύλινδρο, σπρώχνει το έμβολο και παράγει έργο. Καθώς ο ατμός εκτονώνεται μέσα στον κύλινδρο, η πίεση και η

θερμοκρασία του ελαττώνονται. Στη συνέχεια ο ατμός που τώρα έχει χαμηλή πίεση αποβάλλεται από τον κύλινδρο, από τη βαλβίδα Β (βαλβίδα εξαγωγής), και διοχετεύεται σε μια διάταξη που ονομάζεται συμπυκνωτής. Εκεί ο ατμός ψύχεται με τρεχούμενο νερό ή από τον αέρα και συμπυκνώνεται πάλι σε νερό. Το νερό οδηγείται πίσω στο λέβητα.



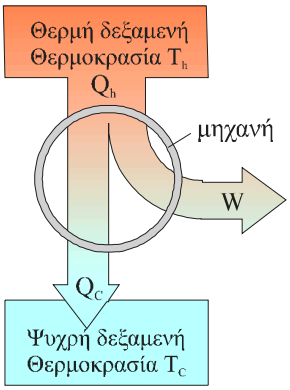
Σχ. 2.19 Αρχή λειτουργίας της ατμομηχανής.

Στους βενζινοκινητήρες, τα θερμά αέρια που παράγονται από την καύση της βενζίνης με τον αέρα σπρώχνουν το έμβολο του κυλίνδρου και παράγουν έργο. Στη συνέχεια αποβάλλονται από τον κύλινδρο και μέσω της εξάτμισης διοχετεύονται στο περιβάλλον.



Εικ. 2.4 Κύκλος βενζινοκινητήρα τεσσάρων χρόνων. (1) Το έμβολο κατεβαίνει. Η βαλβίδα εισόδου είναι ανοικτή, μίγμα βενζίνης - αέρα γεμίζει τον κύλινδρο.(2) Το έμβολο ανεβαίνει. Οι βαλβίδες είναι κλειστές και το μίγμα συμπιέζεται (3) Το μίγμα αναφλέγεται με το σπινθήρα που προκαλεί το μπουζί και τα αέρια της καύσης απωθούν βίαια το έμβολο προς τα κάτω (4) Το έμβολο ανεβαίνει. Η βαλβίδα εξαγωγής είναι ανοικτή και τα καυσαέρια απομακρύνονται από τον κύλινδρο.

Σχηματικά θα μπορούσαμε να πούμε ότι η θερμική μηχανή είναι μια διάταξη που υποβάλλει ένα «μέσον» σε μια μεταβολή. **Επειδή η μηχανή μετατρέπει συνεχώς τη θερμότητα σε έργο πρέπει η μεταβολή στην οποία υποβάλλεται το μέσον να είναι κυκλική,** ώστε, όταν ολοκληρωθεί η μεταβολή, η μηχανή να επιστρέψει στην αρχική της κατάσταση και να επαναλάβει την ίδια διαδικασία ξανά και ξανά. Στην ατμομηχανή το υλικό που υποβάλλεται στην κυκλική διεργασία είναι το νερό. Το νερό αφού γίνει ατμός και ολοκληρώσει την πορεία του μέσω του κυλίνδρου και του συμπυκνωτή επιστρέφει στο λέβητα στις ίδιες συνθήκες.



Σχ. 2.20 Αρχή λειτουργίας μιας θερμικής μηχανής. Η κυκλική περι-οχή συμβολίζει τη μηχανή η οποία δέχεται ποσό θερμότητας Q_h από τη θερμή δεξαμενή, παράγει έργο W και αποβάλλει ποσό θερμότητας Q_c στην ψυχρή δεξαμενή.

Κατά τη διάρκεια της κυκλικής μεταβολής του μέσου, η μηχανή

1. **απορροφά θερμότητα (Q_h) από μια δεξαμενή υψηλής θερμοκρασίας T_h.**
2. **παράγει έργο.**
3. **αποβάλλει θερμότητα (Q_c) σε μια δεξαμενή χαμηλότερης θερμοκρασίας T_c.**

Προηγουμένως χρησιμοποιήσαμε τον όρο **δεξαμενή θερμότητας**. Έτσι συνηθίζουμε να λέμε ένα σώμα που παραμένει σε σταθερή θερμοκρασία ακόμη κι αν παίρνει ή δίνει θερμότητα. Στην ατμομηχανή δεξαμενή υψηλής θερμοκρασίας είναι ο λέβητας, του οποίου η θερμοκρασία διατηρείται σταθερή μέσω της ελεγχόμενης καύσης κάποιου καυσίμου, ενώ δεξαμενή χαμηλής θερμοκρασίας είναι ο συμπυκνωτής, ο οποίος βρίσκεται σε επαφή ή με την ατμόσφαιρα ή με μια μάζα νερού, οπότε η θερμοκρασία του διατηρείται επίσης σταθερή. Στις μηχανές εσωτερικής καύσης το καιόμενο υγρό καύσιμο μέσα στο θάλαμο καύσης - κύλινδρο- είναι η δεξαμενή υψηλής θερμοκρασίας και το περιβάλλον, όπου διοχετεύονται τα καυσαέρια, η δεξαμενή χαμηλής θερμοκρασίας.

Ο συντελεστής απόδοσης (e) οποιασδήποτε μηχανής είναι ο λόγος του ωφέλιμου έργου που μας δίνει η μηχανή προς την ενέργεια που δαπανούμε για να λειτουργήσει.

Εικ. 2.5 Βενζινοκινητήρας αυτοκινήτου.

Στη θερμική μηχανή η ενέργεια που δαπανούμε είναι η θερμότητα Q_h με την οποία τροφοδοτούμε τη μηχανή από τη δεξαμενή υψηλής θερμοκρασίας.

Επομένως $$e = \frac{W}{Q_h} \qquad (2.17)$$

Το καθαρό ποσό θερμότητας Q που απορροφά το μέσον είναι το ποσό θερμότητας που παίρνει από τη δεξαμενή υψηλής θερμοκρασίας μείον αυτό που αποβάλλει στη δεξαμενή χαμηλής θερμοκρασίας, $Q_h - |Q_c|$. Στην κυκλική μεταβολή το έργο που παράγει το αέριο ισούται με το καθαρό ποσό θερμότητας που απορροφά δηλαδή $W = Q_h - |Q_c|$.

Αντικαθιστώντας στη (2.17) βρίσκουμε

$$e = \frac{Q_h - |Q_c|}{Q_h} \quad \text{ή} \quad e = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_h} \qquad (2.18)$$

Οι ατμομηχανές έχουν απόδοση έως 18%, ενώ στις ατμομηχανές που είναι εφοδιασμένες με στρόβιλο, αντί για κύλινδρο και έμβολο, η απόδοση φτάνει μέχρι και 40%. Οι βενζινομηχανές έχουν απόδοση περίπου 20%, ενώ οι μηχανές ντίζελ από 35% έως 40%.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2.1

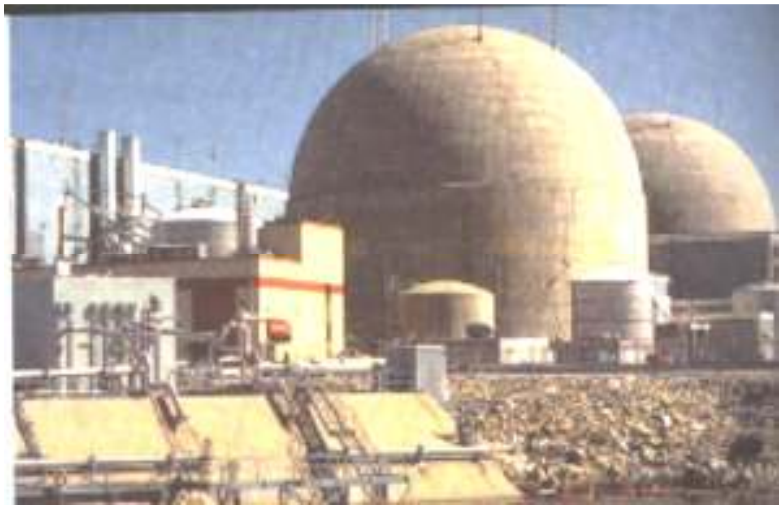
Μηχανή εσωτερικής καύσης καταναλώνει σε κάθε κύκλο λειτουργίας της θερμότητα 5000 J και αποβάλλει στην εξάτμιση θερμότητα 3500 J. Υπολογίστε το συντελεστή απόδοσης της μηχανής.

Απάντηση :

Ο συντελεστής απόδοσης μιας μηχανής δίνεται από την σχέση (2.18)

$$e = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_h} = 1 - \frac{3500\ \text{J}}{5000\ \text{J}} = 0{,}3 \quad \text{ή} \quad 30\%$$

Εικ. 2.6 Ατμοστρόβιλος σε εργοστάσιο παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας.



Εικ. 2.7 Πυρηνικό εργοστάσιο παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας στη Βιρτζίνια των Η.Π.Α. Παράγει ηλεκτρική ισχύ 900 MW και ταυτόχρονα αποβάλλει στο κοντινό ποτάμι θερμότητα με ρυθμό 2100 MW. Το εργοστάσιο αυτό όπως και τα υπόλοιπα του είδους του «πετάει» πολύ περισσότερη ενέργεια από όση αποδίδει σε χρήσιμη μορφή.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2.2

Θερμική μηχανή έχει απόδοση 25%, και σε κάθε κύκλο παράγει ωφέλιμο έργο 2000 J. Υπολογίστε την ενέργεια που δαπανάται για κάθε κύκλο λειτουργίας της μηχανής.

Απάντηση :

Ο συντελεστής απόδοσης μιας μηχανής δίνεται από τη σχέση (2.17)

$$e = \frac{W}{Q_h} \quad \text{άρα} \quad Q_h = \frac{W}{e} = \frac{2000J}{0{,}25} = 8000J$$

Για τη λειτουργία της μηχανής δαπανάται θερμότητα 8000 J σε κάθε κύκλο.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2.3

Ο κινητήρας Diesel της εικόνας χρησιμοποιείται σε μικρά φορτηγά πλοία. Ο συντελεστής απόδοσης ενός τέτοιου κινητήρα είναι 0,25. Το πλοίο που τον φέρει ταξιδεύει με 15 κόμβους. Οι δεξαμενές του πλοίου περιέχουν 150 τόνους καυσίμου. Ποια απόσταση μπορεί να διανύσει το πλοίο με αυτά τα καύσιμα;
[1 κόμβος = 1 ναυτικό μίλι /h = 1852 m/h. 1 kg καυσίμου αποδίδει κατά την καύση του 39800 kJ].

Απάντηση :

Ο κινητήρας αποδίδει ισχύ $P = 12 \times 220\,kW = 2\,640\,kW$

Η απόδοση του κινητήρα είναι ο λόγος της μηχανικής ισχύος (P) που αποδίδει ο κινητήρας κατά τη λειτουργία του προς την θερμική ισχύ (P_h) που παίρνει κατά την καύση του καυσίμου.

$$e = \frac{P}{P_h} \qquad \text{οπότε} \qquad P_h = \frac{P}{e} = 10560\,kW$$

Εικ. 2.8 Φινλανδικός κινητήρας Diesel Wartsila
12 κύλινδροι σε διάταξη V.
Εσωτερική διάμετρος κυλίνδρου : 200 mm.
Διαδρομή εμβόλου : 240 mm.
Κυλινδρισμός : 7,54 L ανά κύλινδρο.
Ισχύς : 220 kW ανά κύλινδρο για ταχύτητα 15 κόμβων.

Από τα καύσιμα, σε χρονικό διάστημα Δt = 1 h αποδίδεται θερμότητα

$$Q_h = P_h \Delta t = 10.560\,kW \cdot 3.600\,s = 38.016.000\,kJ$$

Η μάζα του καυσίμου που αποδίδει τόση θερμότητα κατά την καύση της είναι

$$m = \frac{38.016.000\,kJ}{39.800\,kJ/kg} \approx 955\,kg$$

Σε μια ώρα το πλοίο διανύει $15\,\nu.\mu./h \times 1852\,m/\nu.\mu. \times 1\,h = 27780\,m = 27{,}78\,km$

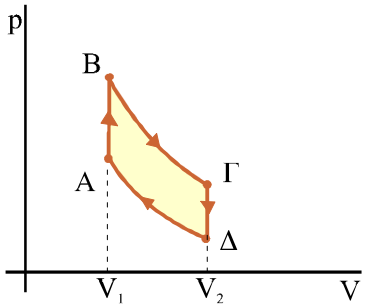
Αφού με 955 kg καυσίμου το πλοίο διανύει 27,78 km με τους 150 τόνους θα διανύσει

$$27{,}78\,km \frac{150000\,kg}{955\,kg} \approx 4363\,km$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2.4

Κύκλος Otto (βενζινοκινητήρας)

Το ιδανικό αέριο θερμικής μηχανής εκτελεί την κυκλική μεταβολή του σχήματος 2.21 που περιλαμβάνει τις πιο κάτω διαδοχικές μεταβολές.
ΑΒ : ισόχωρη θέρμανση σε όγκο V_1.
ΒΓ : αδιαβατική εκτόνωση.
ΓΔ : ισόχωρη ψύξη σε όγκο V_2.
ΔΑ : αδιαβατική συμπίεση.
Να βρεθεί ο συντελεστής απόδοσης της μηχανής.



Σχ. 2.21

Απάντηση :

$$Q_{AB} = nC_V(T_B - T_A)$$

$T_B > T_A$ οπότε $Q_{AB} > 0$ (απορροφάται από το σύστημα)

Η μεταβολή ΒΓ είναι αδιαβατική οπότε $Q_{ΒΓ} = 0$

$$Q_{ΓΔ} = nC_V(T_Δ - T_Γ)$$

$T_Δ < T_Γ$ οπότε $Q_{ΓΔ} < 0$ (αποδίδεται στο περιβάλλον)

Η μεταβολή ΔΑ είναι αδιαβατική οπότε $Q_{ΔΑ} = 0$

Η θερμότητα που απορροφάται συνολικά είναι $Q_h = Q_{AB} = nC_V(T_B - T_A)$

Η θερμότητα που αποδίδεται στο περιβάλλον είναι $Q_c = Q_{ΓΔ} = nC_V(T_Δ - T_Γ)$

και $$|Q_c| = -nC_V(T_\Delta - T_\Gamma) = nC_V(T_\Gamma - T_\Delta)$$

$$e = \frac{W}{Q_h} = \frac{Q_h - |Q_c|}{Q_h} = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_h} = 1 - \frac{nC_V(T_\Gamma - \mathrm{T}_\Delta)}{nC_V(T_B - T_A)}$$

οπότε $$e = 1 - \frac{T_\Gamma - \mathrm{T}_\Delta}{T_B - T_A} \qquad (2.19)$$

Από το νόμο του Poisson για την αδιαβατική μεταβολή Β→Γ γνωρίζουμε ότι

$$p_B V_1^\gamma = p_\Gamma V_2^\gamma \qquad (2.20)$$

Από την καταστατική εξίσωση προκύπτει $p_B = \dfrac{nRT_B}{V_1}$ και $p_\Gamma = \dfrac{nRT_\Gamma}{V_2}$

Αντικαθιστώντας στη (2.20) τα p_B και p_Γ με τα ίσα τους προκύπτει $T_B V_1^{\gamma-1} = \mathrm{T}_\Gamma V_2^{\gamma-1}$ (2.21)

Με τον ίδιο ακριβώς τρόπο προκύπτει επίσης $T_A V_1^{\gamma-1} = \mathrm{T}_\Delta V_2^{\gamma-1}$ (2.22)

Αφαιρώντας κατά μέλη τις (2.22) και (2.21) βρίσκουμε $V_1^{\gamma-1}(T_B - T_A) = V_2^{\gamma-1}(T_\Gamma - T_\Delta)$

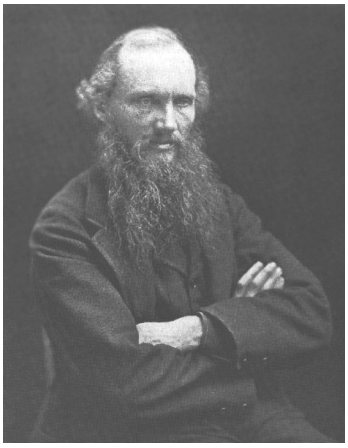
ή $$\frac{T_\Gamma - \mathrm{T}_\Delta}{T_B - T_A} = \frac{V_1^{\gamma-1}}{V_2^{\gamma-1}}$$

και τελικά από τη (2.19) προκύπτει $$e = 1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}$$

Εικ. 2.9 Όταν ένα αυτοκίνητο κινείται, μόλις το ένα έκτο της ενέργειας που παρέχεται από το καύσιμο στη μηχανή αξιοποιείται για την προώθησή του.

2-12 Ο ΔΕΥΤΕΡΟΣ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΟΣ ΝΟΜΟΣ

Η θερμοδυναμική έκανε τα πρώτα της βήματα στις αρχές του 19ου αιώνα, προσπαθώντας να δώσει λύση στα πρακτικά προβλήματα που επέβαλε η χρήση των θερμικών μηχανών. Όπως φαίνεται και από τη σχέση (2.18), ο συντελεστής απόδοσης μιας θερμικής μηχανής είναι μικρότερος από ένα. Θα ήταν ένα αν η μηχανή μετέτρεπε όλο το ποσό της θερμότητας σε ωφέλιμο έργο, ωστόσο κανένας δεν κατόρθωσε να κατασκευάσει μια τέτοια μηχανή. Όλες οι μηχανές εκμεταλλεύονται μόνο ένα μέρος της θερμότητας και αποβάλλουν σημαντικά ποσά θερμότητας στο περιβάλλον. Οι επανειλημμένες αποτυχίες των ερευνητών να κατασκευάσουν την "τέλεια" θερμική μηχανή που θα μετέτρεπε πλήρως τη θερμότητα σε ωφέλιμο έργο έπεισαν ότι η αδυναμία οφείλεται σε περιορισμούς που θέτει η ίδια η φύση. Η διαπίστωση αυτή οδήγησε στη διατύπωση του δεύτερου θερμοδυναμικού νόμου, από τους **Kelvin και Planck** (Κέλβιν και Πλανκ):



Εικ. 2.10 Λόρδος Κέλβιν (Ουίλιαμ Τόμσον) (1825-1907). Αγγλία. Από οικογένεια εύπορη αλλά ταπεινής καταγωγής ο νεαρός Ουίλιαμ ήταν ένα παιδί θαύμα. Σε ηλικία 22 ετών κατείχε την έδρα της Φυσικής Φιλοσοφίας στο πανεπιστήμιο της Γλασκόβης. Ασχολήθηκε σχεδόν με τα πάντα, με πολλούς κλάδους της φυσικής, με επιχειρήσεις (εγκατέστησε το πρώτο τηλεγραφικό καλώδιο μεταξύ Αμερικής - Ευρώπης) και με την πολιτική (πήρε τίτλο ευγενείας και ήταν μέλος της Βουλής των Λόρδων). Μια από τις δεσπόζουσες προσωπικότητες της επιστήμης στο 19° αιώνα, σε μια εποχή που η Αγγλία κρατούσε τα σκήπτρα της επιστημονικής πρωτοπορίας.

> **Είναι αδύνατο να κατασκευαστεί θερμική μηχανή που να μετατρέπει εξ ολοκλήρου τη θερμότητα σε ωφέλιμο έργο.**

Μιλώντας για τη θερμότητα, είπαμε ότι, από μόνη της, μεταφέρεται πάντα από τα θερμότερα προς τα ψυχρότερα σώματα. Η αντίστροφη πορεία απαιτεί δαπάνη ενέργειας. Το ψυγείο και το κλιματιστικό είναι μηχανήματα που αναγκάζουν τη θερμότητα να μεταφερθεί από ψυχρά σώματα σε θερμότερα. Το ψυγείο, για παράδειγμα, μεταφέρει θερμότητα από τα τρόφιμα στο περιβάλλον, που είναι θερμότερο. Όμως για τη λειτουργία αυτών των μηχανών δαπανούμε ενέργεια. Δεν είναι δυνατόν να κατασκευαστεί ψυγείο που να λειτουργεί χωρίς να δαπανάται ενέργεια. Αυτή η διαπίστωση οδήγησε σε μια άλλη διατύπωση του δεύτερου θερμοδυναμικού νόμου από τον **Clausious** (Κλαούζιους):

> **Είναι αδύνατο να κατασκευαστεί μηχανή που να μεταφέρει θερμότητα από ένα ψυχρό σώμα σε ένα θερμότερο χωρίς να δαπανάται ενέργεια για τη λειτουργία της.**

Οι δύο διατυπώσεις του δεύτερου θερμοδυναμικού νόμου που φαινομενικά είναι εντελώς ασύνδετες, είναι ισοδύναμες. Αν αληθεύει η μία από αυτές θα αληθεύει και η άλλη.

Ο πρώτος θερμοδυναμικός νόμος δεν θέτει περιορισμούς στις μετατροπές της ενέργειας. Σύμφωνα με το δεύτερο, όμως, η φύση θέτει περιορισμούς στη μετατροπή ενέργειας από τη μια μορφή στην άλλη. Η θερμότητα δε μπορεί να μετασχηματιστεί κατά 100% σε μηχανική ενέργεια. Επίσης ο δεύτερος θερμοδυναμικός νόμος, καθορίζοντας ότι η θερμότητα μεταφέρεται πάντα από τα θερμότερα προς τα ψυχρότερα σώματα, καθορίζει την κατεύθυνση προς την οποία τα φαινόμενα συμβαίνουν αυθόρμητα στη φύση.

2-13 Η ΜΗΧΑΝΗ ΤΟΥ CARNOT

Σύμφωνα με το δεύτερο θερμοδυναμικό νόμο, μια θερμική μηχανή δε μπορεί να έχει απόδοση 100%. Ποιος είναι όμως ο μεγαλύτερος συντελεστής απόδοσης που μπορεί να έχει μια μηχανή, όταν δίνονται οι θερμοκρασίες T_h

και T_c, των δεξαμενών θερμότητας της μηχανής; Το ερώτημα αυτό απαντήθηκε το 1824 από το Γάλλο μηχανικό Carnot (Καρνό).

Εικ. 2.11 Σαντί Καρνό (1796-1832). Γαλλία.Στρατιωτικός και μηχανικός. Απόφοιτος της περίφημης Ecole Polytechnique που ίδρυσε ο Ναπολέων για να αντιπαρατεθεί στην ανωτερότητα των Άγγλων στις επιστήμες.

Ο Carnot περιέγραψε μια κυκλική αντιστρεπτή μεταβολή, που ονομάστηκε **κύκλος Carnot**, και απέδειξε ότι μια θερμική μηχανή που θα ακολουθούσε αυτόν τον αντιστρεπτό κύκλο θα είχε τη μεγαλύτερη δυνατή απόδοση. Μια τέτοια, υποθετική, εξιδανικευμένη μηχανή ονομάζεται **μηχανή Carnot** και η απόδοσή της αποτελεί το ανώτερο όριο για την απόδοση όλων των άλλων μηχανών. Το συμπέρασμα αυτό είναι γνωστό ως θεώρημα Carnot:

Δεν μπορεί να υπάρξει θερμική μηχανή που να έχει μεγαλύτερη απόδοση από μια μηχανή Carnot η οποία λειτουργεί ανάμεσα στις ίδιες θερμοκρασίες.

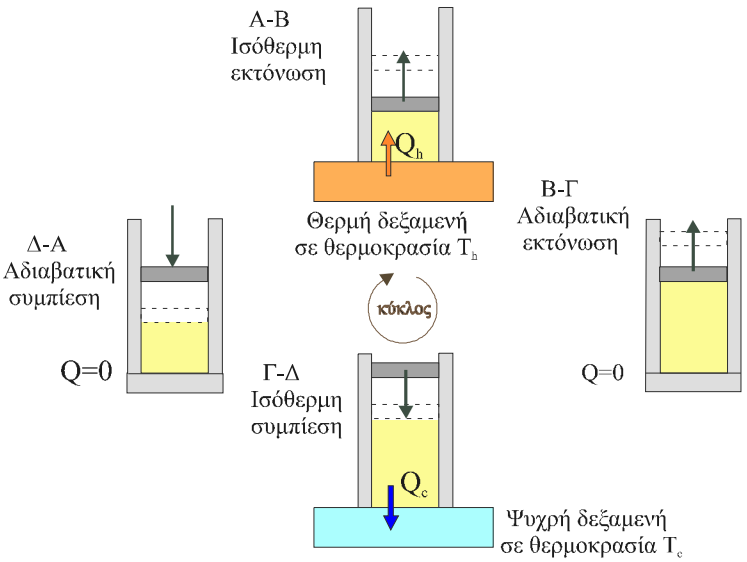
Ο κύκλος Carnot αποτελείται από τέσσερις μεταβολές, δύο ισόθερμες και δύο αδιαβατικές. Θα περιγράψουμε τον κύκλο Carnot για ιδανικό αέριο που βρίσκεται μέσα σε κύλινδρο, που φράσσεται με έμβολο.

1. Κατά τη μεταβολή Α→Β, το αέριο βρίσκεται σε επαφή με τη θερμή δεξαμενή και εκτονώνεται ισόθερμα σε θερμοκρασία T_h, απορροφώντας θερμότητα Q_h.

2. Κατά τη μεταβολή Β→Γ, το αέριο είναι θερμικά μονωμένο και εκτονώνεται αδιαβατικά μέχρι η θερμοκρασία του να πάρει την τιμή T_c.

3. Κατά τη μεταβολή Γ→Δ, το αέριο βρίσκεται σε επαφή με τη δεξαμενή χαμηλής θερμοκρασίας T_c και συμπιέζεται ισόθερμα σε θερμοκρασία T_c, αποβάλλοντας θερμότητα Q_c.

4. Κατά τη μεταβολή Δ→Α, το αέριο είναι θερμικά μονωμένο και συμπιέζεται αδιαβατικά ώστε να επανέλθει στην αρχική του κατάσταση.



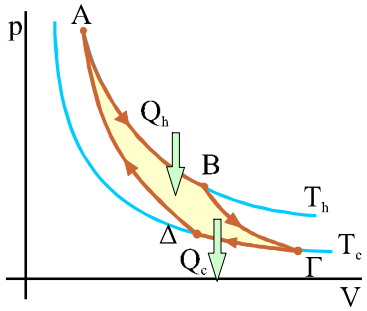
Σχ. 2.22 Οι τέσσερις φάσεις του κύκλου Carnot. Το αέριο βρίσκεται σε δοχείο που κλείνεται με έμβολο. Το έμβολο και τα πλευρικά τοιχώματα είναι αδιαβατικά ενώ η βάση του δοχείου διαθερμική

Ο συντελεστής απόδοσης μιας θερμικής μηχανής είναι

$$e = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_h} \qquad (2.23)$$

Αποδεικνύεται ότι για τον κύκλο Carnot ισχύει

$$\frac{|Q_c|}{Q_h} = \frac{T_c}{T_h} \qquad (2.24)$$



Σχ. 2.23 Διάγραμμα p-V για τον κύκλο Carnot. Το παραγόμενο έργο W, ισούται με την θερμότητα, Q_h-$|Q_c|$, που απορροφά το μέσον σε ένα κύκλο.

Αντικαθιστώντας τη (2.24) στη (2.23) βρίσκουμε ότι ο συντελεστής απόδοσης της μηχανής Carnot είναι

$$e_{Carnot} = 1 - \frac{T_c}{T_h} \qquad (2.25)$$

Το αποτέλεσμα δηλώνει, ότι ο συντελεστής απόδοσης μια μηχανής Carnot εξαρτάται μόνο από τις θερμοκρασίες των δύο δεξαμενών θερμότητας. Η απόδοση είναι μεγάλη όταν η διαφορά θερμοκρασίας είναι μεγάλη και είναι πολύ μικρή όταν οι θερμοκρασίες διαφέρουν λίγο. Επειδή οι περισσότερες πρακτικές εφαρμογές έχουν σαν ψυχρή δεξαμενή το περιβάλλον, δηλαδή θερμοκρασία περίπου 300 K, όσο μεγαλύτερη θερμοκρασία έχει το σώμα που "δίνει" θερμότητα τόσο πιο αποδοτική μπορεί να είναι η εκμετάλλευσή της. Επίσης το αποτέλεσμα επιβεβαιώνει το δεύτερο θερμοδυναμικό νόμο. Για να έχουμε απόδοση 100% πρέπει T_c=0, που είναι αδύνατον.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2.5

Μηχανή Carnot λειτουργεί ανάμεσα στις θερμοκρασίες T_h=500 K και T_c=300 K. Σε κάθε κύκλο αποδίδει έργο W=2000J. Υπολογίστε την απόδοση της μηχανής και την ενέργεια που δαπανάται σε κάθε κύκλο.

Απάντηση :

Η απόδοση της μηχανής θα υπολογιστεί από τη σχέση (2.25)

$$e_{Carnot} = 1 - \frac{T_c}{T_h} = \frac{2}{5} = 0{,}4$$

Η θερμότητα που δαπανάται για κάθε κύκλο λειτουργίας της μηχανής θα υπολογιστεί από τη σχέση (2.17)

$$e = \frac{W}{Q_h} \quad \text{άρα} \quad Q_h = \frac{W}{e} = \frac{2000J}{0{,}4} = 5000\,J$$

2-14 ΕΝΤΡΟΠΙΑ

Εικ. 2.12 Ρούντολφ Κλαούζιους (1822-1888). Γερμανία. Ένας από τους θεμελιωτές της θερμοδυναμικής.

Ο δεύτερος θερμοδυναμικός νόμος, όπως διατυπώθηκε στην προηγούμενη παράγραφο, δεν καταλήγει σε κάποια ποσοτική σχέση.

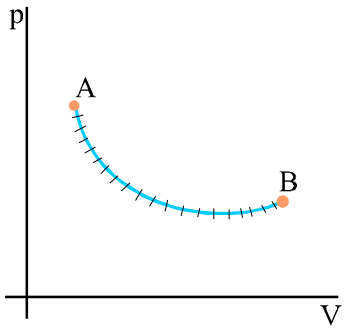
Ποσοτική διατύπωση του 2^{ου} θερμοδυναμικού νόμου έγινε δυνατή με την εισαγωγή μιας νέας έννοιας, της έννοιας **εντροπία** (σύμβολο S).

Η εντροπία εισήχθη από τον Clausius, ο οποίος όρισε **τη μεταβολή της εντροπίας (ΔS) συστήματος κατά τη διάρκεια μιας πολύ μικρής αντιστρεπτής μεταβολής, τόσο μικρής ώστε η θερμοκρασία του συστήματος να μπορεί να θεωρηθεί σταθερή, ως το πηλίκο του ποσού θερμότητας ΔQ που απορρόφησε ή απέβαλε το σύστημα προς τη θερμοκρασία του συστήματος.**

$$\Delta S = \frac{\Delta Q}{T} \qquad (2.26)$$

Μονάδα της εντροπίας στο SI είναι το 1 J/K.

Όταν σε μια αντιστρεπτή μεταβολή το σύστημα απορροφά θερμότητα το ΔQ είναι θετικό, επομένως η εντροπία αυξάνεται. Όταν το σύστημα αποβάλλει θερμότητα το ΔQ είναι αρνητικό και επομένως η εντροπία μειώνεται. Προσοχή : η σχέση (2.26) δεν ορίζει την εντροπία αλλά μόνο τη μεταβολή της σε μια πολύ μικρή αντιστρεπτή διεργασία.



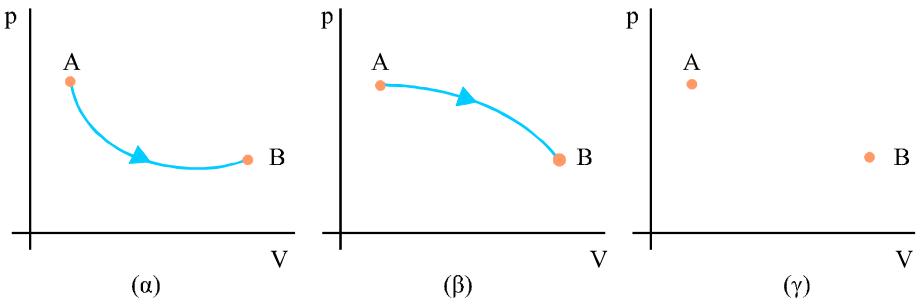
Σχ. 2.24 Σε μια αντιστρεπτή μεταβολή, η μεταβολή της εντροπίας υπολογίζεται αν χωρίσουμε τη μεταβολή σε πολύ μικρές μεταβολές και αθροίσουμε τις μεταβολές της εντροπίας σε κάθε απειροστή μεταβολή.

Σε μια αντιστρεπτή μεταβολή κατά την οποία ένα θερμοδυναμικό σύστημα μεταβαίνει από μία αρχική κατάσταση A σε μια τελική κατάσταση B, η συνολική μεταβολή της εντροπίας μπορεί να υπολογιστεί αν χωρίσουμε τη διεργασία σε πολύ μικρές μεταβολές (σχ. 2.24), υπολογίσουμε τη μεταβολή της εντροπίας σε κάθε μια από αυτές και αθροίσουμε όλους τους όρους.

$$S_B - S_A = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \cdots \Delta S_v = \frac{\Delta Q_1}{T_1} + \frac{\Delta Q_2}{T_2} + \cdots \frac{\Delta Q_v}{T_v} \qquad (2.27)$$

Η μεταβολή της εντροπίας ενός συστήματος έχει την ίδια τιμή για όλες τις μεταβολές που οδηγούν από μία αρχική κατάσταση A σε μία τελική κατάσταση B, αντιστρεπτές ή μη.

Η μεταβολή της εντροπίας ενός συστήματος εξαρτάται μόνο από την αρχική και τελική του κατάσταση και όχι από το πώς πραγματοποιήθηκε η μεταβολή.

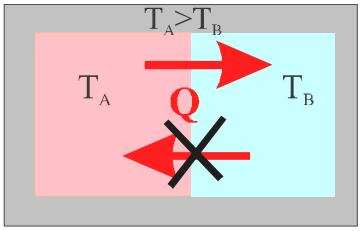


Σχ. 2.25 Στα διαγράμματα (α) και (β) ένα θερμοδυναμικό σύστημα μεταβαίνει από την κατάσταση A στην κατάσταση B με διαφορετικό κάθε φορά αντιστρεπτό τρόπο. Στο (γ) το ίδιο σύστημα μεταβαίνει από την κατάσταση A στη B με μη αντιστρεπτό τρόπο που δεν μπορεί να παρασταθεί γραφικά. Η μεταβολή της εντροπίας του συστήματος, είναι ίδια σε όλες τις περιπτώσεις.

Ίσως βέβαια τα όσα είπαμε μέχρι τώρα να μη βοήθησαν καθόλου στο να κατανοήσετε την ανάγκη εισαγωγής αυτής της νέας έννοιας, της εντροπίας.

Ελπίζουμε όμως στη συνέχεια να πεισθείτε για την χρησιμότητα του νέου μεγέθους.

Έστω ένα σύστημα που αποτελείται από δύο σώματα το Α και το Β, με θερμοκρασίες T_A και T_B αντίστοιχα. Το σύστημα είναι μονωμένο από το περιβάλλον (σχ. 2.26). Αν $T_A>T_B$, θα μετακινηθεί θερμότητα από το σώμα Α στο Β. Το αντίστροφο το αποκλείει ο δεύτερος θερμοδυναμικός νόμος. Ας φανταστούμε μια αντιστρεπτή διαδικασία που μεταφέρει ένα πολύ μικρό ποσό θερμότητας ΔQ από το σώμα Α στο Β, τόσο μικρό ώστε να μπορούμε να λέμε ότι οι θερμοκρασίες των σωμάτων δεν μεταβλήθηκαν. Η μεταβολή της εντροπίας του σώματος Α θα είναι $\Delta S_A = -\frac{|\Delta Q|}{T_A}$, ενώ του Β $\Delta S_B = \frac{|\Delta Q|}{T_B}$.



Σχ. 2.26 Η θερμότητα μεταφέρεται αυθόρμητα από σώματα υψηλότερης θερμοκρασίας προς σώματα χαμηλότερης. Το αντίστροφο αποκλείεται.

Η εντροπία του συστήματος θα μεταβληθεί, κατά

$$\Delta S = \Delta S_A + \Delta S_B = -\frac{|\Delta Q|}{T_A} + \frac{|\Delta Q|}{T_B}$$

και επειδή $T_A > T_B$ είναι $\frac{|\Delta Q|}{T_B} > \frac{|\Delta Q|}{T_A}$ επομένως $\Delta S > 0$.

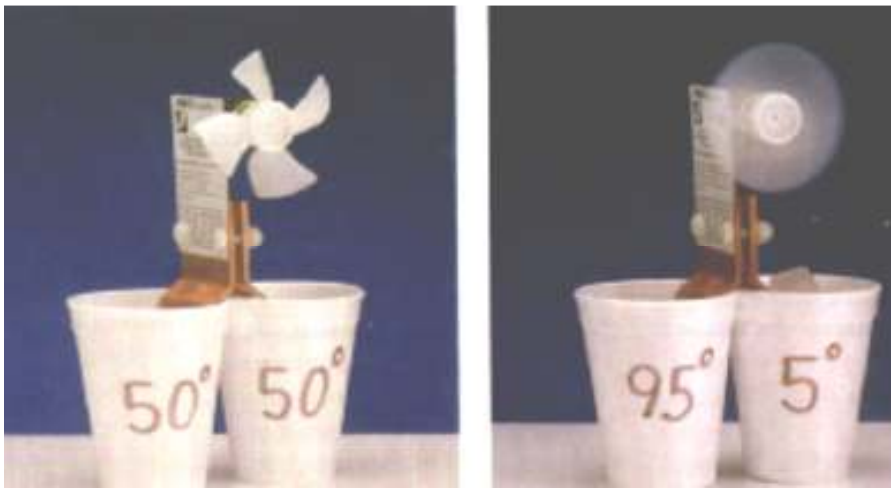
Στο υποθετικό αυτό παράδειγμα, ο δεύτερος νόμος μάς οδήγησε στο συμπέρασμα ότι η εντροπία του απομονωμένου συστήματος αυξήθηκε. Το ίδιο συμβαίνει σε κάθε απομονωμένο σύστημα. Επομένως η έννοια της εντροπίας μάς επιτρέπει να επαναδιατυπώσουμε το δεύτερο νόμο ως εξής:

Κατά τη διάρκεια οποιασδήποτε μεταβολής ενός απομονωμένου συστήματος η εντροπία πάντοτε αυξάνεται.

Η εντροπία του συστήματος αποκτά τη μέγιστη τιμή της όταν επέλθει ισορροπία. Στην περίπτωσή μας το σύστημα ισορροπεί όταν εξισωθούν οι θερμοκρασίες των δύο σωμάτων.

Από ενεργειακή άποψη στο σύστημα αυτό αρχικά θα μπορούσε να λειτουργήσει μια θερμική μηχανή χρησιμοποιώντας σαν δεξαμενή ψηλής θερμοκρασίας το σώμα Α και σαν δεξαμενή χαμηλής θερμοκρασίας το σώμα Β. Η εξίσωση των θερμοκρασιών δεν παρέχει πια αυτή τη δυνατότητα.

Η αύξηση της εντροπίας ενός συστήματος οδηγεί στην ελάττωση της ικανότητας του συστήματος να παράγει ωφέλιμο έργο.



(α) (β)

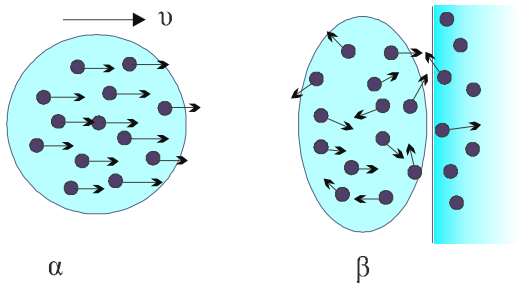
Εικ.2.13 Τα δύο χάλκινα ελάσματα όταν βρίσκονται σε διαφορετικές θερμοκρασίες αναπτύσσουν μεταξύ τους διαφορά δυναμικού που επιτρέπει τη λειτουργία του ανεμιστήρα. Στην περίπτωση (α) το σύστημα βρίσκεται σε ισορροπία, έχει τη μέγιστη δυνατή εντροπία και δεν έχει δυνατότητα παραγωγής έργου. Στην περίπτωση (β) το σύστημα δεν βρίσκεται σε ισορροπία, η εντροπία του είναι μικρότερη και έχει τη δυνατότητα παραγωγής έργου.

Μικροσκοπική ερμηνεία της εντροπίας

Στη δεκαετία του 1870 ο Boltzmann συνέδεσε την εντροπία, έννοια μακροσκοπική, με τη μικροσκοπική δομή του συστήματος και έδωσε στην έννοια νέο περιεχόμενο. Ο Boltzmann συνέδεσε το μέγεθος εντροπία με την αταξία που επικρατεί στα δομικά στοιχεία ενός συστήματος.

Όταν μεγαλώνει η αταξία που επικρατεί σε ένα σύστημα μεγαλώνει και η εντροπία του.

Έστω ένα σώμα πολύ χαμηλής θερμοκρασίας (κοντά στο απόλυτο μηδέν), που κινείται με ταχύτητα υ. Τα σωματίδια από τα οποία αποτελείται το σώμα έχουν όλα τη μεταφορική ταχύτητα υ του σώματος και λόγω της πολύ χαμηλής θερμοκρασίας είναι σχεδόν ακίνητα ως προς αυτό. Η κινητική ενέργεια του σώματος είναι, σχεδόν, όση και το άθροισμα των κινητικών ενεργειών των μορίων του. Το σώμα στην πορεία του συναντά ένα εμπόδιο και συγκρούεται. Κατά τη σύγκρουση δε χάνεται ενέργεια. Αν αθροίσουμε τις κινητικές ενέργειες των μορίων του σώματος μετά τη σύγκρουση η ενέργεια που θα πάρουμε είναι όση και πριν. Για να είμαστε πιο ακριβείς, στους υπολογισμούς μας θα πρέπει να συμπεριλάβουμε και την αύξηση των κινητικών ενεργειών των μορίων του εμποδίου γύρω από το σημείο της σύγκρουσης.



Σχ. 2.27 (α) Σώμα πολύ χαμηλής θερμοκρασίας εκτελεί μεταφορική κίνηση. Όλα τα μόριά του έχουν την ίδια ταχύτητα (β) Το σώμα έχει συγκρουστεί με ακίνητο εμπόδιο. Οι ταχύτητες των μορίων έχουν τυχαίο προσανατολισμό. Η εντροπία, κατά τη σύγκρουση, αυξήθηκε.

Όμως, ενώ πριν συγκρουστεί τα μόρια του σώματος είχαν όλα την ίδια ταχύτητα (σχ. 2.27α) μετά τη σύγκρουση τα μόρια κινούνται άτακτα προς όλες τις κατευθύνσεις (σχ. 2.27β). Πριν τη σύγκρουση το σώμα είχε κάποια κινητική ενέργεια η οποία θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί για την παραγωγή έργου, λόγου χάριν θα μπορούσε να καρφώσει μια πινέζα στον τοίχο. Μετά τη σύγκρουση η συνολική ενέργεια δεν άλλαξε είναι όμως αδύνατον πια να εκμεταλλευτούμε την ενέργεια του συστήματος. Η αταξία του συστήματος αυξήθηκε, μετά τη σύγκρουση. Αν μπορούσαμε να τη μετρήσουμε θα διαπιστώναμε ότι η εντροπία αυξήθηκε.

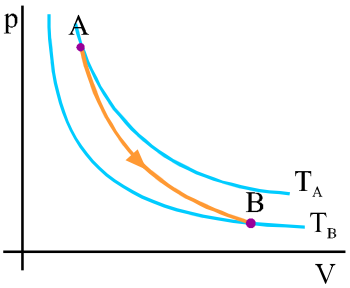
Από μακροσκοπική άποψη η αύξηση της εντροπίας οδηγεί σε μείωση της ικανότητας για παραγωγή έργου, ενώ **από μικροσκοπική άποψη η αύξηση της εντροπίας οδηγεί σε αύξηση της αταξίας του συστήματος.**

Εικ. 2.14 Τα Γλαρονήσια, στα βόρεια της Μήλου, έχουν προκύψει από ηφαιστειακή δράση. Η λάβα κατά την ψύξη της πήρε ασυνήθιστα γεωμετρικά, ραβδόμορφα σχήματα. Η εντροπία της λάβας μειώθηκε. Δεν γνωρίζουμε κάτω από ποιες συνθήκες συνέβη αυτό. Εκείνο για το οποίο μπορούμε να είμαστε βέβαιοι είναι το ότι καθώς μειωνόταν η εντροπία της λάβας, αυξανόταν η εντροπία του περιβάλλοντος.

2-15 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΌΣ ΤΗΣ ΜΕΤΑΒΟΛΗΣ ΤΗΣ ΕΝΤΡΟΠΙΑΣ ΣΕ ΜΕΡΙΚΕΣ ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ

Αδιαβατική αντιστρεπτή μεταβολή

Έστω ότι ένα αέριο, που βρίσκεται αρχικά στην κατάσταση Α (p_A, V_A, T_A), εκτονώνεται αδιαβατικά μέχρι την κατάσταση Β (p_B, V_B, T_B). Η μεταβολή του αερίου παριστάνεται γραφικά στο σχήμα 2.28.



Σχ. 2.28 Ένα αέριο εκτονώνεται αδιαβατικά από την αρχική κατάσταση Α στην τελική κατάσταση Β. Η εντροπία του παραμένει σταθερή

Επειδή πρόκειται για αντιστρεπτή μεταβολή, η μεταβολή της εντροπίας ΔS_{AB}, μπορεί να υπολογιστεί αν χωρίσουμε την διεργασία σε στοιχειώδεις μεταβολές, υπολογίσουμε την μεταβολή της εντροπίας σε κάθε στοιχειώδη μεταβολή και αθροίσουμε όλους του όρους.

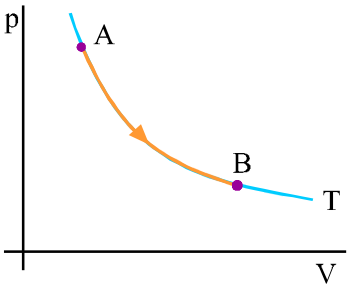
$$\Delta S_{AB} = \frac{\Delta Q_1}{T_1} + \frac{\Delta Q_2}{T_2} + \cdots \frac{\Delta Q_v}{T_v}$$

Όμως στην αδιαβατική μεταβολή το αέριο δεν ανταλλάσσει θερμότητα με το περιβάλλον, επομένως όλοι οι αριθμητές στο δεύτερο μέλος της παραπάνω σχέσης είναι μηδέν, με αποτέλεσμα

$$\Delta S_{AB} = 0$$

Στην αδιαβατική αντιστρεπτή μεταβολή η εντροπία δε μεταβάλλεται.

Ισόθερμη αντιστρεπτή μεταβολή



Σχ. 2.29 Το αέριο εκτονώνεται ισόθερμα από την αρχική κατάσταση Α στην τελική κατάσταση Β. Η εντροπία του αερίου αυξάνεται.

Έστω ένα αέριο που βρίσκεται αρχικά στην κατάσταση Α και εκτονώνεται ισόθερμα σε θερμοκρασία Τ μέχρι την κατάσταση Β. Το σχήμα 2.29 αποδίδει γραφικά τη μεταβολή του αερίου.

Και εδώ επειδή η διεργασία είναι αντιστρεπτή η μεταβολή της εντροπίας υπολογίζεται όπως πριν.

$$\Delta S_{AB} = \frac{\Delta Q_1}{T} + \frac{\Delta Q_2}{T} + \cdots \frac{\Delta Q_\nu}{T} = \frac{\Delta Q_1 + \Delta Q_2 + \cdots + \Delta Q_\nu}{T}$$

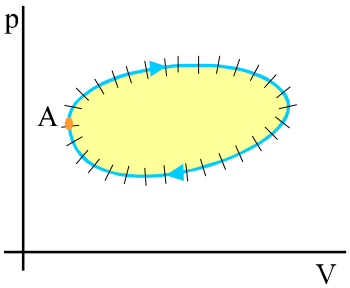
Το άθροισμα στον αριθμητή δίνει το συνολικό ποσό θερμότητας Q που απορρόφησε το αέριο κατά την μεταβολή. Έτσι, η σχέση γίνεται:

$$\Delta S_{AB} = \frac{Q}{T} \qquad (2.28)$$

Στην ισόθερμη μεταβολή η θερμότητα που ανταλλάσσει το αέριο με το περιβάλλον δίνεται από τη σχέση $Q = nRT \ln \frac{V_B}{V_A}$ και επομένως

$$\Delta S_{AB} = nR \ln \frac{V_B}{V_A} \qquad (2.29)$$

Κυκλική μεταβολή



Σχ. 2.30 Αν χωρίσουμε την κυκλική αντιστρεπτή μεταβολή σε στοιχειώδεις, τότε το άθροισμα των dS, σε όλη την κυκλική διαδρομή, είναι μηδέν.

Εφ΄ όσον σε μια κυκλική μεταβολή - αντιστρεπτή ή όχι - το σύστημα επιστρέφει στην αρχική του κατάσταση, **η εντροπία του συστήματος δε μεταβάλλεται**.

$$\Delta S_{o\lambda} = 0$$

Στην περίπτωση που η κυκλική μεταβολή είναι αντιστρεπτή, αν τη χωρίσουμε σε ν στοιχειώδη τμήματα, ώστε σε καθένα από αυτά να μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η θερμοκρασία είναι σταθερή, θα ισχύει :

$$\Delta S_{o\lambda} = \frac{\Delta Q_1}{T_1} + \frac{\Delta Q_2}{T_2} + \ldots\ldots + \frac{\Delta Q_\nu}{T_\nu}$$

όπου $\Delta Q_1, \Delta Q_2, \ldots, \Delta Q_\nu$ τα στοιχειώδη ποσά θερμότητας που προσλαμβάνει ή αποδίδει το σύστημα σε κάθε στοιχειώδες τμήμα της μεταβολής.

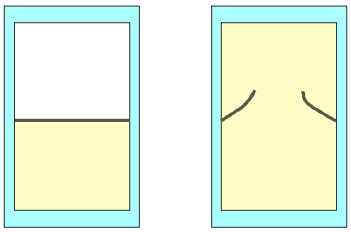
Σε μία κυκλική αντιστρεπτή μεταβολή λοιπόν ισχύει και

$$\frac{\Delta Q_1}{T_1} + \frac{\Delta Q_2}{T_2} + \ldots\ldots + \frac{\Delta Q_\nu}{T_\nu} = 0$$

Ελεύθερη εκτόνωση

Ένα θερμικά μονωμένο δοχείο χωρίζεται με μεμβράνη σε δύο χώρους. Ο ένας περιέχει αέριο σε θερμοκρασία Τ και ο άλλος είναι κενός. Κάποια στιγμή η μεμβράνη σπάει και το αέριο εκτονώνεται και καταλαμβάνει αστραπιαία τον όγκο ολόκληρου του δοχείου (σχ.. 2.31). Η διαδικασία εκτόνωσης είναι πολύ βίαιη και με κανένα τρόπο δε μπορεί να χαρακτηριστεί αντιστρεπτή. Θα υπολογίσουμε τη μεταβολή της εντροπίας του αερίου.

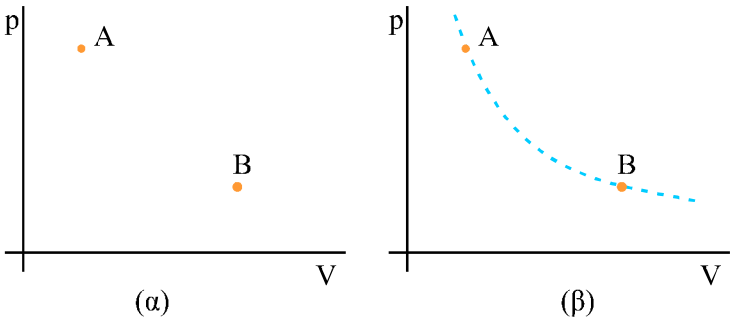
Μη βιαστείτε να πείτε ότι, αφού το αέριο δεν ανταλλάσσει θερμότητα με το περιβάλλον, σύμφωνα με τη (2.26), θα είναι $\Delta S=0$. Η (2.26) ισχύει μόνο για αντιστρεπτές μεταβολές.



Σχ. 2.31 Ελεύθερη εκτόνωση αερίου. Όταν διαρραγεί η μεμβράνη η οποία περιορίζει το αέριο, το αέριο εκτονώνεται ελεύθερα με μη αντιστρεπτό τρόπο και καταλαμβάνει όλο τον όγκο του δοχείου.

Αφού η μεταβολή είναι μη αντιστρεπτή δεν μπορεί να παρασταθεί γραφικά. Γραφικά μπορούν να απεικονισθούν μόνο η αρχική και τελική κατάσταση Α και Β του αερίου, που είναι καταστάσεις ισορροπίας (σχ. 2.32α). Το έργο που παράγει το αέριο για να καταλάβει τον κενό χώρο είναι μηδενικό και, όπως είπαμε, τα τοιχώματα του δοχείου δεν επιτρέπουν τη μεταφορά θερμότητας.

Από τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο ($Q = \Delta U + W$) προκύπτει $\Delta U = 0$. Η εσωτερική ενέργεια του αερίου εξαρτάται μόνο από την αρχική και τελική θερμοκρασία και, αφού η εσωτερική ενέργεια δε μεταβάλλεται, η τελική θερμοκρασία του αερίου είναι ίση με την αρχική Τ. Επειδή $T_A = T_B = T$ η αρχική κατάσταση (Α) και η τελική κατάσταση (Β), βρίσκονται πάνω στην ίδια ισόθερμη καμπύλη (σχ. 2.32β).



Σχ. 2.32 Η μεταβολή κατά την ελεύθερη εκτόνωση είναι μη αντιστρεπτή. Γραφικά μπορούν να παρασταθούν μόνο η αρχική και τελική κατάσταση του αερίου Α και Β. Επειδή κατά την ελεύθερη εκτόνωση η αρχική θερμοκρασία του αερίου είναι ίση με την τελική, η αρχική και η τελική κατάσταση του αερίου βρίσκονται πάνω στην ίδια ισόθερμη.

Για να υπολογίσουμε τη μεταβολή της εντροπίας θα εκμεταλλευτούμε το ότι αυτή εξαρτάται μόνο από την αρχική και τελική κατάσταση του συστήματος. Μια αντιστρεπτή διαδικασία που έχει τα ίδια άκρα Α και Β είναι η ισόθερμη αντιστρεπτή μεταβολή από την κατάσταση Α στη Β.

$$\Delta S_{AB} = \Delta S_{AB}^{\iota\sigma o\vartheta\varepsilon\rho\mu\eta} = nR\ln\frac{V_B}{V_A}$$

Τέλος, επειδή $V_B > V_A$, η εντροπία του αερίου αυξάνεται ($\Delta S > 0$). Το αποτέλεσμα μπορούσαμε να το προβλέψουμε, αφού στις πραγματικές (μη αντιστρεπτές) μεταβολές η εντροπία ενός απομονωμένου συστήματος αυξάνεται μέχρις ότου το σύστημα έρθει σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας.

ΣΥΝΟΨΗ

Οι ποσότητες που είναι ικανές για την περιγραφή της κατάστασης θερμοδυναμικού συστήματος, αποτελούν τις **ανεξάρτητες θερμοδυναμικές μεταβλητές του συστήματος.**

Μια ποσότητα αερίου βρίσκεται σε **κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας** όταν η πίεση, η πυκνότητα, και η θερμοκρασία του, έχουν την ίδια τιμή σε όλη την έκτασή του.
Μια κατάσταση ισορροπίας παριστάνεται γραφικά με ένα σημείο.

Αντιστρεπτή ονομάζεται η μεταβολή στην οποία υπάρχει η δυνατότητα επαναφοράς του συστήματος και του περιβάλλοντος στην αρχική τους κατάσταση. Οι πραγματικές μεταβολές είναι μη αντιστρεπτές.
Η μεταβολή στην οποία το σύστημα μεταβαίνει από μια αρχική κατάσταση σε μια τελική κατάσταση μέσω διαδοχικών καταστάσεων που μπορούν να θεωρηθούν καταστάσεις ισορροπίας είναι αντιστρεπτή. Σε μια τέτοια μεταβολή μπορεί να πραγματοποιηθεί και η αντίστροφη πορεία.
Μια αντιστρεπτή μεταβολή παριστάνεται γραφικά με μια συνεχή γραμμή. Οι μη αντιστρεπτές μεταβολές δε μπορούν να παρασταθούν γραφικά.

Το έργο του αερίου για μια πολύ μικρή μεταβολή του όγκου του είναι $\Delta W = p\Delta V$. Είναι θετικό αν το αέριο εκτονώνεται και αρνητικό αν συμπιέζεται. Το έργο ενός αερίου σε μια αντιστρεπτή μεταβολή είναι ίσο με το εμβαδόν της επιφάνειας από τη γραμμή του διαγράμματος μέχρι τον άξονα V, στο διάγραμμα p-V.

Θερμότητα ονομάζεται η μορφή της ενέργειας που μεταφέρεται από ένα σώμα σε ένα άλλο λόγω της διαφοράς θερμοκρασίας των δύο σωμάτων.

Κάθε σώμα εμπεριέχει ενέργεια, που είναι το άθροισμα των ενεργειών των σωματιδίων που το απαρτίζουν ως αποτέλεσμα της σχετικής τους κίνησης ως προς το κέντρο μάζας του σώματος και των αλληλεπιδράσεων μεταξύ τους. Αυτή την ενέργεια την ονομάζουμε **εσωτερική ενέργεια.**

Η **εσωτερική ενέργεια ιδανικού αερίου** είναι $U = \frac{3}{2}nRT$.

Η **μεταβολή στην εσωτερική ενέργεια** ενός θερμοδυναμικού συστήματος εξαρτάται μόνο από την αρχική και την τελική κατάσταση του συστήματος.

Πρώτος θερμοδυναμικός νόμος : Το ποσό θερμότητας που απορροφά ή αποβάλλει ένα θερμοδυναμικό σύστημα είναι ίσο με το αλγεβρικό άθροισμα της μεταβολής της εσωτερικής του ενέργειας και του έργου που παράγει ή δαπανά το σύστημα. $Q = \Delta U + W$.

Στην ισόθερμη αντιστρεπτή μεταβολή είναι $W = nRT \ln \frac{V_\tau}{V_\alpha}$.

Στην ισόχωρη αντιστρεπτή μεταβολή $W = 0$.

Στην ισοβαρή αντιστρεπτή μεταβολή $W = p(V_\tau - V_\alpha)$.

Αδιαβατική ονομάζουμε εκείνη τη μεταβολή κατά την οποία δε συντελείται μεταφορά θερμότητας από το περιβάλλον προς το σύστημα ή αντίστροφα. Στην αδιαβατική μεταβολή $pV^\gamma = \sigma\tau\alpha\vartheta$.

Το έργο στην αδιαβατική αντιστρεπτή μεταβολή είναι $W = \frac{p_\tau V_\tau - p_\alpha V_\alpha}{1-\gamma}$.

Κυκλική ονομάζουμε τη μεταβολή κατά την οποία το σύστημα, μετά από μια διεργασία, επιστρέφει στην αρχική του κατάσταση.

Το έργο σε μια κυκλική αντιστρεπτή μεταβολή είναι ίσο με το εμβαδόν που ορίζεται από τη γραμμή του διαγράμματος , στο διάγραμμα p-V.

Το ποσό θερμότητας που απαιτείται για να μεταβληθεί η θερμοκρασία μιας ποσότητας αερίου κατά ΔΤ είναι $Q = n\,C\,\Delta T$.

Η γραμμομοριακή ειδική θερμότητα με σταθερό όγκο και **η γραμμομοριακή ειδική θερμότητα με σταθερή πίεση** συνδέονται με τη σχέση $C_p = C_V + R$.

Οι γραμμομοριακές ειδικές θερμότητες C_p και C_V για ένα αέριο έχουν σταθερό λόγο.

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V}$$

Η μεταβολή στην εσωτερική ενέργεια ενός αερίου δίνεται από την σχέση $\Delta U = nC_V \Delta T$.

Οι **θερμικές μηχανές** υποβάλλουν ένα αέριο σε κυκλική μεταβολή κατά τη διάρκεια της οποίας
1) Η μηχανή απορροφά θερμότητα (Q_h) από μια δεξαμενή υψηλής θερμοκρασίας T_h 2) Η μηχανή παράγει έργο 3) Η μηχανή αποβάλλει θερμότητα (Q_c) σε μια δεξαμενή χαμηλότερης θερμοκρασίας T_c.

Η απόδοση μιας θερμικής μηχανής είναι $e = \frac{W}{Q_h}$ ή $e = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_h}$.

Δεύτερος θερμοδυναμικός νόμος : Είναι αδύνατο να κατασκευαστεί θερμική μηχανή που να μετατρέπει εξ ολοκλήρου τη θερμότητα σε ωφέλιμο έργο ή να κατασκευαστεί μηχανή που να μεταφέρει θερμότητα από ένα ψυχρό σώμα σε ένα θερμότερο χωρίς να δαπανάται ενέργεια για τη λειτουργία της.

Ο Carnot περιέγραψε μια ιδανική κυκλική αντιστρεπτή μεταβολή, που ονομάστηκε κύκλος Carnot, και απέδειξε ότι μια θερμική μηχανή που θα ακολουθούσε αυτόν τον αντιστρεπτό κύκλο θα είχε την μεγαλύτερη δυνατή απόδοση.
Η μηχανή του Carnot ακολουθεί τον εξής αντιστρεπτό κύκλο: 1) ισόθερμη εκτόνωση 2) αδιαβατική εκτόνωση 3) ισόθερμη συμπίεση 4) αδιαβατική συμπίεση.

Η απόδοση της μηχανής Carnot είναι $e_{Carnot} = 1 - \frac{T_c}{T_h}$.

Η **μεταβολή της εντροπίας** κατά τη διάρκεια μιας πολύ μικρής αντιστρεπτής διεργασίας ορίζεται ως το πηλίκο του ποσού θερμότητας που απορρόφησε ή απέβαλε το σύστημα προς τη θερμοκρασία του συστήματος. $\Delta S = \frac{\Delta Q}{T}$.

Η μεταβολή της εντροπίας ενός συστήματος εξαρτάται μόνο από την αρχική και τελική κατάστασή του.
Κατά τη διάρκεια πραγματικών μεταβολών η εντροπία ενός μονωμένου συστήματος πάντοτε αυξάνεται μέχρι να επέλθει ισορροπία, οπότε η εντροπία αποκτά τη μέγιστη τιμή της.
Η αύξηση της εντροπίας ενός συστήματος οδηγεί στην ελάττωση της ικανότητας του συστήματος να παράγει ωφέλιμο έργο.
Η εντροπία συνδέεται μικροσκοπικά με την αταξία που επικρατεί στα δομικά στοιχεία του συστήματος. Αύξηση της αταξίας συνεπάγεται αύξηση της εντροπίας του συστήματος.

Περιπτώσεις υπολογισμού μεταβολής της εντροπίας

Στην αδιαβατική αντιστρεπτή μεταβολή $\Delta S = 0$

Στην ισόθερμη αντιστρεπτή μεταβολή $\Delta S = \frac{Q}{T}$ ή $\Delta S = nR \ln \frac{V_B}{V_A}$.

Στην κυκλική μεταβολή $\Delta S_{ολ} = 0$

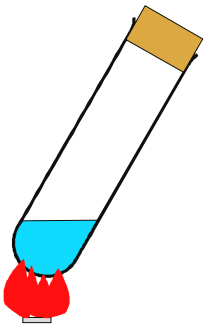
Στην ελεύθερη εκτόνωση $\Delta S = nR \ln \frac{V_B}{V_A}$.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ

Σχ. 2.33

1. Θερμότητα και έργο

Πάρτε ένα λάστιχο (από αυτά που χρησιμοποιούμε για να κλείνουμε μικρά δέματα) και τεντώστε το μπροστά στο πάνω χείλος σας. Θα διαπιστώσετε ότι είναι λίγο θερμότερο από το περιβάλλον. Κρατήστε το έτσι για λίγο και μετά αφήστε το να ξαναπάρει το αρχικό του μήκος. Θα δείτε ότι τώρα φαίνεται λίγο πιο ψυχρό από το περιβάλλον. Πώς εξηγείται αυτό;



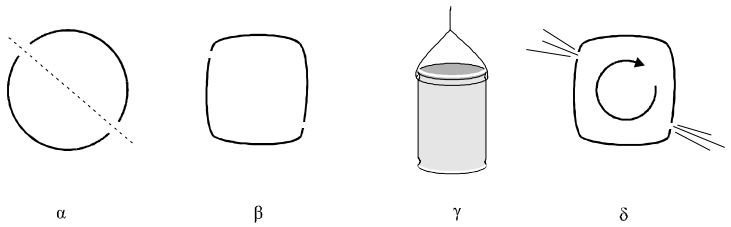
Σχ. 2.34

2. Η μετατροπή της θερμότητας σε έργο.

Σε ένα δοκιμαστικό σωλήνα ρίξτε λίγο νερό και στη συνέχεια κλείστε τον με ένα φελλό. Τοποθετήστε τον όρθιο, με το κλειστό του άκρο προς τα κάτω, στη σιγανή φωτιά ενός καμινέτου. Σε λίγο το νερό θα αρχίσει να βράζει και αν περιμένετε λίγο ο φελλός θα εκτιναχτεί. Περιγράψτε τις ενεργειακές μεταβολές που συμβαίνουν.
Προσοχή : ο σωλήνας δεν πρέπει να σημαδεύει εσάς ή κάποιον άλλο.

3. Κατασκευάστε ένα ατμοστρόβιλο.

Θα χρησιμοποιήσετε ένα κλειστό μεταλλικό κουτάκι από αναψυκτικό. Χωρίς να ανοίξετε το κουτάκι ανοίξτε με ένα καρφί δύο τρύπες σε αντιδιαμετρικά σημεία της κυλινδρικής επιφάνειας, που βρίσκονται στο ίδιο ύψος και αδειάστε το περιεχόμενο (σχ. 2.35α).



Σχ. 2.35 (α) Τομή του κυλινδρικού δοχείου με τις τρύπες. (β) Τομή του δοχείου μετά την παραμόρφωση. Προσέξτε που βρίσκονται οι τρύπες. (γ) Το δοχείο κρέμεται όρθιο, δεμένο με ένα σκοινί. (δ) Ο ατμός φεύγει από τις τρύπες και το δοχείο στρέφεται.

Πιέστε με τα χέρια την κυρτή επιφάνεια ώστε το κουτί, να αποκτήσει τέσσερις γωνίες. Πρέπει να πιέσετε το κουτάκι με τέτοιο τρόπο ώστε κάθε τρύπα να βρίσκεται κοντά σε κάποια γωνία (σχ. 2.35β). Βάλτε από τις τρύπες που ανοίξατε περίπου ένα δάχτυλο νερό. Δέστε το κουτάκι από το επάνω μέρος του με σκοινί ώστε να μπορεί να στρέφεται γύρω από τον άξονα του (σχ. 2.35γ). Κρεμάστε το από κάπου και τοποθετήστε ακριβώς από κάτω του ένα γκαζάκι με σιγανή φωτιά.

Όταν το νερό αρχίσει να βράζει, ο ατμός θα αρχίσει να φεύγει με ταχύτητα από τις τρύπες και το δοχείο να στρέφεται.

Ισορροπία – αντιστρεπτές μεταβολές – έργο αερίου

2.1 Αναφέρετε δύο μη αντιστρεπτές μεταβολές, διαφορετικές από αυτές που αναφέρονται στο βιβλίο.

2.2 Το έργο ενός αερίου είναι …….. όταν …… και αρνητικό όταν …….(Συμπληρώστε τα κενά).

2.3 Ποιες από τις επόμενες προτάσεις που αφορούν στο έργο ενός αερίου είναι σωστές;

α) Ένα αέριο παράγει έργο μόνο όταν υποβάλλεται σε αντιστρεπτή μεταβολή.

β) Αν ο όγκος του αερίου δε μεταβάλλεται, το έργο του αερίου είναι μηδέν.

γ) Σε κάθε μεταβολή, αντιστρεπτή ή όχι, το έργο ενός αερίου μπορεί να υπολογιστεί από το διάγραμμα p-V.

δ) Ο υπολογισμός του έργου του αερίου από το διάγραμμα p-V είναι δυνατός μόνο στην περίπτωση της μη αντιστρεπτής μεταβολής.

2.4 Διαθέτουμε ένα δοχείο χωρισμένο στη μέση με μεμβράνη. Στον ένα χώρο του δοχείου βρίσκεται κάποιο αέριο ενώ ο άλλος είναι κενός. Κάποια στιγμή σπάει η μεμβράνη και το αέριο καταλαμβάνει όλο το χώρο του δοχείου. Το έργο του αερίου είναι θετικό, αρνητικό ή μηδέν; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.

Θερμότητα – Εσωτερική ενέργεια

2.5 Ποιες από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστές;

α) Ένα σώμα έχει θερμότητα όταν είναι ζεστό.

β) Εάν φέρουμε σε θερμική επαφή δύο σώματα Α και Β, διαφορετικής θερμοκρασίας ($T_A>T_B$) μεταφέρεται ενέργεια (θερμότητα) από το σώμα με την υψηλότερη θερμοκρασία προς το σώμα με τη χαμηλότερη θερμοκρασία. Αυτή η διαδικασία έχει ως αποτέλεσμα την ελάττωση της εσωτερικής ενέργειας του σώματος Α και την αύξηση της εσωτερικής ενέργειας του σώματος Β.

γ) Με την τριβή δεν αυξάνεται η θερμότητα των σωμάτων που τρίβονται αλλά η εσωτερική τους ενέργεια.

δ) Θερμότητα και θερμοκρασία είναι διαφορετικές ονομασίες που αποδίδονται στην ίδια έννοια.

ε) Η εσωτερική ενέργεια ενός αερίου είναι ανάλογη της θερμοκρασίας του.

2.6 Επιλέξτε τη σωστή πρόταση.

α) Η εσωτερική ενέργεια ενός αερίου είναι το άθροισμα των δυναμικών ενεργειών των μορίων του.

β) Η εσωτερική ενέργεια ενός αερίου εξαρτάται μόνο από την πίεση στην οποία βρίσκεται.

γ) Ένα θερμοδυναμικό σύστημα μπορεί να μεταβεί από μια αρχική κατάσταση σε κάποια άλλη με πολλούς τρόπους. Η μεταβολή της εσωτερικής του ενέργειας εξαρτάται από τον τρόπο με τον οποίο το σύστημα μεταβαίνει από την αρχική στην τελική κατάσταση.

δ) Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας ιδανικού αερίου εξαρτάται μόνο από την αρχική και τελική κατάσταση.

2.7 Σώμα αφήνεται να ολισθήσει σε πλάγιο επίπεδο. Η εσωτερική ενέργεια του σώματος μεταβάλλεται :

α) αν μεταβληθεί η θερμοκρασία του.

β) διότι μεταβάλλεται η ταχύτητά του.

γ) διότι μεταβάλλεται το ύψος στο οποίο βρίσκεται το σώμα.

Επιλέξτε τη σωστή πρόταση.

2.8 Δύο διαφορετικές ποσότητες αερίου βρίσκονται στην ίδια θερμοκρασία. Ποια από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστή;

α) Οι δύο ποσότητες έχουν την ίδια εσωτερική ενέργεια.

β) Μεγαλύτερη εσωτερική ενέργεια έχει η μεγαλύτερη ποσότητα.

γ) Μεγαλύτερη εσωτερική ενέργεια έχει η ποσότητα που καταλαμβάνει το μεγαλύτερο όγκο.

δ) Μεγαλύτερη εσωτερική ενέργεια έχει το αέριο με τη μεγαλύτερη πίεση.

Ο πρώτος θερμοδυναμικός νόμος

2.9 Σύμφωνα με τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο, το ποσό θερμότητας που απορροφά ή αποβάλλει ένα θερμοδυναμικό σύστημα είναι ίσο με το αλγεβρικό άθροισμα 1) της μεταβολής …… …… του συστήματος και 2) …… που παράγει ή δαπανά το σύστημα. (Συμπληρώστε τις λέξεις που λείπουν).

2.10 Ο πρώτος θερμοδυναμικός νόμος:

α) Αποτελεί μια έκφραση της αρχής διατήρησης της ενέργειας.

β) Αναφέρεται σε μονωμένα θερμοδυναμικά συστήματα.

γ) Ισχύει μόνο στα αέρια.

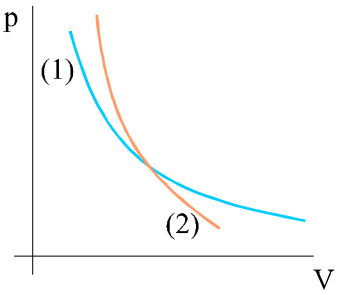
δ) Ισχύει μόνο στις αντιστρεπτές μεταβολές.

Επιλέξτε τη σωστή απάντηση.

2.11 Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία της αριστερής στήλης σε στοιχεία της δεξιάς.

	α) $W = nRT \ln \frac{V_\tau}{V_\alpha}$
1) Ισοβαρής αντιστρεπτή μεταβολή	β) $W = \frac{p_a + p_\tau}{2} \Delta V$
2) Ισόχωρη αντιστρεπτή μεταβολή	γ) $W = p\Delta V$
3) Ισόθερμη αντιστρεπτή μεταβολή	δ) $W = 0$
4) Κυκλική αντιστρεπτή μεταβολή	ε) $W = \frac{p_\tau V_\tau - p_\alpha V_\alpha}{1-\gamma}$
5) Αδιαβατική αντιστρεπτή μεταβολή	στ) Εμβαδόν που περικλείεται από την κλειστή γραμμή στο διάγραμμα *p=f(V)*

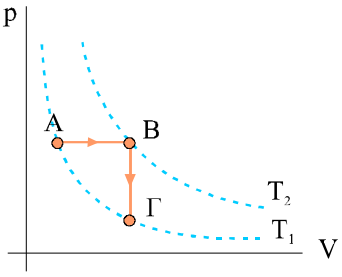
2.12 Να συμπληρώσετε τα κενά:
Το έργο ενός αερίου είναι θετικό όταν το αέριο …… Στην …… αντιστρεπτή εκτόνωση το έργο του αερίου είναι ίσο με την ελάττωση της εσωτερικής του ενέργειας. Στην ……. αντιστρεπτή εκτόνωση το έργο του αερίου είναι ίσο με τη θερμότητα που απορροφά το αέριο.



Σχ. 2.36

2.13 Στο διάγραμμα του σχήματος 2.36 παριστάνεται μια ισόθερμη και μια αδιαβατική μεταβολή ορισμένης ποσότητας αερίου. Ποια καμπύλη αντιστοιχεί σε κάθε μεταβολή; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

2.14 Ένα αέριο, που αρχικά βρίσκεται στην κατάσταση Α, μεταβαίνει στην κατάσταση Β με σταθερή πίεση και στη συνέχεια στην κατάσταση Γ, με σταθερό όγκο, όπως δείχνει το σχήμα 2.37.



Σχ. 2.37

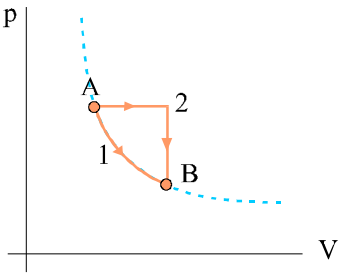
1. Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου κατά τη διεργασία ΑΒ είναι:
   α) Θετική; β) Αρνητική; γ) Μηδέν;
2. Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου κατά τη διεργασία ΒΓ είναι:
   α) Θετική; β) Αρνητική; γ) Μηδέν;
3. Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του συστήματος κατά τη μετάβασή του από την κατάσταση Α στην Γ είναι:
   α) Θετική; β) Αρνητική; γ) Μηδέν;

Αιτιολογήστε τις απαντήσεις σας.

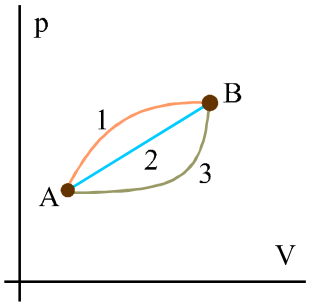
2.15 Επιλέξτε τη σωστή πρόταση.
α) Στην ισόθερμη εκτόνωση αερίου ένα μέρος της θερμότητας που απορροφά το αέριο μετατρέπεται σε έργο.
β) Στην ισοβαρή εκτόνωση, το έργο του αερίου είναι ίσο με το ποσό θερμότητας που απορροφά το αέριο.
γ) Στην ισόχωρη θέρμανση, η θερμότητα που απορροφά το αέριο είναι ίση με τη μεταβολή στην εσωτερική του ενέργεια.
δ) Στην αδιαβατική εκτόνωση το έργο του αερίου είναι ίσο με τη μεταβολή της εσωτερικής του ενέργειας.

2.16 Ένα αέριο, που αρχικά βρίσκεται στην κατάσταση p_A ,V_A , εκτονώνεται μέχρι ο όγκος του να γίνει V_B . Να παρασταθούν σε κοινούς άξονες p-V μια ισόθερμη και μια αδιαβατική που να οδηγούν από την αρχική κατάσταση στις τελικές καταστάσεις όγκου V_B. Σε ποια από τις δύο μεταβολές το έργο που παράγει το αέριο είναι μεγαλύτερο;

2.17 Ένα αέριο μπορεί να μεταβεί από μια αρχική κατάσταση Α σε μια τελική κατάσταση Β, με δύο τρόπους. α) Με μια ισόθερμη μεταβολή και β) Με μια ισοβαρή εκτόνωση και μια ισόχωρη μεταβολή. Οι δύο τρόποι παριστάνονται στο σχήμα 2.38 με τους αριθμούς 1 και 2.
Το ποσό θερμότητας που απορροφά το αέριο είναι:
α) Μεγαλύτερο κατά τη διαδρομή 1;
β) Ίδιο και στις δύο περιπτώσεις;
γ) Μεγαλύτερο κατά τη διαδρομή 2;
Ποια από τις προτάσεις αυτές είναι ορθή;
Αιτιολογήστε την απάντησή σας.



Σχ. 2.38



Σχ. 2.39

2.18 Ένα αέριο αρχικά βρίσκεται στην κατάσταση Α. Το αέριο μπορεί να μεταβεί στην κατάσταση Β με μία απο τις μεταβολές που παριστάνονται στο διάγραμμα (σχ.2.39). Να συγκρίνετε για τις τρεις διαδρομές α) το έργο που παράγει το αέριο, β) τη μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου, γ) το ποσό θερμότητας που απορροφά το αέριο.

2.19 Ποιες από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστές;

α) Στην ισόχωρη μεταβολή το έργο είναι μηδέν.

β) Στην αδιαβατική εκτόνωση η τελική θερμοκρασία είναι μικρότερη της αρχικής.

γ) Στην αδιαβατική εκτόνωση το έργο που παράγει το αέριο είναι ίσο με την ελάττωση της εσωτερικής του ενέργειας.

δ) Στην ισόθερμη μεταβολή η θερμότητα του ανταλλάσσει το αέριο με το περιβάλλον είναι μηδέν.

ε) Στην κυκλική μεταβολή το έργο του αερίου είναι ίσο με το εμβαδόν που περικλείεται από τη γραμμή στο διάγραμμα p-V.

Γραμμομοριακές ειδικές θερμότητες αερίων

2.20 Συμπληρώστε τα κενά:

Η γραμμομοριακή ειδική θερμότητα εκφράζει το ποσό θερμότητας που πρέπει να προσφερθεί σε ένα mol αερίου ώστε να ανέβει η θερμοκρασία του κατά …… Στα αέρια, ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζουν η γραμμομοριακή ειδική θερμότητα υπό σταθερό όγκο και η γραμμομοριακή ειδική θερμότητα …….. ……. Η σχέση που συνδέει τις δύο ειδικές γραμμομοριακές θερμότητες είναι …….

2.21 Ποιες από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστές;

α) Στα στερεά και τα υγρά, η ειδική θερμότητα εξαρτάται μόνο από το υλικό τους. Στα αέρια η γραμμομοριακή ειδική θερμότητα εξαρτάται κάθε φορά από τον τρόπο με τον οποίο θερμαίνεται το αέριο.

β) Ο λόγος C_p/C_V, των γραμμομοριακών ειδικών θερμοτήτων ενός αερίου είναι μεγαλύτερος ή ίσος με τη μονάδα.

γ) Στα ιδανικά αέρια C_p-C_V=σταθερό

δ) Η σχέση $\Delta U = n\, C_V\, \Delta T$, δίνει τη μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας ενός αερίου σε κάθε μεταβολή, αντιστρεπτή ή μη.

2.22 Η θερμοκρασία μιας ποσότητας αερίου αυξάνεται. Η εσωτερική ενέργεια του αερίου :

α) αυξάνεται;

β) μειώνεται;

γ) δεν επηρεάζεται από τη μεταβολή στη θερμοκρασία;

δ) χρειάζονται και άλλα στοιχεία για να απαντήσουμε;

Επιλέξτε τη σωστή απάντηση.

2.23 Εξηγήστε ποιοτικά γιατί η γραμμομοριακή ειδική θερμότητα των αερίων υπό σταθερή πίεση είναι μεγαλύτερη από τη γραμμομοριακή ειδική θερμότητα υπό σταθερό όγκο.

2.24 Πού οφείλονται οι αποκλίσεις ανάμεσα στις θεωρητικές προβλέψεις των C_p και C_V για το μοντέλο του ιδανικού αερίου και στις πειραματικές τιμές τους;

Δεύτερος θερμοδυναμικός νόμος - Θερμικές μηχανές

2.25 Θερμική μηχανή είναι,
α) το τρόλεϊ;
β) ο φούρνος;
γ) το ποδήλατο;
δ) ο κινητήρας του αεροπλάνου;
Επιλέξτε τη σωστή απάντηση.

2.26 Με ποιον τρόπο αποβάλλεται θερμότητα κατά τη λειτουργία της μηχανής του αυτοκινήτου;

2.27 Ποια από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστή;
α) Κάθε θερμική μηχανή λειτουργεί ανάμεσα σε δύο θερμοκρασίες.
β) Ο συντελεστής απόδοσης μιας θερμικής μηχανής είναι το πηλίκο της ωφέλιμης ενέργειας που μας δίνει η μηχανή προς το ποσό θερμότητας που αποβάλλεται από τη μηχανή κατά τη λειτουργία της.
γ) Εάν ήταν δυνατό να εξαλειφθούν οι τριβές ο συντελεστής απόδοσης των θερμικών μηχανών θα ήταν ίσος με τη μονάδα.
δ) Η απόδοση των θερμικών μηχανών κυμαίνεται συνήθως ανάμεσα στο 70 με 80%.

2.28 Οι παρακάτω προτάσεις αναφέρονται στο δεύτερο θερμοδυναμικό νόμο. Ποιες είναι σωστές;
α) Δεν υπάρχουν περιορισμοί στη μετατροπή της ενέργειας από τη μια μορφή στην άλλη.
β) Η θερμότητα ποτέ δε μετασχηματίζεται πλήρως σε μηχανική ενέργεια.
γ) Κατά την ισόθερμη εκτόνωση, όλο το ποσό θερμότητας που απορροφά το αέριο μετατρέπεται σε έργο. Η μεταβολή αυτή αποτελεί μια εξαίρεση στο δεύτερο θερμοδυναμικό νόμο.
δ) Με τη σημερινή τεχνολογία δεν έχει επιτευχθεί η πλήρης μετατροπή της θερμότητας σε μηχανικό έργο. Ελπίζουμε ότι στο μέλλον θα το κατορθώσουμε.
ε) Ο δεύτερος θερμοδυναμικός νόμος αποκλείει την ύπαρξη μιας θερμικής μηχανής που έχει συντελεστή απόδοσης ίσο με 1.
στ) Το ψυγείο μεταφέρει θερμότητα από τα ψυχρά σώματα προς τα θερμότερα.
ζ) Η θερμότητα μεταφέρεται πάντα από τα θερμότερα προς τα ψυχρότερα σώματα. Για το αντίστροφο απαιτείται δαπάνη ενέργειας.

2.29 Λέμε ότι κατά τη λειτουργία μιας θερμικής μηχανής το ωφέλιμο έργο είναι πάντα μικρότερο από την ενέργεια που δαπανάται για τη λειτουργία της (θερμότητα). Μήπως αυτό παραβιάζει την αρχή διατήρησης της ενέργειας; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.

2.30 Η θάλασσα έχει τεράστια εσωτερική ενέργεια. Θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε αυτή την ενέργεια για την κίνηση των πλοίων; (Δικαιολογήστε την απάντησή σας).

2.31 Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις που αφορούν στη μηχανή Carnot είναι σωστές;

α) Η μηχανή που επινόησε και συναρμολόγησε ο Carnot φέρει σήμερα το όνομα του.

β) Ο κύκλος του Carnot αποτελείται από δύο ισόθερμες και δύο ισόχωρες μεταβολές.

γ) Η μηχανή Carnot έχει τη μεγαλύτερη απόδοση γιατί μετατρέπει εξ ολοκλήρου τη θερμότητα σε ωφέλιμο έργο.

δ) Η απόδοση της μηχανής Carnot εξαρτάται μόνο από τις θερμοκρασίες των δεξαμενών υψηλής και χαμηλής θερμοκρασίας.

ε) Όταν μικραίνει ο λόγος της θερμοκρασίας της ψυχρής δεξαμενής προς τη θερμοκρασία της θερμής, σε μια μηχανή Carnot, ο συντελεστής απόδοσής της μεγαλώνει.

2.32 Η απόδοση μιας θερμικής μηχανής δε μπορεί να είναι …… από την απόδοση μιας μηχανής Carnot που λειτουργεί ανάμεσα στις ίδιες θερμοκρασίες. Ο συντελεστής απόδοσης μιας μηχανής Carnot είναι …… (Συμπληρώστε τα κενά).

Εντροπία

2.33 Ποιες από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστές;

α) Η σχέση $\Delta S = \frac{\Delta Q}{T}$, δίνει τη μεταβολή της εντροπίας μόνο στις πολύ μικρές αντιστρεπτές διεργασίες.

β) Η μεταβολή της εντροπίας ενός θερμοδυναμικού συστήματος εξαρτάται μόνο από την αρχική και τελική κατάσταση του συστήματος και όχι από τον τρόπο που έγινε η μεταβολή.

γ) Στη διάρκεια μιας πραγματικής (μη αντιστρεπτής) διεργασίας η εντροπία ενός μονωμένου θερμοδυναμικού συστήματος μειώνεται.

δ) Σε ένα μονωμένο σύστημα σε ισορροπία η εντροπία έχει τη μέγιστη τιμή της.

2.34 Ένα θερμοδυναμικό σύστημα μεταβαίνει από την κατάσταση Α στην κατάσταση Β. Η εντροπία του συστήματος στην κατάσταση Β είναι μεγαλύτερη από την εντροπία του στην κατάσταση Α ($S_B > S_A$).
Επιλέξτε τις σωστές απαντήσεις στα ερωτήματα Α, Β, Γ.

Α. Η αταξία των δομικών στοιχείων του συστήματος είναι

α) μεγαλύτερη στην κατάσταση Β.

β) μικρότερη στην κατάσταση Β.

γ) δεν έχουμε επαρκή στοιχεία για να απαντήσουμε.

Β. Η ικανότητα του συστήματος να παράγει ωφέλιμο έργο

α) αυξήθηκε με τη μετάβαση του συστήματος στην κατάσταση Β,

β) μειώθηκε,

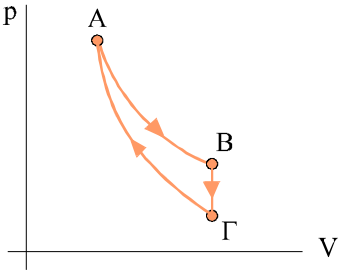
γ) δεν έχουμε επαρκή στοιχεία για να απαντήσουμε.

Γ. Το σύστημα κατά τη διάρκεια της μεταβολής
α) απορρόφησε θερμότητα,
β) απέβαλε θερμότητα στο περιβάλλον,
γ) δεν έχουμε επαρκή στοιχεία για να απαντήσουμε.

2.35 Ένα βλήμα σφηνώνεται σε τοίχο.
α) Η κινητική ενέργεια του βλήματος μετατράπηκε σε δυναμική.
β) Μετά την κρούση η κινητική ενέργεια του βλήματος μηδενίστηκε. Η εσωτερική ενέργεια του βλήματος και της περιοχής του τοίχου όπου σφηνώθηκε αυξήθηκε.
γ) Η εντροπία του συστήματος βλήμα - τοίχος μειώθηκε.
δ) Η ικανότητα του συστήματος για παραγωγή ωφέλιμου έργου μειώθηκε.
Ποιες από τις προηγούμενες προτάσεις είναι σωστές;

2.36 Αν βάλουμε ένα ποτήρι νερό στην κατάψυξη, το νερό θα παγώσει. Η αταξία των μορίων του νερού σ΄ αυτή την κατάσταση (πάγος) έχει μειωθεί σε σχέση με εκείνη που υπήρχε όταν το νερό βρισκόταν στην υγρή κατάσταση. Επομένως η εντροπία του νερού μειώθηκε. Μήπως αυτή η περίπτωση αποτελεί εξαίρεση στην γενικότερη τάση να αυξάνεται η εντροπία; Δικαιολογήστε την άποψή σας.

2.37 Στο σχήμα 2.40 παριστάνεται η κυκλική μεταβολή που υφίσταται ορισμένη ποσότητα αερίου. Η μεταβολή ΑΒ είναι ισόθερμη, η ΒΓ ισόχωρη και η ΓΑ αδιαβατική. Κατά τη μεταβολή ΒΓ, η εντροπία του αερίου α) αυξάνεται; β) μειώνεται; γ) παραμένει σταθερή; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.



Σχ. 2.40

2.38 Να αντιστοιχίσετε τα μεγέθη που βρίσκονται στην αριστερή στήλη με τις μονάδες μέτρησης στη δεξιά στήλη

1)	W	α)	J
2)	S	β)	m^3
3)	U	γ)	N
4)	p	δ)	N/m^2
5)	V	ε)	J/K

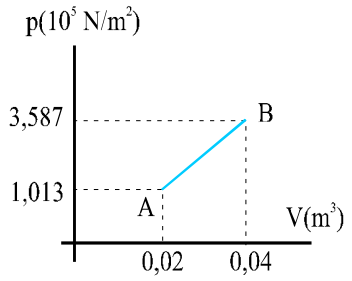
2.39 Να αποδοθεί ο κύκλος Carnot σε διάγραμμα με άξονες την εντροπία και την απόλυτη θερμοκρασία του αερίου (S-T).

Έργο αερίου – πρώτος θερμοδυναμικός νόμος

2.40 Αέριο με όγκο 0,004 m^3 θερμαίνεται με σταθερή πίεση p=1,2 atm μέχρι ο όγκος του να γίνει 0,006 m^3. Υπολογίστε το έργο που παράγει το αέριο. Δίνεται $1atm=1,013\times10^5$ N/m^2.
[Απ : 243,1 J]

2.41 Δύο mol αερίου θερμαίνονται από τους 27°C στους 127°C. Η θέρμανση του αερίου γίνεται με σταθερή πίεση. Υπολογίστε το έργο που παράγει το αέριο. Δίνεται R=8,314 J/(mol K).
[Απ : 1663 J]

2.42 Δύο mol αερίου βρίσκονται σε θερμοκρασία 27°C. Διατηρώντας σταθερή τη θερμοκρασία συμπιέζουμε το αέριο ώστε η πίεσή του να διπλασιαστεί. Να υπολογιστεί το έργο του αερίου.
Δίνονται R=8,314 J/(mol K), ln2=0,6931.
[Απ : -3458 J]

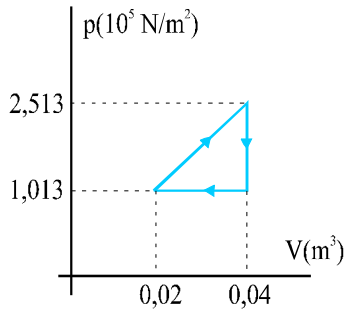


Σχ. 2.41

2.43 Το διάγραμμα (σχ. 2.41) παριστάνει τη μεταβολή ενός αερίου από την κατάσταση Α στην κατάσταση Β. Υπολογίστε το έργο του αερίου κατά τη μεταβολή αυτή.
[Απ : 4600 J]

2.44 Ποσότητα αερίου καταλαμβάνει όγκο 10 L και έχει πίεση 1 atm. Το αέριο θερμαίνεται ισόθερμα μέχρι να διπλασιαστεί ο όγκος του. Υπολογίστε το ποσό θερμότητας που απορρόφησε το αέριο. Δίνονται $1L=10^{-3}$ m^3, $1atm=1,013\times10^5$ N/m^2, ln2=0,6931.
[Απ : Q=702,1 J]

2.45 Αέριο βρίσκεται μέσα σε δοχείο που κλείνεται με έμβολο. Το αέριο καταλαμβάνει όγκο V_1=0,008 m^3, έχει θερμοκρασία T_1=300 K και πίεση $p_1=1,013\times10^5$ N/m^2. Θερμαίνουμε το αέριο υπό σταθερή πίεση, μέχρι η θερμοκρασία του να γίνει T_2=375 K.
α) Υπολογίστε το έργο του αερίου.
β) Αν κατά τη θέρμανσή του το αέριο απορρόφησε θερμότητα Q=709,1 J υπολογίστε τη μεταβολή της εσωτερικής του ενέργειας.
[Απ : W=202,6 J, ΔU=506,5 J]



Σχ. 2.42

2.46 0,2 mol αερίου συμπιέζονται ισόθερμα σε θερμοκρασία θ=27°C, ώστε ο όγκος του να ελαττωθεί στο μισό. Υπολογίστε το ποσό θερμότητας που αντάλλαξε το αέριο με το περιβάλλον.
Δίνονται R=8,314 J/(mol K), ln2=0,6931.
[Απ : -345,8J]

2.47 Αέριο εκτελεί την κυκλική μεταβολή του σχήματος 2.42. Υπολογίστε το καθαρό ποσό θερμότητας που απορρόφησε.
[Απ : 1500J]

Γραμμομοριακές ειδικές θερμότητες ιδανικού αερίου

2.48 Ιδανικό αέριο βρίσκεται σε δοχείο σταθερού όγκου 0,004 m^3. Το αέριο θερμαίνεται ώστε η πίεσή του από $1{,}013\times10^5$ N/m^2 να γίνει $3{,}213\times10^5$ N/m^2. Να υπολογιστεί το ποσό θερμότητας που απορρόφησε το αέριο. Δίνεται ότι στα ιδανικά αέρια ισχύει C_V=3/2 R.
[Απ : 1320J]

2.49 Αέριο θερμαίνεται με σταθερή πίεση $1{,}013\times10^5$ N/m^2, ώστε ο όγκος του από 0,005 m^3 να γίνει 0,007 m^3. Να υπολογιστεί το ποσό θερμότητας που απορρόφησε το αέριο. Δίνεται C_V=3/2 R.
[Απ : 506,5 J]

2.50 Να υπολογιστεί η αύξηση της εσωτερικής ενέργειας ορισμένης ποσότητας αερίου όταν το θερμάνουμε με σταθερή πίεση προσφέροντάς του θερμότητα Q=10cal. Για το αέριο ισχύει γ = 1.41. Δίνεται 1cal=4,18J.
[Απ : 29,64 J]

Θερμικές μηχανές - Κύκλος Carnot

2.51 Για την παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας, ένα εργοστάσιο χρησιμοποιεί λιγνίτη. Από την καύση του λιγνίτη το εργοστάσιο τροφοδοτείται με θερμότητα με ρυθμό 900 MW και παράγει 300 MW μηχανικής ισχύος που, στη συνέχεια μετατρέπεται σε ηλεκτρική ισχύ. Υπολογίστε την απόδοση του εργοστασίου κατά τη μετατροπή της θερμότητας σε μηχανική ενέργεια.
[Απ : 33,3 %]

2.52 Θερμική μηχανή παράγει σε κάθε κύκλο λειτουργίας της μηχανικό έργο 200 J. Η απόδοση της μηχανής είναι 25%. Υπολογίστε το ποσό θερμότητας που απορροφά, καθώς και το ποσό θερμότητας που αποβάλλει η μηχανή σε κάθε κύκλο της.
[Απ : 800 J, 600 J]

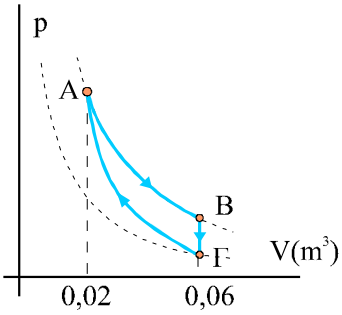
2.53 Οι βενζινομηχανές στα αυτοκίνητα χρησιμοποιούν τη θερμότητα που παράγεται από την καύση της βενζίνης. Μέρος της θερμότητας αυτής τη μετατρέπουν σε μηχανικό έργο και την υπόλοιπη την αποβάλλουν στην ατμόσφαιρα. Η απόδοση μιας τέτοιας μηχανής είναι περίπου 20%. Η θερμοκρασία που επιτυγχάνεται με την καύση της βενζίνης είναι περίπου 2100 ^oC. Αν η θερμοκρασία της ατμόσφαιρας είναι 23^oC, υπολογίστε τη θεωρητικά μέγιστη απόδοση που μπορεί να έχει μία τέτοια μηχανή. (Θα θεωρήσετε ότι τα καυσαέρια αποβάλλονται στη θερμοκρασία της ατμόσφαιρας).
[Απ : 87%]

2.54 Μια μηχανή Carnot υποβάλλει σε κυκλική μεταβολή 5 mol ιδανικού αερίου. Η θερμοκρασία της θερμής δεξαμενής είναι 500 K και της ψυχρής 300 K. Κατά την ισόθερμη εκτόνωσή του ο όγκος του αερίου από $V_A=3\times10^{-2}$ m^3 γίνεται $V_B=6\times10^{-2}$ m^3. Υπολογίστε:

α) Το συντελεστή απόδοσης της μηχανής.
β) Το έργο που παράγει η μηχανή σε κάθε κύκλο.
Δίνονται R=8,314 J/(mol K), ln2=0,693.
[Απ : 0,4, 5762 J]

Εντροπία

2.55 Ποσότητα αερίου καταλαμβάνει όγκο 4L, με πίεση 2atm, και θερμοκρασία 400 K. Το αέριο ψύχεται με σταθερό όγκο μέχρι η πίεσή του να γίνει 0,8 atm και στη συνέχεια θερμαίνεται με σταθερή πίεση μέχρι ο όγκος του να γίνει 10 L.
α) Να αποδοθούν οι μεταβολές αυτές σε διάγραμμα p-V.
β) Να υπολογιστεί η τελική θερμοκρασία του αερίου.
γ) Να υπολογιστεί η μεταβολή της εντροπίας του.
Δίνονται 1L = 10^{-3} m^3 και 1atm =$1{,}013\times10^5$ N/m^2 , ln2,5=0,9163.
[Απ : 400 K, ΔS=1,86 J/K]

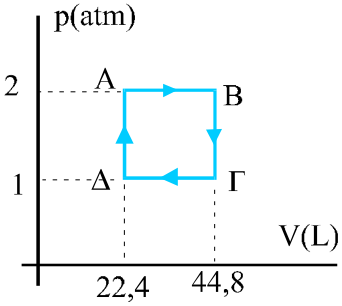


Σχ. 2.43

2.56 Ποσότητα αερίου n=0,2 mol υφίσταται την κυκλική μεταβολή του σχήματος 2.43, όπου ΑΒ ισόθερμη εκτόνωση, ΒΓ ισόχωρη ψύξη, ΓΑ αδιαβατική συμπίεση. Να υπολογιστεί η μεταβολή της εντροπίας του αερίου στις επιμέρους μεταβολές ΑΒ, ΒΓ και ΓΑ.
Δίνεται R=8,314 J/(mol K), ln3=1,0986.
[Απ : ΔS_{AB} = 1,83 J/ K, $\Delta S_{B\Gamma}$ = -1,83 J/ K, $\Delta S_{\Gamma A}$=0]

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

2.57 Ποσότητα αερίου βρίσκεται μέσα σε κύλινδρο και καταλαμβάνει όγκο V. Το αέριο εκτονώνεται μέχρι να διπλασιαστεί ο όγκος του. Η εκτόνωση του αερίου μπορεί να γίνει με ισόθερμη ή με αδιαβατική ή με ισοβαρή μεταβολή.
α) Να παρασταθούν γραφικά σε διάγραμμα p-V οι τρεις μεταβολές που μπορούν να οδηγήσουν το αέριο από την αρχική του κατάσταση στην τελική.
β) Σε ποια από τις τρεις μεταβολές : i) Το αέριο παράγει περισσότερο έργο; ii) Το αέριο απορροφά το μικρότερο ποσό θερμότητας;



Σχ. 2.44

2.58 Το σχήμα 2.44 δείχνει τη γραφική παράσταση της σχέσης p=*f*(V), όπου p, V η πίεση και ο όγκος ενός mol ιδανικού αερίου. Να γίνει για την ίδια κυκλική μεταβολή η γραφική παράσταση των σχέσεων p=*f*(T) και V=*f*(T), όπου T η απόλυτη θερμοκρασία, και να υπολογιστεί το έργο που παράγεται από το αέριο κατά την κυκλική μεταβολή ΑΒΓΔ.
Δίνονται 1atm=$1{,}013\times10^5$ N/m^2, 1 L =10^{-3} m^3.
[Απ : 2269 J]

2.59 Κυλινδρικό δοχείο έχει τον άξονά του κατακόρυφο και κλείνεται, στο επάνω μέρος του, με έμβολο βάρους w και εμβαδού A, έτσι ώστε το αέριο που περιέχει να έχει όγκο V. Το αέριο θερμαίνεται έτσι ώστε η θερμοκρασία του, από θ, να γίνει θ΄. Να υπολογιστεί το έργο που

παράγεται από το αέριο. Η θέρμανση γίνεται σε χώρο όπου η ατμοσφαιρική πίεση είναι $p_{\alpha\tau}$.

[Απ : $W = V\left(p_{\alpha\tau} + \frac{w}{A}\right)\cdot\left(\frac{\theta' - \theta}{273 + \theta}\right)$]

2.60 Κυλινδρικό δοχείο με αδιαβατικά τοιχώματα έχει τον άξονά του κατακόρυφο και κλείνεται με έμβολο πάνω στο οποίο βρίσκονται διάφορα σταθμά. Στο δοχείο περιέχεται V_1=1m^3 υδρογόνου, σε θερμοκρασία θ_1=27°C και πίεση $p_1 = 125\times10^5$ N/m^2. Αφαιρώντας σταθμά κάνουμε την πίεση ίση με $p_2 = 10^5$ N/m^2 (ατμοσφαιρική πίεση). Να υπολογιστούν :

α) Ο όγκος και η θερμοκρασία του αερίου στην τελική κατάσταση.

β) Το έργο που παράχθηκε κατά την εκτόνωσή του.

Θεωρήστε κατά προσέγγιση γ=3/2.

[Απ : α) 25m^3, T=60K, β) $W = 2\times10^7$ J]

2.61 Μια ποσότητα ιδανικού αερίου που αποτελείται από N=$1{,}5\times10^{24}$ μόρια, βρίσκεται σε θερμοκρασία θ_A=27°C. Θερμαίνουμε το αέριο μέχρι η θερμοκρασία του να γίνει θ_B=127°C i)με σταθερό όγκο και ii) με σταθερή πίεση. Να υπολογιστούν σε κάθε περίπτωση:

α) Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου.

β) Το έργο που παράγει το αέριο.

γ) Η θερμότητα που προσφέρουμε στο αέριο.

Δίνονται: R=8,314 J/(mol K), N_A= $6{,}023\times10^{23}$ μόρια/mol.

[Απ : i) 3106,2 J, 0, 3106,2 J ii) 3106,2 J, 2070,8 J, 5177 J]

2.62 Η θερμοκρασία της θερμής δεξαμενής σε μια μηχανή Carnot είναι θ_1=127°C και της ψυχρής θ_2=27°C.

α) Να υπολογιστεί ο συντελεστής απόδοσης της μηχανής.

β) Αν η μηχανή αποδίδει ισχύ P=10HP να υπολογιστεί το ποσό της θερμότητας που απορροφά από τη δεξαμενή υψηλής θερμοκρασίας σε χρόνο t=1h. Δίνεται 1HP=745,7W.

[Απ : 0,25, 29,828 kWh]

2.63 Ιδανική θερμική μηχανή λειτουργεί με τον αντιστρεπτό κύκλο του σχήματος 2.45.

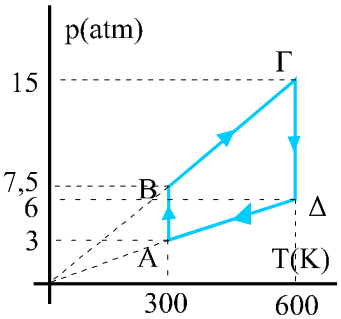
α) Να παρασταθεί γραφικά η κυκλική μεταβολή σε άξονες V-T και p-V.

β) Να υπολογιστεί το έργο που παράγει η μηχανή στη διάρκεια ενός κύκλου.

γ) Να υπολογιστεί ο συντελεστής απόδοσης της μηχανής.

Δίνονται : η ποσότητα του αερίου n=0,975mol, C_V=3R/2, R=8,314J/(mol K)=0,082 L atm/(mol K), ln2,5=0,9163.

[Απ : β) 2228,3J, γ) 0,275]



Σχ. 2.45

2.64 Ένα ιδανικό αέριο εκτελεί την κυκλική μεταβολή ΑΒΓΔΑ όπου ΑΒ ισόθερμη εκτόνωση, ΒΓ ισόχωρη ψύξη, ΓΔ ισοβαρή ψύξη, ΔΑ ισόχωρη θέρμανση. Αν είναι p_A=6atm, V_A=22,4L, T_A=546K, V_B=3V_A, T_Γ = 273K.

α) Να αποδοθεί γραφικά η παραπάνω μεταβολή σε άξονες p-V, p-T, V-T.

β) Να υπολογιστεί το έργο που παράγεται από το αέριο κατά τη διάρκεια αυτής της μεταβολής.

Δίνονται ln3=1,1 1L atm = 101J.

[Απ : 10407 J]

2.65 Ένα mol ιδανικού αερίου φέρεται από την κατάσταση Α (p_o, V_o) στην κατάσταση Β(2p_o, 2V_o) με δυο τρόπους:

α) Με μια ισόθερμη και μια ισοβαρή μεταβολή.

β) Με μια ισόθερμη και με μια ισόχωρη μεταβολή.

Να υπολογιστούν τα Q και W σε κάθε περίπτωση. Δίνονται τα p_o, V_o, ln2=0,6931, C_V=3R/2.

[Απ : α) 6,8p_0V_0, 2,3 p_0V_0 β) 5,2p_0V_0, 0,7p_0V_0]

2.66 Η κυκλική μεταβολή του ιδανικού αερίου μιας θερμικής μηχανής αποτελείται από: α) μια ισόχωρη θέρμανση μέχρι να τριπλασιαστεί η πίεσή του. β) μια ισοβαρή εκτόνωση μέχρι να τριπλασιαστεί ο όγκος του, γ) μια ισόχωρη ψύξη μέχρι να αποκτήσει την αρχική πίεση και, δ) μια ισοβαρή συμπίεση μέχρι την αρχική του κατάσταση. Να υπολογιστεί ο συντελεστής απόδοσης της μηχανής. Δίνεται γ=5/3.

[Απ : 2/9]

2.67 Ένα mol ιδανικού αερίου, που βρίσκεται σε s.t.p θερμαίνεται με σταθερή πίεση μέχρι να διπλασιαστεί ο όγκος του και μετά ψύχεται με σταθερό όγκο μέχρι να υποδιπλασιαστεί η πίεσή του. Να υπολογιστούν:

α) Το έργο που παράχθηκε.

β) Η θερμότητα που ανταλλάχθηκε με το περιβάλλον.

γ) Η μεταβολή της εντροπίας του αερίου.

Δίνονται: R=8,314 J/(mol K), ln2=0,693, 1Latm=101,4 J.

[Απ : α) 2271 J β) 2271 J γ) 5,76 J/K]

2.68 Ένα mol ιδανικού αερίου, που βρίσκεται σε s.t.p. συμπιέζεται αδιαβατικά μέχρι η πίεσή του να γίνει 8atm και μετά ψύχεται με σταθερό όγκο μέχρι η πίεσή του να γίνει 4 atm. Να υπολογιστούν για κάθε μεταβολή του αερίου και για τη συνολική μεταβολή του:

α) Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας, του αερίου.

β) Η μεταβολή της εντροπίας του.

Δίνονται: R=8,314 J/(mol K) και ln2=0,6931. Θεωρήστε ότι για το αέριο γ=3/2 και C_V =16,628 J/(mol K).

[Απ : α) 4539,5 J, -4539,5 J, 0, β) 0, -11,52 J/K, -11,52 J/K]

2.69 Ιδανικό αέριο έχει όγκο V_A=0,04m^3, πίεση $p_A=3\times10^5$ N/m^2 και θερμοκρασία T_A=600K. Το αέριο εκτονώνεται ισόθερμα μέχρι ο όγκος του να γίνει V_B=0,16m^3, ύστερα ψύχεται με σταθερό όγκο ώσπου να αποκτήσει την κατάλληλη πίεση από όπου μια αδιαβατική συμπίεση θα το φέρει στην αρχική του κατάσταση. Να υπολογιστούν :

α) Η εσωτερική ενέργεια του αερίου στην αρχική του κατάσταση, καθώς και στο τέλος της ισόθερμης και της ισόχωρης μεταβολής.
β) Το έργο που παράγεται κατά την κυκλική μεταβολή
γ) Η μεταβολή της εντροπίας στις επιμέρους μεταβολές.
Δίνονται: R=8,314 J/(mol K), γ=5/3, ln4=1,386 $(0,25)^{\gamma}$=0,0992.
[Απ : 18000J, 18000J, 7200J, 5832J, 27,72J/K, 0, -27,72J/K]

2.70 Κυλινδρικό δοχείο, με αδιαβατικά τοιχώματα, έχει τον άξονά του κατακόρυφο, και κλείνεται στο επάνω μέρος του με αδιαβατικό έμβολο εμβαδού A=10cm^2 και μάζας m=10 kg. Ο κύλινδρος περιέχει ιδανικό αέριο και βρίσκεται σε χώρο όπου η εξωτερική πίεση είναι p_{at}= $1,013\times10^5$ N/m^2. Μέσω μιας αντίστασης R που βρίσκεται μέσα στο δοχείο το αέριο θερμαίνεται αργά. Αν το ποσό θερμότητας που προσφέρεται μέσω της αντίστασης είναι Q=50J να υπολογιστεί:
α) Η μετατόπιση του εμβόλου.
β) Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου.
Δίνονται: g=10m/s^2, C_V=3R/2.
[Απ : 0,1m, 30 J]

2.71 Η κυκλική μεταβολή του ιδανικού αερίου μιας θερμικής μηχανής αποτελείται από μια ισόχωρη ψύξη ΑΒ, μια ισοβαρή ψύξη ΒΓ και τέλος τη μεταβολή ΓΑ, κατά τη διάρκεια της οποίας η πίεση και ο όγκος συνδέονται με τη σχέση $p = 600 + 400V$ (SI). Όλες οι μεταβολές θεωρούνται αντιστρεπτές. Αν στις καταστάσεις Α και Γ το αέριο έχει όγκο $V_A = 2m^3$ και $V_\Gamma = 1m^3$, αντίστοιχα,
α) Να υπολογιστεί το έργο που παράγεται σε ένα κύκλο.
β) Να υπολογιστεί ο συντελεστής απόδοσης της μηχανής.
γ) Να καθοριστεί αν αυξάνεται η ελαττώνεται η εντροπία του αερίου για κάθε μια από τις επιμέρους μεταβολές.
Υπενθυμίζεται ότι στα ιδανικά αέρια ισχύει $C_V / R = 3/2$.
[Απ : 200 J, 0,051]

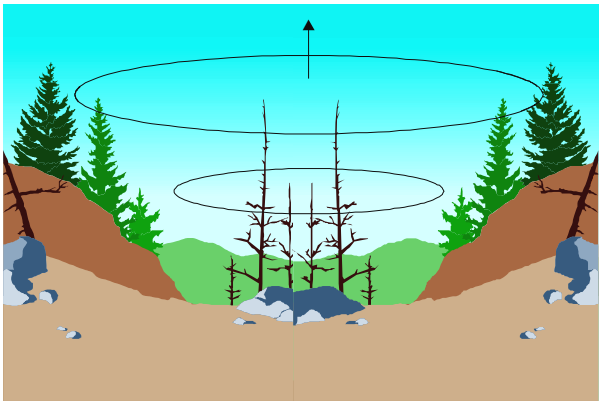
2.72 Η κυκλική μεταβολή $n = 2/R$ mol ιδανικού αερίου σε μια θερμική μηχανή αποτελείται από τη μεταβολή ΑΒ, κατά τη διάρκεια της οποίας η πίεση και ο όγκος συνδέονται με τη σχέση $p = -\frac{2}{3}\times10^8 V + 6\times10^5$ (SI), τη ΒΓ, που είναι ισοβαρής, και τέλος τη ΓΑ, που είναι ισόχωρη. Το αέριο στις καταστάσεις Α και Β έχει όγκο $V_A = 6\times10^{-3} m^3$ και $V_B = 3\times10^{-3} m^3$, αντίστοιχα. Να υπολογιστεί:
α) Ο συντελεστής απόδοσης της μηχανής.
β) Η μεταβολή της εντροπίας στις μεταβολές ΑΒ και ΓΑ.
Δίνονται: $C_V = 3R/2$, $\Delta S_{B\Gamma} = 2,3$ J/K και $\ln 2 = 0,7$.
[Απ : 0,1 , -1,4 J/K, -0,9 J/K]

ΕΝΘΕΤΟ

ΑΔΙΑΒΑΤΙΚΕΣ ΜΕΤΑΒΟΛΕΣ ΤΟΥ ΑΤΜΟΣΦΑΙΡΙΚΟΥ ΑΕΡΑ

Στις αδιαβατικές μεταβολές δε γίνεται ανταλλαγή θερμότητας ανάμεσα στο σύστημα και το περιβάλλον. Πρακτικά, για να θεωρηθεί αδιαβατική η μεταβολή κάποιου αερίου που περιέχεται σε δοχείο θα πρέπει ή το δοχείο να είναι μονωμένο ή η μεταβολή να πραγματοποιείται ταχύτατα ώστε το αέριο να μην προλάβει να ανταλλάξει θερμότητα με το περιβάλλον.

Αδιαβατικές μεταβολές συμβαίνουν και στον ατμοσφαιρικό αέρα, δημιουργώντας αυξομειώσεις στη θερμοκρασία του. Πρόκειται για ένα από τα φαινόμενα που λαμβάνουν υπόψη τους οι μετεωρολόγοι όταν μελετούν τις μεταβολές στην ατμόσφαιρα.



Σχ. 2.46 Ποσότητα θερμού αέρα ανεβαίνοντας υφίσταται αδιαβατική εκτόνωση.

Εικ.2.15 Οι κορυφές του Ολύμπου μένουν χιονισμένες συνήθως σ' όλη τη διάρκεια του χρόνου.

Ας θεωρήσουμε την ποσότητα θερμού αέρα έκτασης πολλών τετραγωνικών χιλιομέτρων που βρίσκεται πάνω από μια κοιλάδα (σχ. 2.46). Η ποσότητα αυτή δεν περικλείεται από αδιαβατικά τοιχώματα αλλά, λόγω του μεγάλου όγκου της, παρά το γεγονός ότι τα περιφερειακά στρώματα αναμιγνύονται με αέρα διαφορετικής θερμοκρασίας και πίεσης, το σύνολο της ποσότητας παραμένει ανεπηρέαστο από το περιβάλλον. Η συνολική ποσότητα, δηλαδή, συμπεριφέρεται σα να περικλείεται από σάκο με αδιαβατικά τοιχώματα.

Έστω ότι ο αέρας αυτός αρχίζει να ανεβαίνει. Αυτό μπορεί να συμβεί αν βρεθεί σε ψηλότερη θερμοκρασία από τα υπερκείμενα στρώματα οπότε η πυκνότητά του θα είναι μικρότερη από αυτή των υπερκείμενων στρωμάτων.

Η πίεση του ατμοσφαιρικού αέρα ελαττώνεται με το ύψος από την επιφάνεια της Γης. Αυτό σημαίνει ότι ο όγκος της ποσότητας στην οποία αναφερόμαστε αυξάνεται και επειδή δεν ανταλλάσσει θερμότητα με το περιβάλλον, η εκτόνωση μπορεί να θεωρηθεί αδιαβατική. Σε μια αδιαβατική εκτόνωση η θερμοκρασία του αερίου μειώνεται.

Έχει διαπιστωθεί ότι όταν τέτοιες μάζες αέρα ανεβαίνουν κατά 1 km η θερμοκρασία τους ελαττώνεται κατά 10 ^{o}C. Άρα, αν μια θερμή μάζα αέρα του θεσσαλικού κάμπου, θερμοκρασίας 30° C, ανέβει κατά 3 km, όσο είναι περίπου το ύψος του παρακείμενου Ολύμπου, στην κορυφή του θα έχει θερμοκρασία 0° C. Έτσι εξηγείται γιατί στα βουνά η θερμοκρασία είναι χαμηλή σε αντίθεση με τη θερμοκρασία στις πεδιάδες.

2 ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

Ισορροπία – αντιστρεπτές μεταβολές – έργο αερίου

2.1 Η πτώση ενός σώματος. Η εκπυρσοκρότηση ενός πυροβόλου.

2.2 Το έργο ενός αερίου είναι θετικό όταν εκτονώνεται και αρνητικό όταν συμπιέζεται.

2.3 β

2.4 Ένα αέριο, που βρίσκεται σε κάποιο δοχείο ασκεί δυνάμεις στα τοιχώματα του δοχείου. Έργο έχουμε μόνο αν μετατοπιστεί το σημείο εφαρμογής μιας δύναμης, δηλαδή όταν μετακινηθεί κάποιο τοίχωμα του δοχείου. Στην περίπτωση που περιγράφεται δεν συμβαίνει αυτό, επομένως το έργο του αερίου είναι μηδέν.

Θερμότητα - εσωτερική ενέργεια

2.5 β, γ, ε

2.6 δ

2.7 α

2.8 β

Ο πρώτος θερμοδυναμικός νόμος

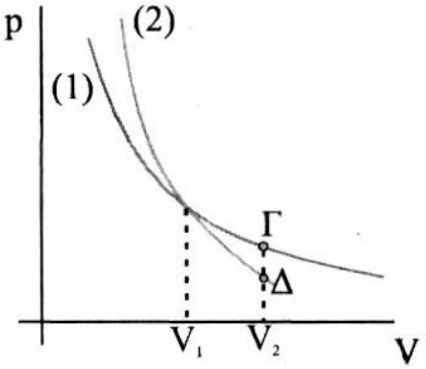
2.9 Σύμφωνα με τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο, το ποσό θερμότητας που απορροφά ή αποβάλλει ένα θερμοδυναμικό σύστημα είναι ίσο με το αλγεβρικό άθροισμα 1) της μεταβολής της εσωτερικής ενέργειας του συστήματος και 2) του έργου που παράγει ή δαπανά το σύστημα.

2.10 α

2.11 1-γ, 2-δ, 3-α, 4-στ, 5-ε

2.12 Το έργο ενός αερίου είναι θετικό όταν το αέριο εκτονώνεται. Στην αδιαβατική αντιστρεπτή εκτόνωση το έργο του αερίου είναι ίσο με την ελάττωση της εσωτερικής του ενέργειας. Στην ισόθερμη αντιστρεπτή εκτόνωση το έργο του αερίου είναι ίσο με τη θερμότητα που απορροφά το αέριο.

2.13 Η αδιαβατική εκτόνωση του αερίου από όγκο V_1 σε όγκο V_2 συνεπάγεται μείωση θερμοκρασίας του, δηλαδή οδηγεί στην κατάσταση χαμηλότερης θερμοκρασίας (κατάσταση Δ). Επομένως στην αδιαβατική μεταβολή αντιστοιχεί η καμπύλη (2).

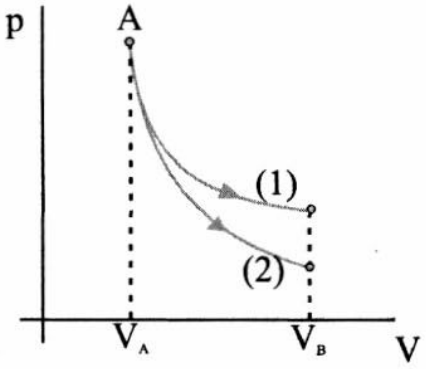


Σχ. 2.1

2.14 1. Επειδή $T_2>T_1$ $\Delta U_{AB}>0$
2. $\Delta U_{B\Gamma}<0$ 3. Επειδή $T_A=T_\Gamma=T_1$ $\Delta U_{A\Gamma}=0$

2.15 γ

2.16 Στο σχήμα 2.2 η καμπύλη (1) αντιστοιχεί στην ισόθερμη μεταβολή και η (2) στην αδιαβατική. Το έργο του αερίου είναι ίσο με το εμβαδόν από το γραμμή του διαγράμματος μέχρι τον άξονα V. Επειδή το εμβαδόν κάτω από την ισόθερμη είναι μεγαλύτερο
$W_{ισόθερμης} > W_{αδιαβατικής}$.



Σχ. 2.2

2.17 Επειδή $T_A=T_B$ η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας είναι μηδέν, με όποιον από τους δύο τρόπους πραγματοποιηθεί η μεταβολή. Από τον 1ο θερμοδυναμικό νόμο έχουμε $Q_1=W_1$ και $Q_2=W_2$

Το έργο και στις δύο μεταβολές είναι ίσο με εμβαδόν από τη γραμμή του διαγράμματος μέχρι τον άξονα V διάγραμμα p-V. Συγκρίνοντας τα δύο εμβαδά συμπεραίνουμε ότι $W_2 > W_1$ και επομένως $Q_2 > Q_1$.

2.18 α) Σε κάθε περίπτωση το έργο είναι ίσο με το εμβαδόν από τη γραμμή του διαγράμματος μέχρι τον άξονα V. Επομένως μεγαλύτερο έργο έχουμε κατά τη μεταβολή 1

β) Επειδή η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας εξαρτάται μόνο από την αρχική και τελική κατάσταση είναι ίδια σε όλες τις περιπτώσεις.

γ) Εφόσον το έργο του αερίου είναι μεγαλύτερο κατά τη μεταβολή 1 και η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας ίδια σε κάθε περίπτωση, από τον 1ο θερμοδυναμικό νόμο έπεται ότι στην 1η περίπτωση το αέριο απορροφά μεγαλύτερο ποσό θερμότητας.

2.19 α, β, γ, ε

Γραμμομοριακές ειδικές θερμότητες των αερίων

2.20 Η γραμμομοριακή ειδική θερμότητα εκφράζει το ποσό θερμότητας που πρέπει να προσφερθεί σε ένα mol αερίου ώστε να ανέβει η θερμοκρασία του κατά <u>ένα βαθμό</u>. Στα αέρια, ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζουν η γραμμομοριακή ειδική θερμότητα υπό σταθερό όγκο και η γραμμομοριακή ειδική θερμότητα <u>υπό σταθερή πίεση</u>. Η σχέση που συνδέει τις δυο ειδικές γραμμομοριακές θερμότητες είναι: $C_p = C_v + R$

2.21 α, γ, δ

2.22 α

2.23 Η γραμμομοριακή ειδική θερμότητα εκφράζει το ποσό της θερμότητας που πρέπει να προσφερθεί σε ένα mol αερίου για να ανυψωθεί η θερμοκρασία του κατά ένα βαθμό.

Στην ισόχωρη θέρμανση ολόκληρο το ποσό θερμότητας που προσφέρεται σε ποσότητα αερίου ίση με ένα mol χρησιμοποιείται για την αύξηση της εσωτερικής του ενέργειας. Στην ισοβαρή θέρμανση από το ποσό της προσφερόμενης θερμότητας ένα μέρος χρησιμοποιείται για την αύξηση της εσωτερικής ενέργειας και ένα μέρος για την παραγωγή

έργου. Η αύξηση της εσωτερικής ενέργειας είναι και στις δύο περιπτώσεις ίδια. Επομένως $Q_p > Q_V$.

2.24 Τα μόρια των ιδανικών αερίων στερούνται δομής. Ένα τέτοιο μόριο έχει τη δυνατότητα να εκτελέσει μόνο μεταφορική κίνηση.
Στην πραγματικότητα τα μόρια των αερίων έχουν δομή και εκτός από τη μεταφορική κίνηση μπορούν να περιστρέφονται και -σε υψηλή θερμοκρασία- να ταλαντώνονται. Όλες αυτές οι κινήσεις συνεισφέρουν στην εσωτερική ενέργεια του αερίου και πρέπει να ληφθούν υπόψη κατά τον υπολογισμό της.

Δεύτερος θερμοδυναμικός - νόμος θερμικές μηχανές

2.25 δ

2.26 Κυρίως μέσω καυσαερίων τα οποία αποβάλλονται στο περιβάλλον. Κατά δεύτερο λόγο εξαιτίας της θέρμανσης της μηχανής.

2.27 α

2.28 β, ε, στ, ζ

2.29 Όχι. Πρέπει να λάβουμε υπόψη και το ποσό θερμότητας που αποβάλλει η μηχανή. Το ποσό θερμότητας που δαπανάται για τη λειτουργία της είναι ίσο με το ωφέλιμο έργο συν το ποσό θερμότητας που αποβάλλει η μηχανή στη δεξαμενή χαμηλής θερμοκρασίας.

2.30 Όχι. Για τη λειτουργία μιας θερμικής μηχανής απαιτούνται δύο δεξαμενές θερμότητας (υψηλής και χαμηλής θερμοκρασίας). Μια θερμική μηχανή που θα χρησιμοποιούσε τη θάλασσα ως δεξαμενή υψηλής θερμοκρασίας θα έπρεπε να αποβάλλει θερμότητα σε κάποιο τμήμα του φυσικού περιβάλλοντος που θα βρισκόταν σε χαμηλότερη θερμοκρασία (δεξαμενή χαμηλής θερμοκρασίας). Τέτοια δεξαμενή χαμηλής θερμοκρασίας δεν υπάρχει στο φυσικό περιβάλλον.

2.31 δ, ε

2.32 Η απόδοση μιας θερμικής μηχανής δεν μπορεί να είναι <u>μεγαλύτερη</u> από την απόδοση της μηχανής Carmot που λειτουργεί ανάμεσα στις ίδιες

θερμοκρασίες. Ο συντελεστής απόδοσης μιας μηχανής Carnot είναι $1-\frac{T_c}{T_h}$

Εντροπία

2.33 α, β, δ

2.34 Α-α, Β-β, Γ-γ

2.35 β, δ

2.36 Δεν αποτελεί εξαίρεση. Η εντροπία τείνει να αυξηθεί στα απομονωμένα θερμοδυναμικά συστήματα. Το ποτήρι με το νερό δεν αποτελεί απομονωμένο σύστημα. Το ψυγείο αφαιρεί θερμότητα από το σύστημα (ποτήρι – νερό) και τη μεταφέρει στο περιβάλλον.

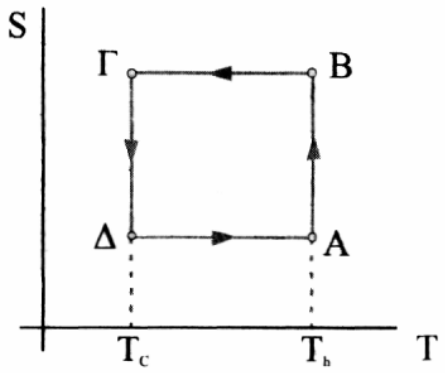
2.37 Στην ισόθερμη ΑΒ ισχύει: $\Delta S_{AB} = nR\ln\frac{V_B}{V_A} \succ 0$.

Στην αδιαβατική ΓΑ: $\Delta S_{\Gamma A} = 0$

Στην κυκλική: $\Delta S_{O\Lambda} = 0$ επομένως $\Delta S_{AB} + \Delta S_{B\Gamma} + \Delta S_{\Gamma A} = 0$ άρα $\Delta S_{B\Gamma} = -\Delta S_{AB} \prec 0$

2.38 1-α, 2-ε, 3-α, 4-δ, 5-β

2.39 ΑΒ: Ισόθερμη εκτόνωση
ΒΓ: Αδιαβατική εκτόνωση
ΓΔ: Ισόθερμη συμπίεση
ΔΑ: Αδιαβατική συμπίεση.



Σχ. 2.3

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Έργο αερίου – πρώτος θερμοδυναμικός νόμος

2.40 Η μεταβολή του αερίου είναι ισοβαρής. Επομένως
$W=p(V_2-V_1)=243{,}1J$

2.41 Η μεταβολή του αερίου είναι ισοβαρής και επομένως
$W=p\Delta V=nR\Delta T=1663J$

2.42 Στην ισόθερμη μεταβολή ισχύει $W=nRT\ln\frac{V_2}{V_1}=nRT\ln\frac{p_1}{p_2}$

Επομένως $W=-nRTln2=-3458J$

2.43 Το έργο είναι θετικό και ίσο με το εμβαδόν από τη γραμμή του διαγράμματος έως τον άξονα V, δηλαδή $W=4600J$

2.44 $Q=W=nRTln\frac{V_2}{V_1}=p_1V_1ln2=702{,}1J$

2.45 Η μεταβολή είναι ισοβαρής. Επομένως

α) $W=p_1\,\Delta V=nR\Delta T=\frac{p_1V_1}{T_1}(T_2-T_1)=202{,}6J$

β) $\Delta U=Q-W=506{,}5J$

2.46 Πρόκειται για ισόθερμη συμπίεση. Ισχύει επομένως
$Q=W=nRT\ln\frac{V/2}{V}=-nRT\ln 2=-345{,}8J$

2.47 Στην κυκλική μεταβολή $Q=W$ Το έργο υπολογίζεται από το εμβαδόν που περικλείεται από γραμμή στο διάγραμμα p-V. Είναι $W=1500J$.

Γραμμομοριακές ειδικές θερμότητες ιδανικού αερίου

2.48 Στην ισόχωρη μεταβολή $Q=nC_v\Delta T=\frac{3}{2}nR\Delta T=\frac{3}{2}\Delta pV=1320J$

2.49 Στην ισοβαρή μεταβολή ισχύει: $Q = nC_p \Delta T$ (1)

$$C_p = C_V + R = \frac{3}{2}R + R = \frac{5}{2}R \quad (2)$$

η (1) γίνεται από τη (2) $Q = \frac{5}{2}nR\Delta T = \frac{5}{2}p\Delta V = 506{,}5\ J$

2.50 $\Delta U = nC_V \Delta T$ (1) $Q = nC_p \Delta T$ (2)

Διαιρώντας κατά μέλη τις (1) και (2)

$\frac{\Delta U}{Q} = \frac{C_V}{C_p}$ επομένως $\frac{\Delta U}{Q} = \frac{1}{\gamma}$ άρα $\Delta U = 29{,}64\ J$

Θερμικές μηχανές – Κύκλος Carnot

2.51 $e = \frac{300\,MW}{900\,MW} = 0{,}333$ ή 33,3%

2.52 $e = \frac{W}{Q_h}$ άρα $Q_h = 800\ J$ και

$|Q_c| = Q_h - W = 600\ J$

2.53 Η μέγιστη, θεωρητικά, απόδοση του κινητήρα αντιστοιχεί στην απόδοση μιας μηχανής Carmot που λειτουργεί μεταξύ των ίδιων θερμοκρασιών.

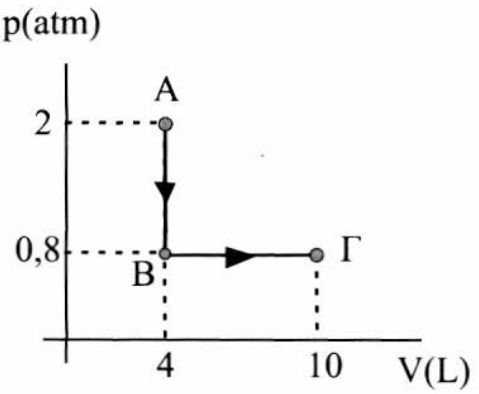
$$e = 1 - \frac{T_c}{T_h} = 0{,}87$$

2.54 α) $e = 1 - \frac{T_c}{T_h} = 0{,}4$

β) $Q_h = W_{AB} = nRT_h \ln\frac{V_B}{V_A} = 14406\ J$ $W = eQ_h = 5762\ J$

Εντροπία

2.55 Έστω Α η αρχική κατάσταση, Β η κατάσταση στο τέλος της ισόχωρης μεταβολής και Γ η τελική κατάσταση.



Σχ. 2.4

Η μεταβολή ΑΒ είναι ισόχωρη:

$$\frac{p_B}{T_B} = \frac{p_A}{T_A} \quad \text{άρα} \quad T_B = 160K$$

Η μεταβολή ΒΓ είναι ισοβαρής.

Ισχύει επομένως $\frac{V_B}{T_B} = \frac{V_\Gamma}{T_\Gamma}$

άρα $T_\Gamma = 400K$

	V	*p*	*T*
A	4L	2atm	400K
B	4L	0,8atm	160K
Γ	10L	0,8atm	400K

Τα σημεία Α και Γ βρίσκονται πάνω στην ίδια ισόθερμη. Επομένως ισχύει $\Delta S_{A\Gamma} = \Delta S_{A\Gamma}^{\text{ισόθερμης}}$ ή

$$\Delta S_{A\Gamma} = nR\ln\frac{V_\Gamma}{V_A} = \frac{p_A V_A}{T_A}\ln 2,5 = 1,86\ J/K$$

2.56 $\Delta S_{AB} = nR\ln\frac{V_B}{V_A} = 1,83 J/K \qquad \Delta S_{\Gamma A} = 0$

Στην κυκλική μεταβολή ισχύει $\Delta S = 0$, δηλαδή

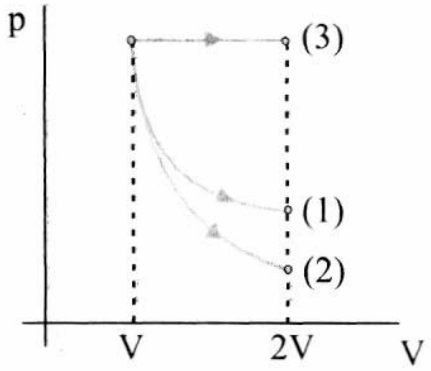
$\Delta S_{AB} + \Delta S_{B\Gamma} + \Delta S_{\Gamma A} = 0$ άρα $\Delta S_{B\Gamma} = -\Delta S_{AB} = -1,83 J/K$

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

2.57 α) Η καμπύλη (1) αντιστοιχεί στην ισόθερμη μεταβολή, η (2) στην αδιαβατική και η (3) στην ισοβαρή.

β) i. Σε κάθε περίπτωση το έργο είναι ίσο με το εμβαδόν από τη γραμμή του διαγράμματος ως τον άξονα του όγκου. Επομένως το έργο είναι το μεγαλύτερο στην περίπτωση της ισοβαρούς μεταβολής.

ii. Το ελάχιστο ποσό θερμότητας αντιστοιχεί στην αδιαβατική μεταβολή ($Q_2 = 0$)



Σχ. 2.5

2.58 α) Η κατάσταση Α αντιστοιχεί σε θερμοκρασία $T_A = 273K$ (το αέριο βρίσκεται σε stp).

Για την (ισόχωρη) μεταβολή ΑΒ ισχύει $\frac{p_A}{T_A} = \frac{p_B}{T_B}$ επομένως

$T_B = 546K$

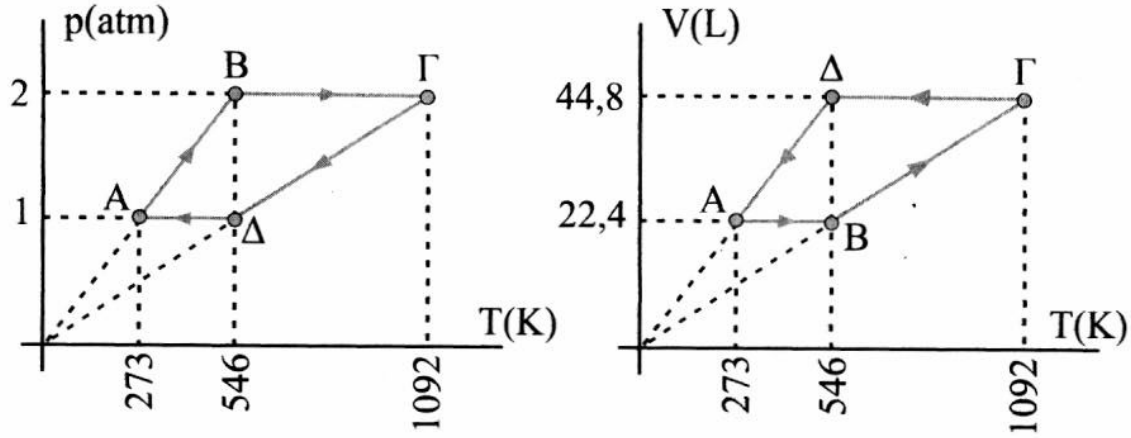
Για την (ισοβαρή) μεταβολή ΒΓ ισχύει $\frac{V_B}{T_B} = \frac{V_\Gamma}{T_\Gamma}$ επομένως

$T_\Gamma = 1092K$

Τέλος, για την (ισόχωρη) μεταβολή ΓΔ ισχύει $\frac{p_\Gamma}{T_\Gamma} = \frac{p_\Delta}{T_\Delta}$ επομένως

$T_\Delta = 546K$

Στο σχήμα 2.6 αποδίδεται η κυκλική μεταβολή σε άξονες p-T και V-T



Σχ. 2.6

β) Το έργο του αερίου είναι ίσο με το εμβαδόν που περικλείεται από την κλειστή γραμμή στο διάγραμμα p-V

$W = 22{,}4 atm\, L = 2269 J$

2.59 Το αέριο θερμαίνεται με σταθερή πίεση $p_{\alpha\varepsilon\rho} = \dfrac{W}{A} + p_{\alpha\tau}$ (1)

Αν ο τελικός όγκος του αέριου είναι V΄, θα ισχύει $\dfrac{V'}{T'} = \dfrac{V}{T}$ ή

$V' = \dfrac{T'}{T} V$ (2)

Το έργο κατά την ισοβαρή μεταβολή είναι $W = p_{\alpha\varepsilon\rho}(V' - V)$

από (1) και (2) $W = (\dfrac{W}{A} + p_{\alpha\tau})\ (\dfrac{T'}{T} V - V)$ ή

$W = (\dfrac{W}{A} + p_{\alpha\tau})\ \dfrac{\theta' - \theta}{273 + \theta}\ V$

2.60 α) Η μεταβολή είναι αδιαβατική επομένως ισχύει $p_2 V_2^{\frac{3}{2}} = p_1 V_1^{\frac{3}{2}}$

άρα $V_2 = \left(\dfrac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{2}{3}} V_1 = 125^{\frac{2}{3}} m^3 = 25 m^3$

Από τις σχέσεις $p_2 V_2 = nRT_2$ $\quad p_1 V_1 = nRT_1$

Διαιρώντας κατά μέλη βρίσκουμε $\dfrac{p_2 V_2}{p_1 V_1} = \dfrac{T_2}{T_1}$, από όπου $T_2 = 60K$

β) $W = \dfrac{p_2V_2 - p_1V_1}{1-\gamma} = 2.10^7 J$

2.61 Στο αέριο περιέχονται $n = \dfrac{N}{N_A}$ mol i) Θέρμανση υπό σταθερό όγκο:

$$\Delta U = \frac{3}{2} nR\Delta T = 3105,8J \quad W = 0 \quad Q = \Delta U$$

ιι) Θέρμανση υπό σταθερή πίεση:
ΔU η ίδια $W = p\Delta V = nR\Delta T = 2070,6J \quad Q = W + \Delta U = 5176,4J$

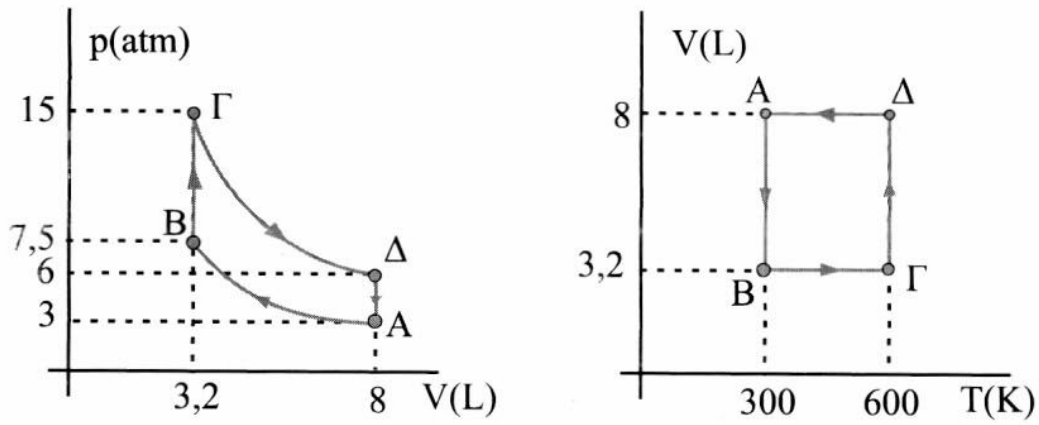
2.62 $e = 1 - \dfrac{T_c}{T_h} = 0,25$

$e = \dfrac{W}{Q_h}$ η $e = \dfrac{Pt}{Q_h}$ άρα $Q_h = 29,828KWh$

2.63 α) $V_A = \dfrac{nRT_A}{p_A} = 8L$

Η μεταβολή ΑΒ είναι ισόθερμη, επομένως $T_B = T_A$ και
$p_AV_A = p_BV_B$ από όπου $V_B = 3,2L$
Η μεταβολή ΒΓ είναι ισόχωρη $V_\Gamma = V_B$ και
$\dfrac{p_B}{T_B} = \dfrac{p_\Gamma}{T_\Gamma}$ από όπου $T_\Gamma = 600K$
Η μεταβολή ΓΔ είναι ισόθερμη, επομένως $T_\Delta = T_\Gamma$
Τέλος, η ΔΑ είναι ισόχωρη $V_\Delta = V_A$

	Α	**Β**	**Γ**	**Δ**
p	3atm	7,5atm	1,5atm	6atm
V	8L	3,2L	3,2L	8L
T	300K	300K	600K	600K



Σχ. 2.7

β) $W_{AB} = nRT_A \ln\frac{V_B}{V_A} = -2228{,}27J$, $W_{B\Gamma} = 0$

$W_{\Gamma\Delta} = nRT_\Gamma \ln\frac{V_\Delta}{V_\Gamma} = 4456{,}55J$, $W_{\Delta A} = 0$, $W_{o\lambda} = 2228{,}3J$

γ) $Q_{AB} \prec 0$, $Q_{\Delta A} \prec 0$

$Q_h = Q_{B\Gamma} + Q_{\Gamma\Delta} = nC_V(T_\Gamma - T_B) + W_{\Gamma\Delta} = 8104{,}31J$

$e = \frac{W_{o\lambda}}{Q_h} = 0{,}275$

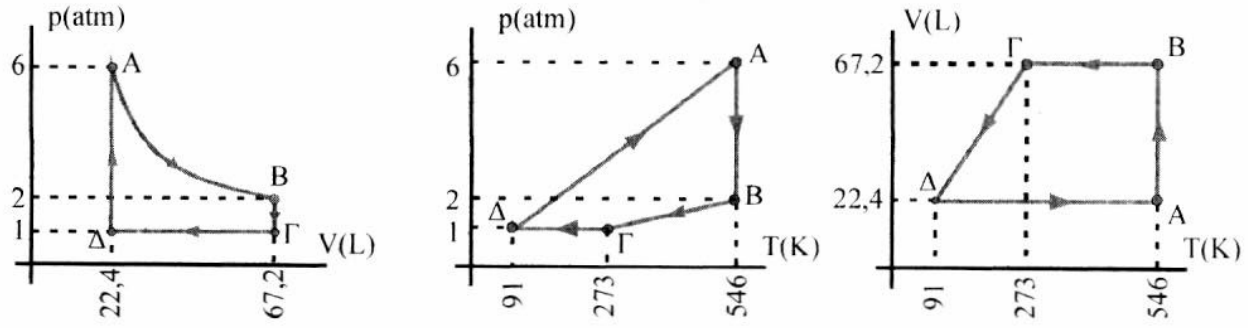
2.64 α) Η μεταβολή AB είναι ισόθερμη επομένως $p_B V_B = p_A V_A$ από όπου $p_B = 2atm$

Η μεταβολή ΒΓ είναι ισόχωρη και ισχύει $\frac{p_\Gamma}{T_\Gamma} = \frac{p_B}{T_B}$ άρα $p_\Gamma = 1atm$

Τέλος, η ΓΔ είναι ισοβαρής. Από τη σχέση $\frac{V_\Delta}{T_\Delta} = \frac{V_\Gamma}{T_\Gamma}$ βρίσκουμε

$T_\Delta = 91K$

	A	**B**	**Γ**	**Δ**
p	6atm	2atm	1atm	1atm
V	22,4L	67,2L	67,2L	22,4L
T	546K	546K	273K	91K



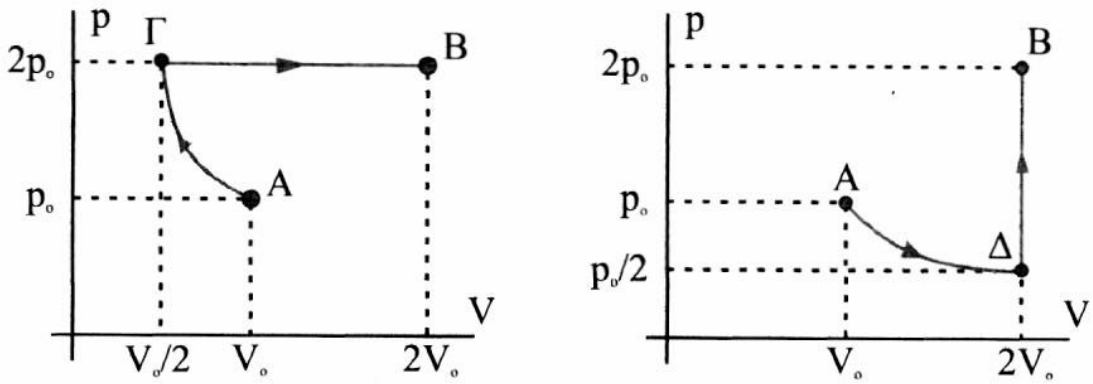
Σχ. 2.8

β) $W_{AB} = nRT_A \ln\frac{V_B}{V_A} = 14931{,}84J \quad W_{B\Gamma} = 0$

$W_{\Delta A} = 0 \quad W_{\Gamma\Delta} = p_\Gamma(V_\Delta - V_\Gamma) = -4524{,}8J$

$W_{o\lambda} = W_{AB} + W_{B\Gamma} + W_{\Gamma\Delta} + W_{\Delta A} = 10407J$

2.65 α) Έστω Γ η κατάσταση στο τέλος της ισόθερμης μεταβολής . Το αέριο στην κατάσταση αυτή θα έχει πίεση $p_\Gamma = p_B = 2p_0$ και όγκο $V_\Gamma = \frac{p_A V_A}{p_\Gamma} = \frac{p_0 V_0}{2p_0} = \frac{V_0}{2}$ η μεταβολή παριστάνεται στο σχήμα 2.9α



Σχ. 2.9

$$W_{\text{ΑΓ}} = nRT_{\text{Α}} \ln\frac{V_{\Gamma}}{V_{\text{Α}}} = p_0V_0 \ln\frac{V_0/2}{V_0} = -p_0V_0 \ln 2 = -0{,}6931\, p_0V_0$$

$$W_{\text{ΓΒ}} = p_{\Gamma}(V_{\text{Β}} - V_{\Gamma}) = 2p_0(2V_0 - \frac{V_0}{2}) = 3p_0V_0$$

$$W_{\text{ΟΛ}} = W_{\text{ΑΓ}} + W_{\text{ΓΒ}} = 2{,}3p_0V_0$$

$$Q_{\text{ΑΓ}} = W_{\text{ΑΓ}}$$

$$Q_{\text{ΒΓ}} = nC_p\,\Delta T = n\,(C_V + R)\,\Delta T = n\,(\frac{3}{2}+1)\,R\,\Delta T$$

ή $Q_{\text{ΒΓ}} = \frac{5}{2}nR\Delta T = \frac{5}{2}(p_BV_B - p_{\Gamma}V_{\Gamma}) = 7{,}5\,p_OV_O$

$$Q = Q_{\text{ΑΓ}} + Q_{\text{ΓΒ}} = 6{,}8\,p_OV_O$$

β) Έστω Δ η κατάσταση στο τέλος της ισόθερμης μεταβολής. Στην κατάσταση αυτή το αέριο έχει όγκο $V_{\Delta} = 2V_O$

$p_AV_A = p_{\Delta}V_{\Delta}$ ή $p_{\Delta} = \frac{p_AV_A}{V_{\Delta}} = \frac{p_O}{2}$

Η μεταβολή παριστάνεται στο διάγραμμα του σχήματος 2.9β

$$W_{A\Delta} = nRT_A \ln\frac{V_{\Delta}}{V_{\text{Α}}} = p_OV_O \ln\frac{2V_O}{V_O} \approx 0{,}7\,p_OV_O \qquad W_{\Delta\text{Α}} = 0$$

$$W_{\text{ΟΛ}} = 0{,}7\,p_OV_O$$

$$Q_{\text{ΑΔ}} = W_{\text{ΑΔ}}$$

$$Q_{\Delta\text{Β}} = nC_V\Delta T = \frac{3}{2}nR\Delta T = \frac{3}{2}(p_BV_B - p_{\Delta}V_{\Delta}) = 4{,}5\,p_OV_O$$

$$Q_{\text{ΟΛ}} = 5{,}2\,p_OV_O$$

2.66 Η μεταβολή παριστάνεται γραφικά στο διάγραμμα του σχήματος 2.10
Το έργο του αερίου είναι ίσο με το εμβαδόν που περικλείεται από τη γραμμή του διαγράμματος στο σχήμα 2.10, δηλαδή

$W = 2p\,2V = 4pV$ (1)

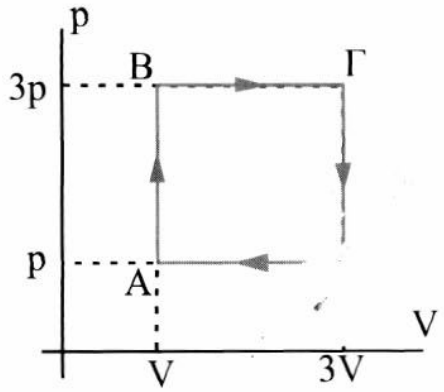
$Q_h = Q_{\text{ΑΒ}} + Q_{\text{ΒΓ}} = nC_V(T_B - T_A) + nC_p(T_{\Gamma} - T_B)$ (2)

Αλλά $C_p = C_V + R$ (3)

και $\gamma = \dfrac{C_p}{C_V}$ ή $\dfrac{C_p}{C_V} = \dfrac{5}{3}$ (4)

Από (3) και (4) προκύπτει $C_V = \dfrac{3}{2}R$

και $C_p = \dfrac{5}{2}R$ (5)



Σχ. 2.10

Η (2) γίνεται από τις σχέσεις (5)

$$Q_h = \frac{3}{2}nR(T_B - T_A) + \frac{5}{2}nR(T_\Gamma - T_B)$$

ή

$$Q_h = \frac{3}{2}(p_B V_B - p_A V_A) + \frac{5}{2}(p_\Gamma V_\Gamma - p_B V_B) \quad \text{ή}$$

$$Q_h = \frac{3}{2}V_A(p_B - p_A) + \frac{5}{2}p_B(V_\Gamma - V_B)$$

ή $Q_h = \dfrac{3}{2}2pV + \dfrac{5}{2}3p\,2V = 18pV$ (6)

$e = \dfrac{W}{Q_h}$ και από (1) και (6) $e = \dfrac{4pV}{18pV} = \dfrac{2}{9}$

2.67 Στην αρχική κατάσταση Α του αερίου θα ισχύουν $p_A = 1\text{atm}$, $V_A = 22{,}4L$, $T_A 273K$

Έστω Β η κατάσταση στο τέλος της ισοβαρούς μεταβολής.

$\dfrac{V_B}{T_B} = \dfrac{V_A}{T_A}$ άρα $T_B = 546K$

Έστω Γ η κατάσταση στο τέλος της ισόχωρης.

$\dfrac{p_\Gamma}{T_\Gamma} = \dfrac{V_B}{T_B}$ άρα $T_\Gamma = 273K$

	Α	**Β**	**Γ**
V	22,4L	44,8L	44,8L
p	1atm	1atm	0,5atm
T	273K	546K	273K

Η μεταβολή παριστάνεται στο διάγραμμα του σχήματος 2.11

α) $W = W_{AB} + W_{B\Gamma}$ επειδή $W_{B\Gamma} = 0$,

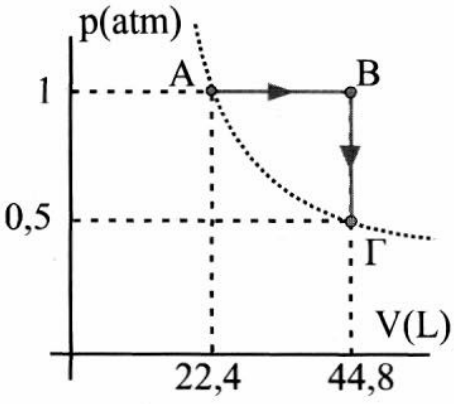
$W = W_{AB} = p_A(V_B - V_A) = 2271J$

β) Επειδή $T_A = T_\Gamma$ $\Delta U_{A\Gamma} = 0$

Από τον 1ο θερμοδυναμικό νόμο $Q = W = 2271J$

γ) Εφόσον $T_A = T_\Gamma$ οι καταστάσεις Α και Γ βρίσκονται πάνω στην ίδια ισόθερμη, επομένως

$$\Delta S_{A\Gamma} = \Delta S_{A\Gamma}^{\text{Ισόθερμης}} = nR\ln\frac{V_\Gamma}{V_A} = 5{,}76J/K$$



Σχ. 2.11

2.68 Στην αρχική κατάσταση (Α) του αερίου ισχύουν

$p_A = 1\text{atm}$, $V_A = 22{,}4L$, $T_A 273K$

Έστω Β η κατάσταση στο τέλος της αδιαβατικής μεταβολής και Γ η τελική κατάσταση του αερίου.

Για την αδιαβατική μεταβολή ΑΒ ισχύει:

$$p_B V_B^{\frac{3}{2}} = p_A V_A^{\frac{3}{2}} \quad \text{επομένως} \quad V_B = \left(\frac{p_A}{p_B}\right)^{\frac{2}{3}} V_A = 5{,}6L$$

Ισχύουν επίσης $p_B V_B = nRT_B$ (1) και $p_A V_A = nRT_A$ (2)

Διαιρώντας τις σχέσεις (1) και (2) κατά μέλη έχουμε :

$$T_B = T_A \frac{p_B V_B}{p_A V_A} = 546K$$

Τέλος, για την (ισόχωρη) μεταβολή ΒΓ ισχύει

$\frac{p_\Gamma}{T_\Gamma} = \frac{p_B}{T_B}$ από την οποία προκύπτει $T_\Gamma = 273K$

	Α	**Β**	**Γ**
V	22,4L	5,6L	5,6L
p	1atm	8atm	4atm
T	273K	546K	273K

Η μεταβολή παριστάνεται στο διάγραμμα του σχήματος 2.12

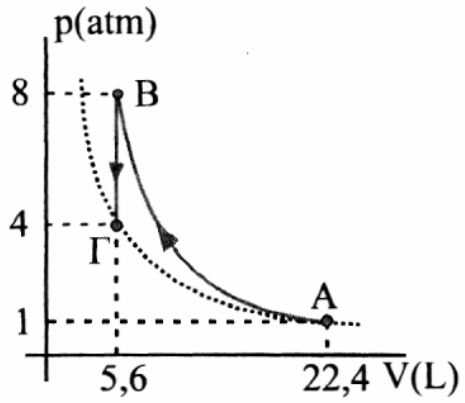
α)

$\Delta U_{AB} = nC_V(T_B - T_A) = 4539{,}5J$

$\Delta U_{B\Gamma} = nC_V(T_\Gamma - T_B) = -4539{,}5J$

$\Delta U_{O\Lambda} = \Delta U_{AB} + \Delta U_{B\Gamma} = 0$

β) Η μεταβολή ΑΒ είναι αδιαβατική επομένως $\Delta S_{AB} = 0$



Σχ. 2.12

Οι καταστάσεις Α και Γ βρίσκονται πάνω στην ίδια ισόθερμη, αφού $T_A = T_\Gamma$. Επομένως

$$\Delta S_{A\Gamma} = \Delta S_{A\Gamma}^{\text{ισόθερμης}} = nR\ln\frac{V_\Gamma}{V_A} = -11{,}52J/K$$

Αλλά $\Delta S_{A\Gamma} = \Delta S_{AB} + \Delta S_{B\Gamma}$ επομένως $\Delta S_{B\Gamma} = \Delta S_{A\Gamma} = -11{,}52J/K$

2.69 Στην ισόθερμη εκτόνωση ΑΒ ισχύει

$p_A V_A = p_B V_B$ επομένως $p_B = 0{,}75\times10^5 N/m^2$

Για την ισόχωρη ψύξη ΒΓ, που ακολουθεί, ισχύει $\dfrac{p_B}{T_B} = \dfrac{p_\Gamma}{T_\Gamma}$ (1)

Για την αδιαβατική εκτόνωση ΓΑ μπορούμε να γράψουμε

$$p_\Gamma V_\Gamma^\gamma = p_A V_A^\gamma \quad \text{ή} \quad p_\Gamma = p_A\left(\frac{V_A}{V_\Gamma}\right)^\gamma$$

Επειδή $V_\Gamma = V_B$ $p_\Gamma \approx 0{,}3\times10^5 N/m^2$

Από την (1) προκύπτει ότι $T_\Gamma = 240K$

	Α	**Β**	**Γ**
V	$0{,}04m^3$	$0{,}16m^3$	$0{,}16m^3$
p	3×10^5 N/m^2	$0{,}75\times10^5$ N/m^2	$0{,}3\times10^5$ N/m^2
T	600K	600K	240K

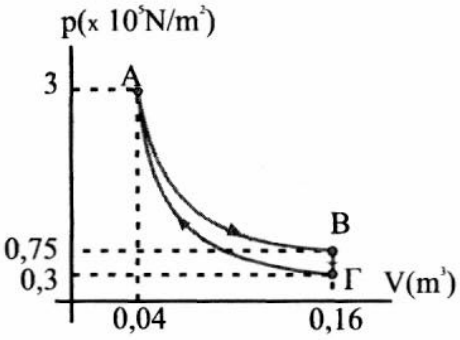
Στο διάγραμμα του σχήματος 2.13 παριστάνεται γραφικά η μεταβολή.

α) $U_A = \dfrac{3}{2}nRT_A$ ή

$$U_A = \frac{3}{2} p_A V_A = 18000J$$

$$U_B = U_A$$

$$U_\Gamma = \frac{3}{2} nRT_\Gamma = \frac{3}{2} p_\Gamma V_\Gamma = 7200J$$



Σχ. 2.13

β) $W_{AB} = nRT_A \ln \frac{V_B}{V_A}$ ή

$$W_{AB} = p_A V_A \ln 4 = 16632J$$

$$W_{B\Gamma} = 0$$

$$W_{\Gamma A} = \frac{p_A V_A - p_\Gamma V_\Gamma}{1-\gamma} = -10800J$$

$$W_{O\Lambda} = W_{AB} + W_{B\Gamma} + W_{\Gamma A} = 5832J$$

γ) $\Delta S_{AB} = nR \ln \frac{V_B}{V_A} = \frac{p_A V_A}{T_A} \ln 4 = 27{,}72 J/K$

$$\Delta S_{\Gamma A} = 0$$

$\Delta S_{O\Lambda} = 0$ επομένως $\Delta S_{AB} + \Delta S_{B\Gamma} + \Delta S_{\Gamma A} = 0$

και $\Delta S_{B\Gamma} = -27{,}72 J/K$

2.70 Η πίεση του αερίου είναι $p = p_{at} + \frac{mg}{A} = 2{,}013 \times 10^5 \frac{N}{m^2}$

Η μεταβολή είναι ισοβαρής

α) $W = p\,\Delta V$ (1)

$\Delta U = \frac{3}{2} nR\,\Delta T = \frac{3}{2} p\,\Delta V$ (2) $Q = \Delta U + W$ (3)

Από (1) και (2) η (3) γίνεται: $Q = p\,\Delta V + \frac{3}{2} p\,\Delta V = \frac{5}{2} p\,\Delta V$ (4)

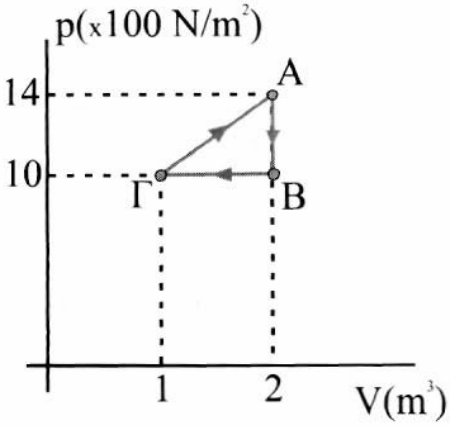
Αν x η μετατόπιση του εμβόλου $\Delta V = Ax$ και από την (4)

$$x = \frac{2Q}{5pA} \approx 0{,}1m$$

β) Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (2) και (4) προκύπτει $\frac{\Delta U}{Q} = \frac{3}{5}$ οπότε $\Delta U = \frac{3}{5} Q = 30\,J$

2.71 Από τη σχέση $p = 600 + 400V$ για $V_A = 2m^3$ έχουμε $p_A = 1400N/m^2$ και για $V_\Gamma = 1m^3$, $p_\Gamma = 1000N/m^2$

Η μεταβολή παριστάνεται γραφικά στο διάγραμμα του σχήματος 2.14



Σχ. 2.1 4

α) Το έργο του αερίου δίνεται από το εμβαδόν που περικλείει η γραμμή του διαγράμματος: $W = 200J$ (1)

β) $Q_h = Q_{\Gamma A} = W_{\Gamma A} + \Delta U_{\Gamma A}$ (2)

Το $W_{\Gamma A}$ είναι ίσο με το εμβαδόν από τη γραμμή ΓΑ στο διάγραμμα του σχήματος 2.14 μέχρι τον άξονα V: $W_{\Gamma A} = 1200J$

$$\Delta U_{\Gamma A} = \frac{3}{2}nR(T_A - T_\Gamma) = \frac{3}{2}(p_A V_A - p_\Gamma V_\Gamma) = 2700J$$

Επομένως από (2) $Q_h = 3900J$ (3)

$$e = \frac{W}{Q_h} = 0{,}051$$

γ) $$Q_{AB} = nC_V(T_B - T_A) = C_V\left(\frac{p_B V_B}{R} - \frac{p_A V_A}{R}\right) < 0$$

Χωρίζουμε τη μεταβολή ΑΒ σε απειροστά μικρές μεταβολές, τόσο μικρές, ώστε σε κάθε μια από αυτές η θερμοκρασία να μπορεί να θεωρηθεί σταθερή.

$$\Delta S_{AB} = \Delta S_1 + \Delta S_2 + ... = \frac{\Delta Q_1}{T_1} + \frac{\Delta Q_2}{T_2} + ...$$

Επειδή οι αριθμητές είναι αρνητικές ποσότητες $\Delta S_{AB} < 0$

Με ανάλογο τρόπο βρίσκουμε ότι $\Delta S_{B\Gamma} < 0$ και $\Delta S_{\Gamma A} > 0$

2.72 Από τη σχέση $p = -\frac{2}{3} \times 10^8 V + 6 \times 10^5$

για $V_A = 6 \times 10^{-3} m^3$ έχουμε

$p_A = 2 \times 10^5 N/m^2$ και για

$V_B = 3 \times 10^{-3} m^3$, $p_B = 4 \times 10^5 N/m^3$

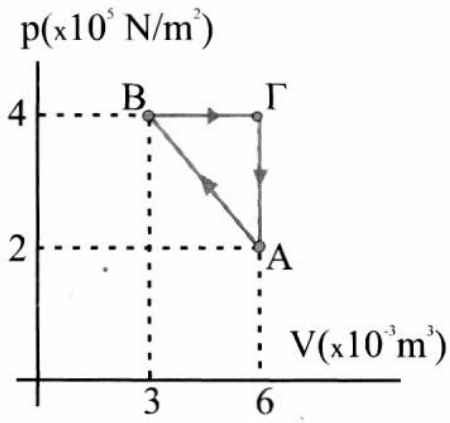
Η μεταβολή παριστάνεται γραφικά στο διάγραμμα του σχήματος 2.15

α) Το έργο του αερίου, το οποίο είναι ίσο με το εμβαδόν του τριγώνου (ΑΒΓ), είναι $W = 300J$

β) $Q_{AB} = \Delta U_{AB} + W_{AB}$

Παρατηρούμε ότι ισχύει $p_A V_A = p_B V_B$. Από αυτό συμπεραίνουμε ότι τα σημεία Α και Β βρίσκονται πάνω στην ίδια ισόθερμη $T_A = T_B$. Επομένως $\Delta U_{AB} = 0$

Το W_{AB} είναι αρνητικό διότι το αέριο συμπιέζεται, και ίσο κατ' απόλυτη τιμή με το εμβαδόν που οριοθετείται από το ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ και τον άξονα των V.



Σχ. 2.15

Επομένως $Q_{AB} = W_{AB} = -\dfrac{(2\times10^5 + 4\times10^5)}{2} 3\times10^{-3} = -900J$

$Q_{\text{ΒΓ}} = nC_p(T_\Gamma - T_B) = n(C_V + R)(T_\Gamma - T_B)$ ή

$Q_{\text{ΒΓ}} = n(\frac{3}{2}+1)R(T_\Gamma - T_B) = \frac{5}{2} p_B(V_\Gamma - V_B) = 3000J$

$Q_{\text{ΓΑ}} = nC_V(T_A - T_\Gamma) = n\frac{3}{2}R(T_A - T_\Gamma) = \frac{3}{2}(p_A V_A - p_\Gamma V_\Gamma) = -1800J$

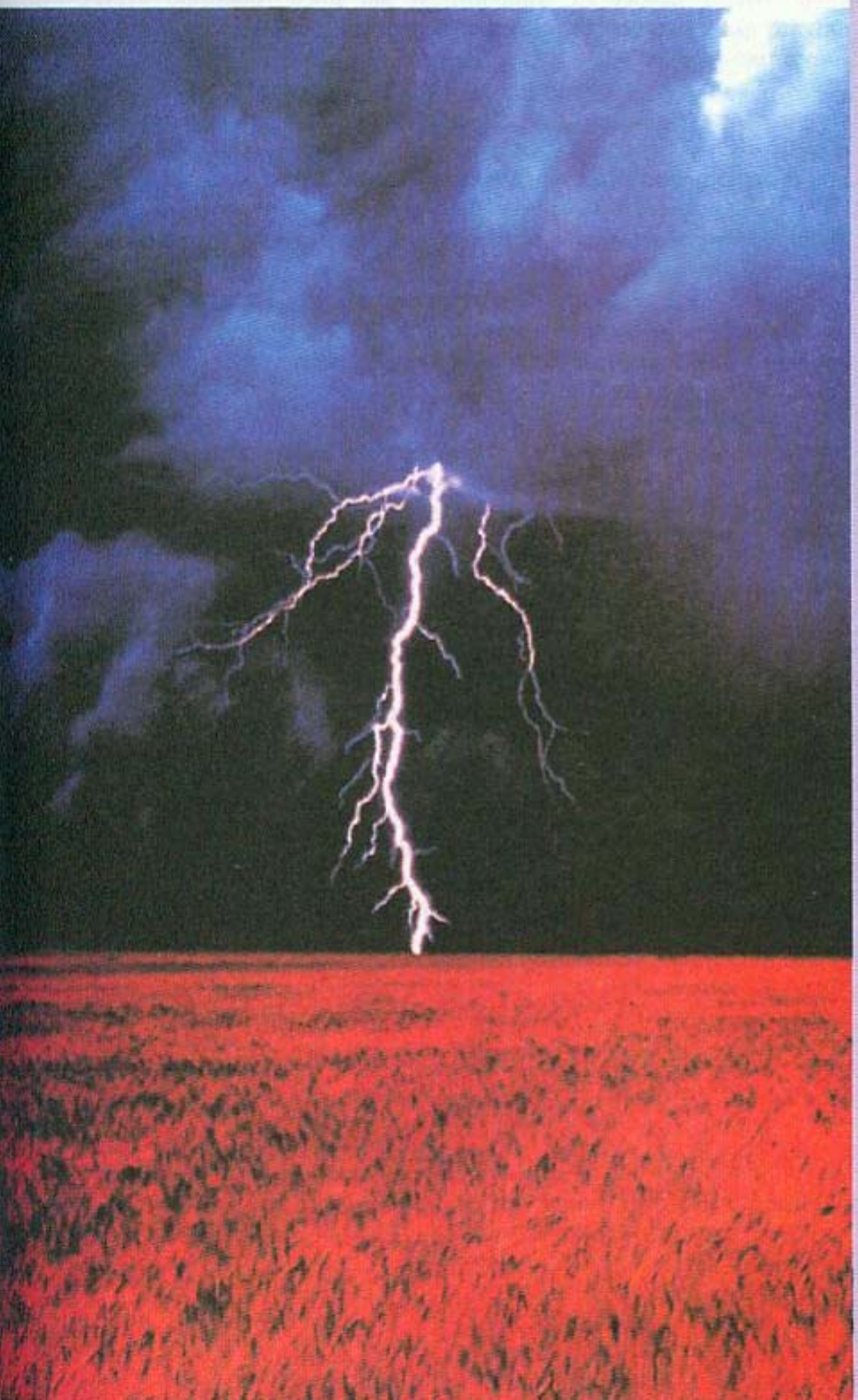
γ) Επειδή $T_A = T_B$ $\Delta S_{AB} = \Delta S_{AB}^{\text{Ισόθερμης}} = nR\ln\frac{V_B}{V_A} = -1{,}4J/K$

$\Delta S_{O\Lambda} = 0$ ή $\Delta S_{\text{ΑΒ}} + \Delta S_{\text{ΒΓ}} + \Delta S_{\text{ΓΑ}} = 0$ άρα

$\Delta S_{\text{ΓΑ}} = -\Delta S_{\text{ΑΒ}} - \Delta S_{\text{ΒΓ}} = -2{,}1J/K$

ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

3



Νόμος Gauss 84

Δυναμικό 90

Κινήσεις σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο 96

Πυκνωτές και χωρητικότητα 104

Διηλεκτρικά 109

Βαρυτικό πεδίο 113

Σύνοψη 121

Ασκήσεις 123

3-1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Το «πεδίο» μπήκε στο λεξιλόγιο των φυσικών στις αρχές του περασμένου αιώνα από τον Michael Faraday (Φαραντέι), που προσπαθούσε να εξηγήσει πώς αλληλεπιδρούν σώματα που δεν βρίσκονται σε επαφή.

Πεδίο (δυνάμεων) είναι η περιοχή του χώρου μέσα στην οποία το κατάλληλο υπόθεμα δέχεται δύναμη.

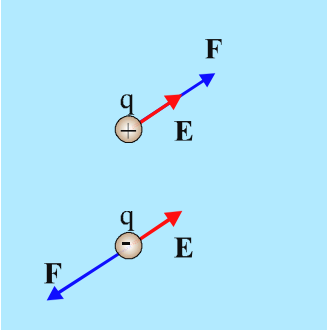
Πεδίο μπορεί να δημιουργήσει μια μάζα (βαρυτικό πεδίο), ένα ακίνητο ηλεκτρικό φορτίο (ηλεκτροστατικό πεδίο) ή ένα φορτίο που κινείται (μαγνητικό πεδίο).

Σε όλες τις περιπτώσεις μάς ενδιαφέρει να γνωρίζουμε τι δύναμη θα δέχεται το υπόθεμα όταν το φέρουμε σε συγκεκριμένο σημείο του πεδίου. Η ανάγκη αυτή οδήγησε στην εισαγωγή του διανυσματικού μεγέθους **ένταση** που την ορίσαμε ως τη δύναμη ανά μονάδα υποθέματος.

Στο κεφάλαιο αυτό θα περιορισθούμε στη μελέτη του ηλεκτροστατικού και του βαρυτικού πεδίου. Το μαγνητικό πεδίο θα το δούμε ξεχωριστά, στο επόμενο κεφάλαιο.

Το κοινό ανάμεσα στο ηλεκτροστατικό και το βαρυτικό πεδίο είναι ότι η δύναμη που δέχεται το υπόθεμα έχει την ίδια διεύθυνση με την ένταση και ότι το έργο της δύναμης του πεδίου δεν εξαρτάται από τη διαδρομή, είναι δηλαδή **διατηρητικά** πεδία.

Αρχικά θα ασχοληθούμε με το νόμο του Gauss, που περιγράφει τη σχέση μεταξύ του φορτίου και του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργεί, στη συνέχεια με το δυναμικό, μέγεθος που περιγράφει με διαφορετικό (συμπληρωματικό) τρόπο, το ηλεκτρικό πεδίο και, τέλος, με το πεδίο βαρύτητας.



Σχ. 3.1 Εάν σ' ένα σημείο του χώρου που καταλαμβάνει το ηλεκτροστατικό πεδίο βρεθεί ένα φορτίο q θα δεχθεί δύναμη. Εάν το q είναι θετικό η δύναμη θα είναι ομόρροπη της έντασης , ενώ αν το q είναι αρνητικό αντίρροπη.

3-2 ΕΝΤΑΣΗ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟΥ ΠΕΔΙΟΥ

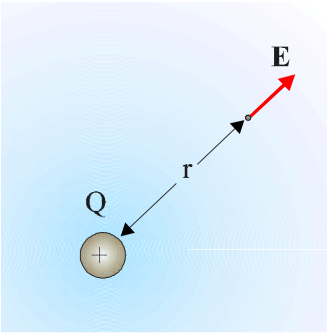
Υπενθυμίζουμε ότι **ένταση** σ' ένα σημείο Α ενός ηλεκτροστατικού πεδίου είναι το σταθερό πηλίκο της δύναμης που ασκείται από το πεδίο σ' ένα φορτίο q (υπόθεμα), που θα βρεθεί στο σημείο Α, προς το φορτίο αυτό.

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q}$$

Η ένταση είναι διανυσματικό μέγεθος που έχει την κατεύθυνση της δύναμης που ασκείται σε ένα θετικό φορτίο.

Εάν το πεδίο δημιουργείται από σημειακό φορτίο Q και η απόσταση του σημείου Α από το Q είναι r η δύναμη που θα δεχθεί το φορτίο q σύμφωνα με το νόμο του Coulomb θα έχει μέτρο $F = K_c \frac{|Qq|}{r^2}$. Από τον ορισμό της έντασης προκύπτει για την ένταση πεδίου σημειακού φορτίου Q ότι

$$E = K_c \frac{|Q|}{r^2}$$

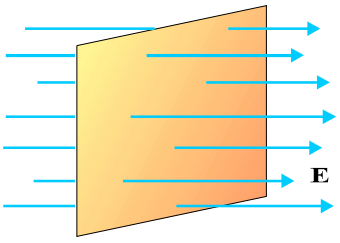


Σχ. 3.2 Ένα ακίνητο σημειακό ηλεκτρικό φορτίο Q δημιουργεί γύρω του στο χώρο ηλεκτροστατικό πεδίο.

Η σχέση ανάμεσα στην ένταση του ηλεκτρικού πεδίου και στις πηγές του (φορτία) μπορεί να εκφραστεί με ένα αξιοσημείωτα απλό τρόπο. Για να γίνει αυτό χρειάζεται πρώτα να ορίσουμε ένα νέο μέγεθος, που ονομάζεται ηλεκτρική ροή.

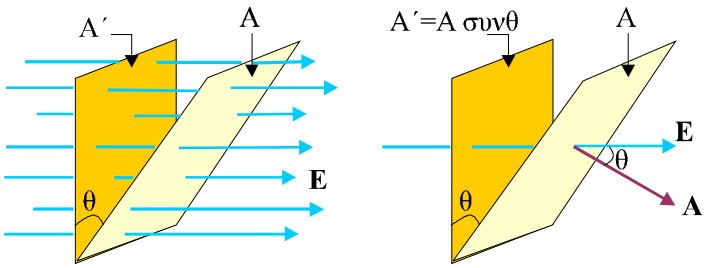
3-3 ΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΡΟΗ

Έστω ένα ομογενές ηλεκτρικό πεδίο και μια επιφάνεια εμβαδού A, κάθετη στις δυναμικές γραμμές του πεδίου (σχ. 3.3). Οι δυναμικές γραμμές του πεδίου σχεδιάζονται έτσι ώστε ο αριθμός τους που διαπερνά κάθετα τη μοναδιαία επιφάνεια να είναι ανάλογος με το μέτρο της έντασης του πεδίου. Ο συνολικός αριθμός των γραμμών που διαπερνούν την επιφάνεια A είναι ανάλογος με το γινόμενο EA. Το γινόμενο αυτό το ονομάζουμε **ηλεκτρική ροή** που διέρχεται από την επιφάνεια A και το συμβολίζουμε με Φ_E.



Σχ. 3.3 Η επιφάνεια είναι τοποθετημένη κάθετα στις δυναμικές γραμμές, ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου.

Αν η επιφάνεια A δεν είναι κάθετη στις δυναμικές γραμμές, (σχ.3.4), ο αριθμός των δυναμικών γραμμών που διέρχονται από την επιφάνεια A είναι ίσος με τον αριθμό των δυναμικών γραμμών που διέρχονται από την προβολή της επιφάνειας σε ένα επίπεδο κάθετο στις δυναμικές γραμμές.



Σχ. 3.4 Από τις επιφάνειες A και A' περνάει η ίδια ηλεκτρική ροή αφού από τις δύο επιφάνειες διέρχεται ο ίδιος αριθμός δυναμικών γραμμών.

Από το σχήμα 3.4 βλέπουμε ότι $A' = A\,\sigma\upsilon\nu\vartheta$. Εφόσον ο αριθμός των δυναμικών γραμμών που διέρχονται από την Α είναι ίσος με τον αριθμό των γραμμών που διέρχονται από την A', η ηλεκτρική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια A είναι ίση με τη ροή που διέρχεται από την επιφάνεια A'. Επειδή $A' = A\,\sigma\upsilon\nu\,\theta$ και $EA' = EA\,\text{συνθ}$ η ροή που διέρχεται από την επιφάνεια Α είναι

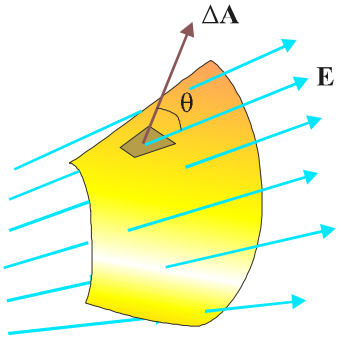
$$\Phi_E = EA\,\sigma\upsilon\nu\vartheta$$

Η γωνία θ είναι η γωνία που σχηματίζει ένα διάνυσμα κάθετο στην επιφάνεια A, ας το συμβολίσουμε με **A**, με τη διεύθυνση των δυναμικών γραμμών (σχ. 3.4). Πήραμε ένα κάθετο διάνυσμα και όχι απλά την κάθετη στην επιφάνεια επειδή μια επιφάνεια έχει δύο όψεις και, αντίστοιχα, η ηλεκτρική ροή μπορεί να είναι θετική ή αρνητική. Επομένως

Η ηλεκτρική ροή Φ_E που διέρχεται από μια επίπεδη επιφάνεια, εμβαδού A, η οποία βρίσκεται μέσα σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης Ε, είναι ίση με

$$\Phi_E = EA\,\sigma\upsilon\nu\vartheta \qquad (3.1)$$

όπου θ η γωνία που σχηματίζει το κάθετο στην επιφάνεια διάνυσμα Α με τη διεύθυνση των δυναμικών γραμμών.
Η ηλεκτρική ροή στο SI μετριέται σε N m^2/C.

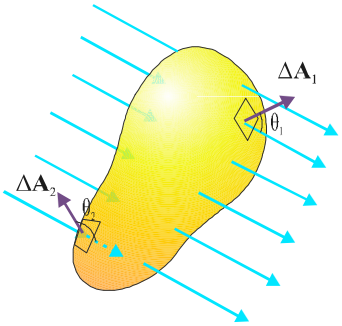


Σχ. 3.5 Για να βρούμε την ηλεκτρική ροή που διέρχεται από μια επιφάνεια τυχαίου σχήματος χωρίζουμε την επιφάνεια σε μικρά τμήματα.

Στη γενικότερη περίπτωση όπου η επιφάνεια Α δεν είναι επίπεδη και βρίσκεται μέσα σε ανομοιογενές ηλεκτρικό πεδίο, επειδή ούτε οι γραμμές του πεδίου τέμνουν παντού την επιφάνεια με την ίδια γωνία, ούτε η ένταση έχει παντού την ίδια τιμή, για να βρούμε την ηλεκτρική ροή πρέπει να χωρίσουμε την επιφάνεια σε μικρά τμήματα ΔA, τόσο μικρά ώστε καθένα από αυτά να μπορεί να θεωρηθεί επίπεδη επιφάνεια και σε καθένα από αυτά η ένταση του πεδίου να μπορεί να θεωρηθεί σταθερή. Η ηλεκτρική ροή $\Delta\Phi_E$ που διέρχεται από μια στοιχειώδη επιφάνεια ΔΑ είναι $\Delta\Phi_E = E\,\Delta A\,\sigma\upsilon\nu\vartheta$ και η ηλεκτρική ροή που διέρχεται από ολόκληρη την επιφάνεια Α προκύπτει από το άθροισμα αυτών των όρων

$$\Phi_E = \sum E_i \Delta A_i \sigma\upsilon\nu\theta_i$$

όπου E_i , θ_i οι τιμές των E και θ για κάθε ΔA_i.

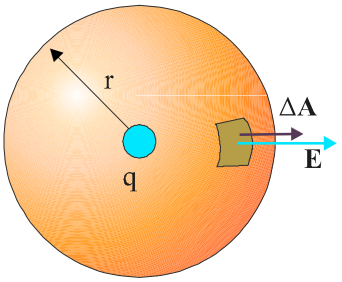


Σχ. 3.6 Κλειστή επιφάνεια μέσα σε ηλεκτρικό πεδίο. Τα κάθετα διανύσματα **ΔΑ** εξ ορισμού κατευθύνονται προς τα έξω.

Συνήθως μας ενδιαφέρει η ηλεκτρική ροή που διέρχεται από μια κλειστή επιφάνεια. Θεωρήστε ένα ηλεκτρικό πεδίο και μέσα σ΄ αυτό μια κλειστή επιφάνεια σαν μπαλόνι (σχ. 3.6) ή με οποιοδήποτε άλλο σχήμα. Για να υπολογίσουμε την ηλεκτρική ροή που διέρχεται από αυτή την κλειστή επιφάνεια, ακολουθούμε τη διαδικασία που περιγράψαμε πιο πάνω. Χωρίζουμε την επιφάνεια σε πολύ μικρά τμήματα ΔA, υπολογίζουμε την ηλεκτρική ροή $\Delta\Phi_E$ που διέρχεται από κάθε ένα από αυτά και, τέλος, αθροίζουμε όλους τους όρους. **Το κάθετο διάνυσμα σε κάθε μικρό στοιχείο επιφάνειας ΔA, λαμβάνεται με φορά προς τα έξω**. Αν σε ένα στοιχείο επιφάνειας όπως το ΔA_1 οι δυναμικές γραμμές κατευθύνονται προς τα έξω, η γωνία θ_1 είναι μικρότερη των 90°, το συνημίτονο της γωνίας είναι θετικό και επομένως και η ηλεκτρική ροή $\Delta\Phi_1$ που διέρχεται από το τμήμα αυτό της επιφάνειας είναι θετική. Σε άλλα τμήματα επιφάνειας, όπως το ΔA_2 όπου οι δυναμικές γραμμές κατευθύνονται προς τα μέσα, $\theta_2>90^o$, και επομένως $\Delta\Phi_2<0$.

Αν από την επιφάνεια εξέρχονται περισσότερες γραμμές από όσες εισέρχονται, η ολική ροή είναι θετική ενώ αν εισέρχονται περισσότερες από όσες εξέρχονται, αρνητική. Στο σχήμα 3.6 ο αριθμός των γραμμών που εισέρχονται είναι ίσος με τον αριθμό των γραμμών που εξέρχονται, επομένως η ολική ροή είναι μηδέν.

3-4 Ο ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ GAUSS (Γκάους)



Σχ. 3.7 Το σημειακό φορτίο q βρίσκεται στο κέντρο σφαίρας ακτίνας r.

Ο νόμος αυτός συνδέει την ηλεκτρική ροή που διέρχεται από μια κλειστή επιφάνεια με το φορτίο που περικλείει η επιφάνεια.

Έστω ένα σημειακό θετικό φορτίο q. Ας φανταστούμε μια σφαίρα ακτίνας r, όπως στο σχήμα 3.7, που έχει κέντρο το σημείο στο οποίο βρίσκεται το φορτίο. Θα υπολογίσουμε την ηλεκτρική ροή που διέρχεται από την σφαίρα. Γνωρίζουμε ότι η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στην επιφάνεια της σφαίρας έχει μέτρο

$$E = K_c \frac{q}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{r^2} \qquad (3.2)$$

διεύθυνση ακτινική και φορά προς τα έξω.

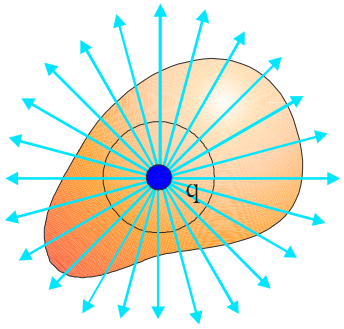
Χωρίζουμε την επιφάνεια της σφαίρας σε στοιχειώδη τμήματα ΔA, τόσο μικρά ώστε το καθένα από αυτά να μπορεί να θεωρηθεί επίπεδο. Οι

δυναμικές γραμμές του πεδίου που δημιουργεί το q τέμνουν κάθετα κάθε στοιχειώδη επιφάνεια ΔA και το κάθετο διάνυσμα $\Delta\mathbf{A}$ σε κάθε τέτοια επιφάνεια είναι παράλληλο με τις δυναμικές γραμμές. Η ολική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια της σφαίρας είναι

$$\Phi_E = \sum E_i \Delta A_i \sigma\upsilon\nu\theta_i = \sum E\Delta A = E\sum \Delta A \qquad (3.3)$$

Ο όρος $\sum \Delta A$ δίνει το εμβαδόν της σφαιρικής επιφάνειας που είναι ίσο με $4\pi r^2$. Από τις σχέσεις (3.3) και (3.2) παίρνουμε

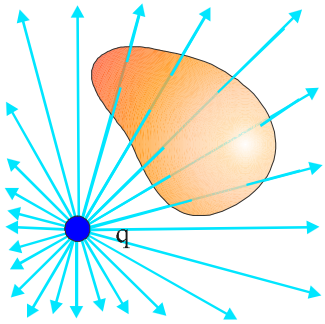
$$\Phi_E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{r^2}4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_o}$$



Σχ. 3.8 Η ηλεκτρική ροή που διέρχεται από τις δύο επιφάνειες είναι ίδια.

Από τη σχέση αυτή προκύπτει ότι η ηλεκτρική ροή (Φ_E) είναι ανεξάρτητη της ακτίνας r της σφαίρας που επιλέξαμε. Αυτό είναι λογικό γιατί, το πλήθος των δυναμικών γραμμών που περνά από οποιαδήποτε σφαιρική επιφάνεια με κέντρο το φορτίο είναι ίδιο ανεξάρτητα από την ακτίνα της. Στην πραγματικότητα η επιφάνεια δεν χρειάζεται να είναι σφαιρική. Από οποιαδήποτε κλειστή επιφάνεια, που περικλείει το φορτίο q, (σχ. 3.8) θα περνάει ίδιος αριθμός δυναμικών γραμμών. Επομένως, η ηλεκτρική ροή για κάθε κλειστή επιφάνεια που περικλείει το φορτίο q είναι ίση με αυτή που βρήκαμε για τη σφαίρα, δηλαδή

$$\Phi_E = \frac{q}{\varepsilon_o}$$



Σχ. 3.9 Το φορτίο q βρίσκεται έξω από την επιφάνεια. Οι δυναμικές γραμμές του πεδίου που δημιουργεί και εισέρχονται σ' αυτή εξέρχονται από κάποιο άλλο σημείο απ' αυτή. Η συνολική ηλεκτρική ροή που περνάει από την επιφάνεια είναι ίση με μηδέν.

Το συμπέρασμα στο οποίο καταλήξαμε γενικεύεται και στην περίπτωση που έχουμε πολλά σημειακά φορτία, ή φορτισμένα σώματα. Με την αρχή της επαλληλίας αποδεικνύεται ότι η ηλεκτρική ροή που διέρχεται από μια οποιαδήποτε κλειστή επιφάνεια είναι ίση με $Q_{\varepsilon\gamma\kappa}/\varepsilon_o$ όπου $Q_{\varepsilon\gamma\kappa}$ το φορτίο που περικλείεται από την κλειστή επιφάνεια. Η παραπάνω πρόταση αποτελεί το νόμο του Gauss για το ηλεκτρικό πεδίο. Σύμφωνα με αυτόν

η ηλεκτρική ροή που διέρχεται από μια κλειστή επιφάνεια ισούται με το πηλίκο του ολικού φορτίου που περικλείει η επιφάνεια, προς τη σταθερά ε_o.

$$\Phi_E = \frac{Q_{\varepsilon\gamma\kappa}}{\varepsilon_o} \qquad (3.4)$$

Την κλειστή επιφάνεια που επιλέγουμε για να εφαρμόσουμε το νόμο του Gauss θα την ομομάζουμε **επιφάνεια Gauss.**

Κατά την εφαρμογή του νόμου του Gauss πρέπει να είμαστε προσεκτικοί. Ενώ το φορτίο $Q_{\varepsilon\gamma\kappa}$ στη σχέση (3.4) είναι το φορτίο που βρίσκεται μέσα στην επιφάνεια Gauss, το E είναι το ολικό ηλεκτρικό πεδίο που οφείλεται τόσο σε φορτία που βρίσκονται μέσα στην επιφάνεια όσο και σε φορτία που βρίσκονται έξω από αυτήν.

Εικ.3.1 Karl Friedrich Gauss. (1777-1855). Γερμανός, ένας από τους μεγαλύτερους μαθηματικούς όλων των αιώνων.

Ο νόμος του Gauss είναι θεμελιώδους σημασίας στην ηλεκτροστατική. Η σημασία του είναι ανάλογη με αυτήν του νόμου του Coulomb. Στην πραγματικότητα ο νόμος του Gauss και ο νόμος του Coulomb δεν είναι δυο ανεξάρτητοι φυσικοί νόμοι, αλλά ο ίδιος νόμος που εκφράζεται με δύο διαφορετικούς τρόπους.

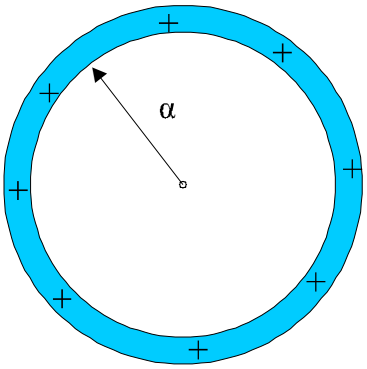
Στη συνέχεια θα δούμε ότι ο νόμος του Gauss δίνει εύκολα την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου σε περιπτώσεις όπου έχουμε συμμετρική κατανομή φορτίου.

Εφαρμογές του νόμου του Gauss

Όπως είπαμε, με το νόμο του Gauss μπορούμε να υπολογίσουμε εύκολα την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου σε περιπτώσεις που το ηλεκτρικό φορτίο κατανέμεται συμμετρικά. Στις περιπτώσεις αυτές **επιλέγουμε μια επιφάνεια (επιφάνεια Gauss) που έχει την ίδια συμμετρία με εκείνη της κατανομής του φορτίου.**

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3-1

Ένα σφαιρικό κέλυφος που θεωρούμε ότι έχει αμελητέο πάχος (σχ.3.10) έχει ακτίνα α και φέρει φορτίο Q, ομοιόμορφα κατανεμημένο στην επιφάνειά του. Βρείτε την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στο εξωτερικό και στο εσωτερικό του σφαιρικού κελύφους.



Σχ. 3.10 Το ηλεκτρικό φορτίο είναι ομοιόμορφα κατανεμημένο στο σφαιρικό κέλυφος.

Απάντηση :

Επειδή το φορτίο είναι ομοιόμορφα κατανεμημένο στην επιφάνεια του κελύφους, το πεδίο που δημιουργεί το κέλυφος έχει ακτινική διεύθυνση και η ένταση έχει την ίδια τιμή σε όλα τα σημεία που απέχουν το ίδιο από το κέντρο του κελύφους. Για τους λόγους αυτούς επιλέγουμε ως επιφάνεια Gauss μια σφαιρική επιφάνεια, ομόκεντρη με το κέλυφος .

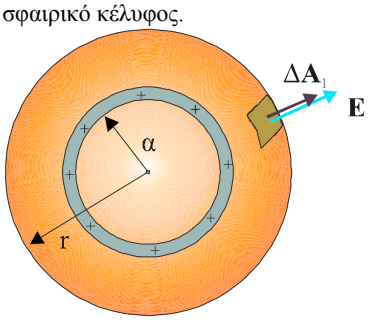
Α) Η επιφάνεια Gauss έχει ακτίνα r μεγαλύτερη ή ίση της ακτίνας του κελύφους, $r \geq \alpha$.

Χωρίζουμε την επιφάνεια σε πολύ μικρά τμήματα. Έστω ένα από αυτά, εμβαδού ΔΑ. Η κάθετη **ΔΑ** στην επιφάνεια ΔΑ και η ένταση του πεδίου σ΄ αυτή την περιοχή, έχουν την ίδια κατεύθυνση, (σχ. 3.11) επομένως η ροή που διέρχεται από την επιφάνεια ΔΑ είναι

$$\Delta\Phi_E = E\,\Delta A\,\sigma\upsilon\nu\,0 = E\,\Delta A$$

Το ίδιο ισχύει και για κάθε άλλο τμήμα ΔΑ της επιφάνειας Gauss. Άρα η συνολική ροή είναι

$$\Phi_E = \sum E\,\Delta A = E\sum \Delta A = E\,4\pi r^2 \qquad (3.5)$$



Σχ. 3.11 Η επιφάνεια Gauss είναι σφαίρα ομόκεντρη με το κέλυφος με ακτίνα μεγαλύτερη ή ίση της ακτίνας του κελύφους.

Όμως από το νόμο του Gauss έχουμε

$$\Phi_E = \frac{Q_{\varepsilon\gamma\kappa}}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{\varepsilon_0} \qquad (3.6)$$

Από (3.5) και (3.6) έχουμε

$$E\,4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_o} \quad \text{επομένως} \quad E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{r^2}$$

Αυτή όμως είναι η σχέση που δίνει την ένταση του πεδίου που δημιουργεί ένα σημειακό φορτίο *Q*, σε απόσταση *r*. Επομένως **ο σφαιρικός φλοιός συμπεριφέρεται, στον εξωτερικό του χώρο, σαν να ήταν ένα σημειακό φορτίο συγκεντρωμένο στο κέντρο του.**

Ας δούμε όμως τι συμβαίνει στο εσωτερικό

Β) Επιλέγουμε και πάλι μια σφαιρική επιφάνεια Gauss ομόκεντρη με το κέλυφος που τώρα έχει ακτίνα $r < \alpha$. Αν, όπως και πριν, φανταστούμε την επιφάνεια χωρισμένη σε στοιχειώδη τμήματα, θα καταλήξουμε πάλι στη σχέση

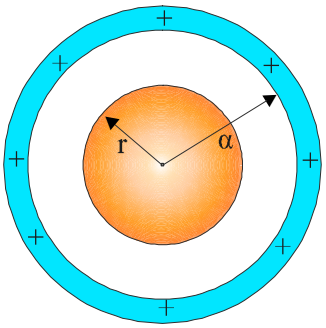
$$\Phi_E = \sum E\,\Delta A = E\sum \Delta A = E\,4\pi r^2 \qquad (3.7)$$

Σύμφωνα με το νόμο του Gauss

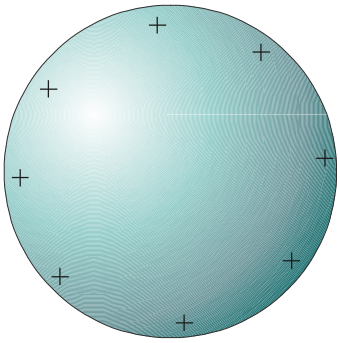
$$\Phi_E = \frac{Q_{\varepsilon\gamma\kappa}}{\varepsilon_0} \text{ όμως } Q_{\varepsilon\gamma\kappa} = 0 \quad \text{επομένως } \Phi_E = 0 \qquad (3.8)$$

Από (3.7) και (3.8) προκύπτει E=0

Δηλαδή στο εσωτερικό του κελύφους δεν υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο.



Σχ. 3.12 Η επιφάνεια Gauss είναι σφαίρα ομόκεντρη με το κέλυφος και με μικρότερη ακτίνα



Σχ. 3.13 Όλο το φορτίο του σφαιρικού αγωγού βρίσκεται στην επιφάνειά του. Εξωτερικά ο αγωγός συμπεριφέρεται σαν όλο του το φορτίο να είναι συγκεντρωμένο στο κέντρο του (σαν σημειακό φορτίο). Στο εσωτερικό του αγωγού το πεδίο είναι μηδέν.

Παρατήρηση

Σε κάθε σώμα υπάρχει και θετικό και αρνητικό φορτίο. Στα ηλεκτρικά ουδέτερα σώματα, το ποσό του θετικού φορτίου είναι ίσο με το ποσό του αρνητικού φορτίου. Αν ένα σώμα είναι φορτισμένο πλεονάζει το θετικό ή το αρνητικό φορτίο. **Σε ένα φορτισμένο αγωγό** οι απωστικές δυνάμεις μεταξύ των φορτίων που πλεονάζουν είναι ισχυρότερες από τις ελκτικές δυνάμεις που δέχονται από τα φορτία που έχουν αντίθετο πρόσημο. Έτσι **τα φορτία** που πλεονάζουν τείνουν να απομακρυνθούν μεταξύ τους και **συγκεντρώνονται στην επιφάνεια του αγωγού**.[1] Αν ο αγωγός είναι σφαιρικός το πλεονάζον φορτίο κατανέμεται ομοιόμορφα στην επιφάνεια του αγωγού. Επομένως **το πεδίο που δημιουργεί ένας στατικά φορτισμένος σφαιρικός αγωγός είναι όμοιο με το πεδίο ενός φορτισμένου σφαιρικού κελύφους**.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3.2

Ένα πολύ μεγάλο (απείρου μήκους) σύρμα είναι ομοιόμορφα φορτισμένο. Αν το φορτίο που φέρει ανά μονάδα μήκους είναι λ (ονομάζεται και «γραμμική πυκνότητα φορτίου»), να βρεθεί η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργεί.

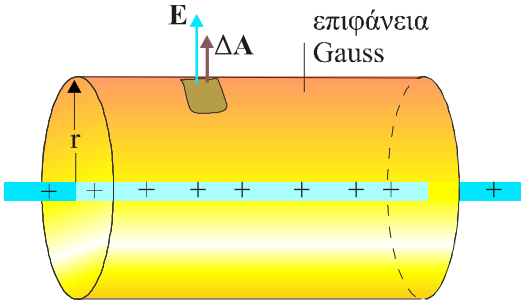
Απάντηση :

Για λόγους συμμετρίας, το πεδίο που δημιουργεί ένα τέτοιο σύρμα είναι ακτινικό και η τιμή της έντασης είναι ίδια σε όλα τα σημεία που απέχουν το ίδιο από το σύρμα. Τα σημεία αυτά αποτελούν μια κυλινδρική επιφάνεια.

Για να εκμεταλλευτούμε τη συμμετρία του πεδίου, επιλέγουμε ως επιφάνεια Gauss την επιφάνεια κυλίνδρου που έχει άξονα το φορτισμένο σύρμα, μήκος L και βάσεις που έχουν ακτίνα r.

Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργεί το σύρμα είναι κάθετη και έχει το ίδιο μέτρο σε κάθε σημείο της κυρτής επιφάνειας του κυλίνδρου.

[1] Στην πραγματικότητα τα φορτία που μετακινούνται στον αγωγό είναι τα ελεύθερα ηλεκτρόνια.



Σχ. 3.14 Επιλέγουμε επιφάνεια Gauss μια κυλινδρική επιφάνεια ομοαξονική με το σύρμα.

Η ροή που διαπερνά τις βάσεις του κυλίνδρου είναι μηδέν, γιατί η ένταση είναι παράλληλη με τις πλευρές αυτές. Αν χωρίσουμε την κυρτή επιφάνεια του κυλίνδρου σε στοιχειώδη τμήματα, η κάθετη σε κάθε τέτοιο στοιχειώδες τμήμα είναι παράλληλη με την ένταση του πεδίου. Η ολική ροή που διέρχεται από τον κύλινδρο είναι :

$$\Phi_E = \Phi_{\text{ΣΤΙΣ ΒΑΣΕΙΣ}} + \Phi_{\text{ΚΥΡΤΗΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ}} = \Phi_{\text{ΚΥΡΤΗΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ}}$$

όμως

$$\Phi_{\text{ΚΥΡΤΗΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ}} = \sum \mathrm{E}\,\Delta\mathrm{A} = \mathrm{E}\sum \Delta\mathrm{A} = \mathrm{E}\,2\pi r\,\mathrm{L}$$

επομένως

$$\Phi_E = \mathrm{E}\,2\pi r\,\mathrm{L} \qquad (3.9)$$

Το ολικό φορτίο που περικλείει η κυλινδρική επιφάνεια είναι $L\,\lambda$. Επομένως ο νόμος του Gauss γράφεται

$$\Phi_E = \frac{Q_{\varepsilon\gamma\kappa}}{\varepsilon_0} = \frac{\lambda L}{\varepsilon_0}$$

Αντικαθιστώντας την ηλεκτρική ροή από την (3.9) έχουμε

$$\mathrm{E}\;2\pi r\,L = \frac{\lambda\,L}{\varepsilon_o} \quad \text{από όπου} \quad \mathrm{E} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_o}\frac{\lambda}{r}\,, \quad \text{δηλαδή}$$

η ένταση σε ένα σημείο του πεδίου που δημιουργεί το σύρμα είναι αντίστροφα ανάλογη της απόστασης από αυτό.

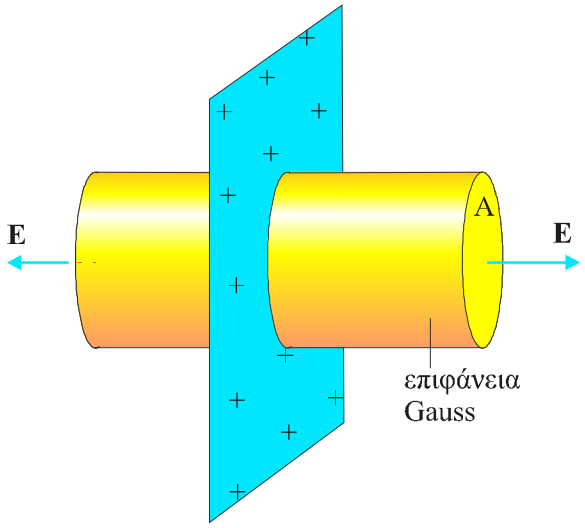
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3.3

Έστω ένα επίπεδο φύλλο άπειρων διαστάσεων, που είναι ομοιόμορφα φορτισμένο. Το φορτίο ανά μονάδα επιφάνειας είναι σ (λέγεται και «επιφανειακή πυκνότητα φορτίου»). Ζητάμε την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργεί η φορτισμένη επιφάνεια.

Απάντηση :

Η ένταση του πεδίου, για λόγους συμμετρίας, έχει διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο του φορτισμένου φύλλου και το ίδιο μέτρο σε δύο σημεία που απέχουν εξίσου από το φορτισμένο φύλλο και βρίσκονται σε αντίθετες πλευρές.

Επιλέγουμε ως επιφάνεια Gauss την επιφάνεια ενός κυλίνδρου που έχει τον άξονά του κάθετο στο φορτισμένο φύλλο και τις δύο βάσεις του, εμβαδού Α, να ισαπέχουν από το φορτισμένο επίπεδο.



Σχ. 3.15 Επιλέγουμε επιφάνεια Gauss μια κυλινδρική επιφάνεια. Ο άξονας του κυλίνδρου είναι κάθετος στο φορτισμένο φύλλο και οι βάσεις του ισαπέχουν από αυτό.

Η ροή που διέρχεται από την κυρτή επιφάνεια του κυλίνδρου είναι μηδέν αφού κάθε στοιχειώδες τμήμα της είναι παράλληλο με τις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου είναι κάθετη στις βάσεις του κυλίνδρου και το μέτρο της είναι ίδιο και στις δύο βάσεις. Η ροή που διέρχεται από κάθε βάση είναι *EA*. Η ολική ροή που διέρχεται από τον κύλινδρο είναι

$$\Phi_{\mathrm{E}} = \Phi_{\text{ΚΥΡΤΗΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ}} + \Phi_{\text{ΣΤΙΣ ΒΑΣΕΙΣ}} = \Phi_{\text{ΣΤΙΣ ΒΑΣΕΙΣ}} = 2EA \qquad (3.10)$$

Το ολικό φορτίο που περιέχεται στην κυλινδρική επιφάνεια είναι σA. Σύμφωνα με τον νόμο του Gauss

$$\Phi_{\mathrm{E}} = \frac{Q_{\varepsilon\gamma\kappa}}{\varepsilon_o} \quad \text{ή} \quad \Phi_{\mathrm{E}} = \frac{\sigma A}{\varepsilon_o} \qquad (3.11)$$

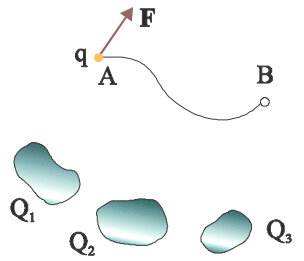
Από (3.11) και (3.10) προκύπτει

$$2EA = \frac{\sigma A}{\varepsilon_o} \quad \text{ή} \quad E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_o} \qquad (3.12)$$

Από το αποτέλεσμα προκύπτει ότι η τιμή της έντασης είναι ανεξάρτητη της απόστασης από το φορτισμένο φύλλο.

Το ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργεί το φορτισμένο φύλλο απείρων διαστάσεων είναι ομογενές σε κάθε περιοχή του χώρου που ορίζεται από αυτό.

3-5 ΔΥΝΑΜΙΚΟ – ΔΙΑΦΟΡΑ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ



Σχ. 3.16 Ο χώρος γύρω από τα φορτισμένα σώματα είναι ηλεκτρικό πεδίο. Το ηλεκτρικό πεδίο ασκεί δύναμη **F** σε ένα φορτίο.

Υποθέστε ότι έχουμε μερικά ακίνητα φορτισμένα σώματα (σχ.3.16). Τα σώματα αυτά δημιουργούν γύρω τους ηλεκτρικό πεδίο. Αν σε κάποιο σημείο Α του ηλεκτρικού πεδίου τοποθετήσουμε ένα σωματίδιο με φορτίο q, το πεδίο θα ασκήσει στο φορτίο δύναμη **F**=**E**q. Αν μετακινήσουμε το φορτίο q από το σημείο Α, σε ένα άλλο σημείο Β, του ηλεκτρικού πεδίου, σε όλη τη διάρκεια της διαδρομής το ηλεκτρικό πεδίο ασκεί στο φορτίο q δύναμη. Η δύναμη αυτή, κατά τη μετακίνηση του φορτίου, παράγει ή καταναλώνει έργο.

Αποδεικνύεται ότι το έργο της δύναμης του πεδίου κατά τη μετακίνηση του φορτίου q, από το σημείο Α στο σημείο Β του ηλεκτρικού πεδίου, είναι το ίδιο, όποια διαδρομή και αν επιλέξουμε (τέτοια πεδία ονομάζονται **διατηρητικά)**. Αν μάλιστα το έργο αυτό διαιρεθεί με το φορτίο που μετακινείται, τότε το πηλίκο W/q, που εκφράζει το έργο ανά μονάδα φορτίου, είναι ανεξάρτητο όχι μόνο από τη διαδρομή αλλά και από το φορτίο που μετακινείται κάθε φορά.

Την ιδιότητα αυτή του ηλεκτρικού πεδίου την εκμεταλλευόμαστε για να ορίσουμε ένα νέο μέγεθος, **το δυναμικό**. Συγκεκριμένα :

Ονομάζουμε δυναμικό του ηλεκτρικού πεδίου σε ένα σημείο του Α το σταθερό πηλίκο του έργου της δύναμης που ασκεί το πεδίο σε φορτίο *q*, κατά τη μετακίνηση του φορτίου *q* από το σημείο Α στο άπειρο, προς το φορτίο που μετακινείται.

$$V_A = \frac{W_{A\to\infty}}{q} \qquad (3.13)$$

Το δυναμικό είναι μονόμετρο μέγεθος. Η μονάδα του στο σύστημα SI είναι το 1 Volt (V), που ισοδυναμεί με 1 J/C.

Τη διαφορά των δυναμικών μεταξύ δύο σημείων Α και Β την ονομάζουμε διαφορά δυναμικού ή τάση των σημείων Α και Β.

Η διαφορά δυναμικού, V_A-V_B ανάμεσα σε δύο σημεία Α και Β του ηλεκτρικού πεδίου είναι ίση με το πηλίκο του έργου που παράγει ή καταναλώνει η δύναμη του πεδίου κατά τη μετακίνηση ενός φορτίου *q* από το σημείο Α στο σημείο Β προς το φορτίο *q*.

$$V_A - V_B = \frac{W_{A\to B}}{q} \qquad (3.14)$$

Το έργο της δύναμης του πεδίου όταν μετατοπίζεται φορτίο q ανάμεσα σε δύο σημεία που παρουσιάζουν διαφορά δυναμικού, είναι

$$W_{A\to B} = (V_A - V_B)\, q$$

Αν το φορτίο που μετακινείται είναι το στοιχειώδες φορτίο ($e = 1{,}6\times10^{-19}\ C$) και η διαφορά δυναμικού που παρουσιάζουν τα σημεία Α και Β είναι 1V, το έργο της δύναμης του πεδίου είναι $W = 1V\cdot 1{,}6\times10^{-19}\ C = 1{,}6\times10^{-19}\ J$. Το έργο αυτό το ονομάζουμε **ηλεκτρονιοβόλτ** και το συμβολίζουμε με 1 **eV**.

$$1\ eV = 1{,}6\times10^{-19}\ J$$

Η διαφορά δυναμικού εκφράζει το έργο της δύναμης του πεδίου, ανά μονάδα φορτίου, κατά τη μετακίνηση ενός φορτίου μέσα στο ηλεκτρικό πεδίο. Επειδή το δυναμικό σχετίζεται με το έργο, είναι ένα μέγεθος εξαιρετικά χρήσιμο για τη μελέτη ενός προβλήματος από ενεργειακή άποψη.

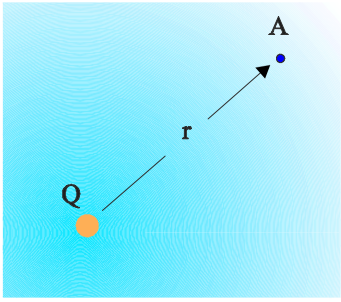
Αν αφήσουμε σε ένα σημείο Α του ηλεκτρικού πεδίου ένα θετικό φορτίο αυτό θα κινηθεί στην κατεύθυνση της δύναμης που δέχεται από το πεδίο. Το έργο αυτής της δύναμης είναι θετικό και επομένως η διαφορά δυναμικού μεταξύ του σημείου Α και ενός άλλου σημείου Β στη διαδρομή του φορτίου (V_A-V_B) είναι θετική, δηλαδή το δυναμικό στο σημείο Β είναι μικρότερο από το δυναμικό στο σημείο Α.

Το ηλεκτρικό πεδίο αναγκάζει τα θετικά φορτία που αφήνονται (υ_0=0) σε ένα σημείο του να κινούνται στην κατεύθυνση στην οποία τα δυναμικά μικραίνουν. Αντίθετα, τα αρνητικά φορτία κινούνται προς την κατεύθυνση στην οποία τα δυναμικά αυξάνονται.

Το δυναμικό πεδίου που οφείλεται σε σημειακό φορτίο

Αποδεικνύεται ότι το δυναμικό του πεδίου που οφείλεται σε σημειακό φορτίο Q, σε ένα σημείο που απέχει από το φορτίο απόσταση r, έχει τιμή

$$V = K_c \frac{Q}{r} \qquad (3.15)$$



Σχ. 3.17 Σημειακό φορτίο Q δημιουργεί στο χώρο ηλεκτρικό πεδίο. Το δυναμικό στο σημείο Α του πεδίου είναι $V_A = K_c \frac{Q}{r}$.

Παρατηρήσεις

1. Στη σχέση (3.15) το φορτίο μπορεί να είναι θετικό ή αρνητικό. Αντίστοιχα, το δυναμικό είναι θετικό ή αρνητικό.

2. Όταν το ηλεκτρικό πεδίο δημιουργείται από πολλά σημειακά φορτία Q_1, Q_2, Q_3 … , για να υπολογίσουμε το δυναμικό στο σημείο Α (V_A), στηριζόμαστε στην **αρχή της επαλληλίας**. Σύμφωνα με αυτή το δυναμικό του πεδίου που δημιουργούν στο σημείο Α όλα τα φορτία ισούται με το άθροισμα των δυναμικών των πεδίων που θα δημιουργούσε το κάθε φορτίο Q_1 , Q_2 κλπ στο σημείο Α, δηλαδή

$$V_A = V_1 + V_2 + V_3 + \cdots$$

Δυναμικό φορτισμένου αγωγού

Ένας στατικά φορτισμένος αγωγός, δηλαδή ένας αγωγός που φέρει ακίνητα φορτία, έχει παντού το ίδιο δυναμικό, διότι αν το δυναμικό δεν ήταν ίδιο παντού δε θα είχαμε φορτία ακίνητα -σε ισορροπία- αλλά φορτία σε κίνηση.

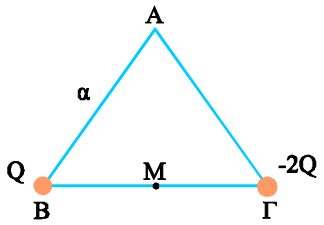
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3.4

Στις κορυφές Β και Γ νοητού ισόπλευρου τριγώνου ΑΒΓ πλευράς α, έχουν τοποθετηθεί τα σημειακά φορτία Q και $-2Q$, αντίστοιχα. Να υπολογιστούν:

α) Το δυναμικό του πεδίου στην κορυφή Α.

β) Το δυναμικό του πεδίου στο σημείο Μ, μέσον της ΒΓ.

γ) Το έργο της δύναμης του πεδίου κατά τη μετακίνηση ενός ηλεκτρονίου από το σημείο Α στο Μ.



Σχ. 3.18

Απάντηση :

α) Αν το φορτίο Q ήταν μόνο του, το πεδίο που θα δημιουργούσε θα είχε στο Α δυναμικό $V_1^A = K_c \dfrac{Q}{\alpha}$

Αντίστοιχα, το πεδίο που θα δημιουργούσε το φορτίο -2Q θα είχε στο Α δυναμικό $V_2^A = K_c \dfrac{-2Q}{\alpha}$

Το πεδίο που δημιουργούν και τα δύο φορτία μαζί στο σημείο Α έχει δυναμικό:

$$V_A = V_1^A + V_2^A = -K_c \frac{Q}{\alpha} \qquad (3.16)$$

β) Με ανάλογο τρόπο βρίσκουμε το δυναμικό του σημείου Μ.

$$V_1^M = K_c \frac{Q}{\alpha/2} = 2K_c \frac{Q}{\alpha}, \qquad V_2^M = K_c \frac{-2Q}{\alpha/2} = -4K_c \frac{Q}{\alpha}$$

$$V_M = V_1^M + V_2^M = -2K_c \frac{Q}{\alpha} \qquad (3.17)$$

γ) $V_A - V_M = \dfrac{W_{A\to M}}{-e}$ επομένως $W_{A\to M} = (V_A - V_M)(-e)$

Αντικαθιστώντας τις τιμές του δυναμικού από τις (3.16) και (3.17) παίρνουμε $W_{A\to M} = -K_c \dfrac{Qe}{\alpha}$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3.5

Ένα πρωτόνιο βάλλεται από μεγάλη απόσταση, με ταχύτητα υ=400 m/s, προς ακίνητο πυρήνα άνθρακα. Να υπολογιστεί η ελάχιστη απόσταση από τον πυρήνα στην οποία θα φτάσει το πρωτόνιο. Δίνονται: το στοιχειώδες φορτίο $e = 1{,}6\times10^{-19}$C, η μάζα του πρωτονίου $m_P = 1{,}6\times10^{-27}$ kg, ο ατομικός αριθμός του άνθρακα : 6, η σταθερά του Coulomb $K_c = 9\times10^9$ N m^2 /C^2 . Θα υποθέσετε ότι ο πυρήνας παραμένει ακίνητος σε όλη τη διάρκεια του φαινομένου.

Απάντηση :

Το φορτίο του πυρήνα του άνθρακα είναι $Q=6e$.

Στο σημείο Α, το πλησιέστερο προς τον πυρήνα σημείο στο οποίο φτάνει το πρωτόνιο, η ταχύτητά του στιγμιαία μηδενίζεται.

Εφαρμόζουμε το θεώρημα έργου - ενέργειας για το πρωτόνιο, κατά την κίνησή του από το άπειρο μέχρι τη θέση Α.

$$W_{\infty\to A} = K_A - K_\infty \quad \text{ή} \quad W_{\infty\to A} = 0 - \frac{1}{2} m_p \upsilon^2 \qquad (3.18)$$

Όμως $$W_{\infty\to A} = -W_{A\to\infty} = -V_A\, e \qquad (3.19)$$

όπου V_A το δυναμικό που δημιουργεί ο πυρήνας στο σημείο Α. Αν το σημείο Α απέχει από τον πυρήνα απόσταση r

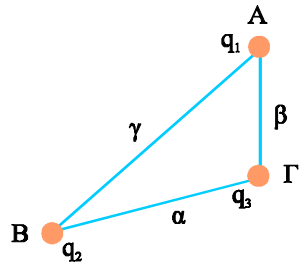
$$V_A = K_c \frac{Q}{r} = K_c \frac{6e}{r} \qquad (3.20)$$

Αντικαθιστώντας τις (3.19) και (3.20) στην (3.18) έχουμε

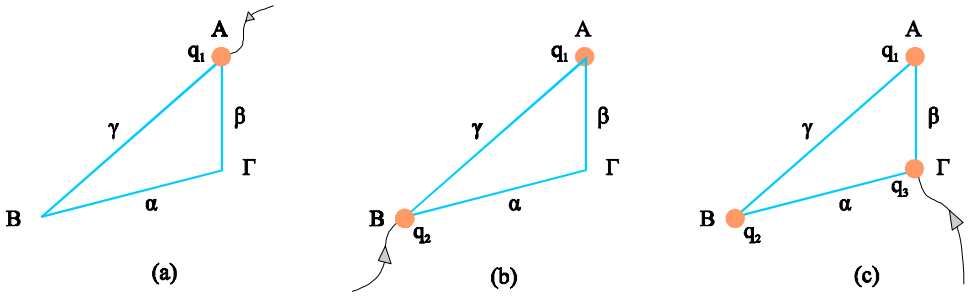
$$-K_c \frac{6e^2}{r} = -\frac{1}{2} m_p \upsilon^2 \text{ επομένως } \quad r = \frac{12 K_c e^2}{m_p \upsilon^2} \quad \text{από όπου} \quad r = 10{,}8\times 10^{-6}\ \text{m}$$

3-6 Η ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΠΟΛΛΩΝ ΣΗΜΕΙΑΚΩΝ ΦΟΡΤΙΩΝ

Έστω ένα σύστημα που αποτελείται από τρία σημειακά φορτία, τα q_1, q_2 και q_3 (σχ. 3.19). Ας ονομάσουμε τις θέσεις τους Α, Β, Γ και τις μεταξύ τους αποστάσεις α, β και γ, όπως στο σχήμα 3.19. Η ενέργεια που έχει η ομάδα των τριών φορτίων είναι ίση με το έργο που απαιτείται για να μεταφερθούν αυτά τα φορτία από πολύ μακριά και να τοποθετηθούν στις θέσεις τους. Ας συγκεντρώσουμε τα φορτία μεταφέροντάς τα ένα - ένα.



Σχ.3.19 Σύστημα τριών σημειακών φορτίων.



Σχ. 3.20. Αρχικά τοποθετούμε το q_1 στο σημείο Α (a), στη συνέχεια το q_2 στο σημείο Β (b) και τέλος το q_3 στο Γ (c).

Το φορτίο q_1 μπορεί να μεταφερθεί στο σημείο Α χωρίς παραγωγή ή δαπάνη έργου. Στη συνέχεια, μεταφέρουμε το q_2 στο σημείο Β. Το φορτίο q_2, κινείται μέσα στο πεδίο που έχει δημιουργηθεί από το q_1. Το έργο που απαιτείται για να μεταφερθεί το φορτίο είναι αντίθετο του έργου της δύναμης του πεδίου.

$$-W_{\infty\to B} = W_{B\to\infty} = V_B q_2 = K_c \frac{q_1 q_2}{\gamma} \qquad (3.21)$$

Ας μεταφέρουμε τώρα το q_3. Το έργο της δύναμης που απαιτείται για την μεταφορά του είναι αντίθετο του έργου της δύναμης του πεδίου που δημιουργούν τα q_1 και q_2 μαζί.

$$-W_{\infty\to\Gamma} = W_{\Gamma\to\infty} = V_\Gamma\, q_3 \qquad (3.22)$$

Επειδή το δυναμικό στο σημείο Γ οφείλεται στα φορτία q_1 και q_2 και είναι

$$V_\Gamma = K_c \frac{q_1}{\beta} + K_c \frac{q_2}{\alpha}$$

η σχέση (3.22) γίνεται

$$-W_{\infty\to\Gamma} = K_c \frac{q_1 q_3}{\beta} + K_c \frac{q_2 q_3}{\alpha} \qquad (3.23)$$

Το συνολικό έργο, που απαιτείται για να συγκεντρώσουμε τα τρία φορτία, προκύπτει από το άθροισμα των σχέσεων (3.21) και (3.23) και είναι

$$W = K_c \frac{q_1 q_2}{\gamma} + K_c \frac{q_1 q_3}{\beta} + K_c \frac{q_2 q_3}{\alpha} \qquad (3.24)$$

Τόση είναι και η δυναμική ενέργεια του συστήματος

$$U = K_c \frac{q_1 q_2}{\gamma} + K_c \frac{q_1 q_3}{\beta} + K_c \frac{q_2 q_3}{\alpha} \qquad (3.25)$$

Να σημειώσουμε ότι η δυναμική ενέργεια που υπολογίσαμε ανήκει στο σύστημα των φορτίων. Δεν υπάρχει κανένας λογικός τρόπος να αποδώσουμε μέρος αυτής της ενέργειας σε κάποιο από τα φορτία.

Σχ. 3.21 Το σύστημα δύο σημειακών φορτίων που απέχουν μεταξύ τους απόσταση r έχει δυναμική ενέργεια.

Στην περίπτωση δύο σημειακών φορτίων q_1 και q_2 που απέχουν απόσταση r η δυναμική ενέργεια του συστήματος είναι

$$U = K_c \frac{q_1 q_2}{r} \qquad (3.26)$$

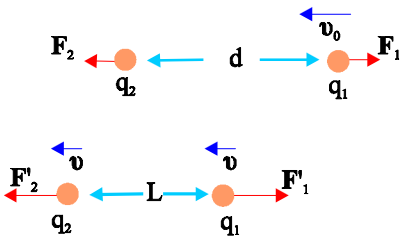
Από τη σχέση (3.26) προκύπτει ότι αν τα φορτία είναι ομώνυμα η δυναμική τους ενέργεια είναι θετική. Αυτό είναι συνέπεια των απωστικών δυνάμεων που αναπτύσσονται μεταξύ τους. Για να μεταφερθούν τα φορτία από πολύ μακριά και να πλησιάσουν σε απόσταση r πρέπει να προσφερθεί έργο στο σύστημα. Αντίθετα, αν τα φορτία είναι ετερώνυμα έλκονται και απαιτείται αρνητικό έργο για να τοποθετηθούν σε απόσταση r μεταξύ τους. Επομένως η δυναμική τους ενέργεια είναι αρνητική.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3.6

Σφαιρίδιο μάζας $m_1 = 22\times10^{-5}\,kg$ φορτισμένο με θετικό φορτίο $q_1 = 11\times10^{-7}\,C$ βάλλεται με αρχική ταχύτητα $\upsilon_0 = 30\,m/s$ προς δεύτερο σφαιρίδιο με μάζα $m_2 = 2m_1$ και φορτίο $q_2 = 2q_1$ που είναι αρχικά ακίνητο σε απόσταση $d = 2\,m$ από το πρώτο. Αν τα σφαιρίδια βρίσκονται πάνω σε οριζόντιο, λείο και μονωτικό δάπεδο να βρεθεί η ελάχιστη απόσταση L στην οποία θα πλησιάσουν. Δίνεται $K_c = 9\times10^9\,N\cdot m^2/C^2$.

Απάντηση :

Οι δυνάμεις ανάμεσα στα σφαιρίδια είναι απωστικές. Έτσι το σώμα μάζας m_1 επιβραδύνεται και το σώμα μάζας m_2 επιταχύνεται. Όσο η ταχύτητα του m_1 είναι μεγαλύτερη της ταχύτητας του m_2 η απόσταση μεταξύ των σωμάτων μικραίνει. Κάποια στιγμή οι ταχύτητές τους θα γίνουν ίσες και στη συνέχεια η ταχύτητα του m_1 θα γίνει μεγαλύτερη από την ταχύτητα του m_2 (τότε η απόσταση μεταξύ τους θα μεγαλώνει). Τα σώματα θα βρεθούν στην ελάχιστη δυνατή απόσταση μεταξύ τους τη στιγμή κατά την οποία οι ταχύτητές τους θα εξισωθούν $\upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon$.



Σχ. 3.22

Η μηχανική ενέργεια του συστήματος διατηρείται. Αν θεωρήσουμε ως αρχική θέση τη θέση από την οποία βάλλεται το σφαιρίδιο m_1 και ως τελική τη θέση που τα σφαιρίδια βρίσκονται στην ελάχιστη απόσταση μεταξύ τους θα ισχύει

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda}$$

οπότε $$\frac{1}{2}m_1\upsilon_0^2 + K_c\frac{q_1q_2}{d} = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 + K_c\frac{q_1q_2}{L}$$

ή $$\frac{1}{2}m_1\upsilon_0^2 + K_c\frac{2q_1^2}{d} = \frac{3}{2}m_1\upsilon^2 + K_c\frac{2q_1^2}{L} \qquad (3.27)$$

Επειδή στο σύστημα δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις, η ορμή του συστήματος διατηρείται.

$$\mathbf{P}_{\alpha\rho\chi} = \mathbf{P}_{\tau\varepsilon\lambda}$$

Θεωρώντας θετική κατεύθυνση την αρχική φορά κίνησης του m_1 η παραπάνω σχέση γράφεται αλγεβρικά.

$$m_1\upsilon_0 = m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2 \quad \text{ή} \quad m_1\upsilon_0 = 3m_1\upsilon$$

οπότε $$\upsilon = \frac{\upsilon_0}{3}$$

αντικαθιστώντας στην (3.27) και λύνοντας ως προς L προκύπτει

$$L = \frac{6dK_cq_1^2}{dm_1\upsilon_0^2 + 6K_cq_1^2} = 0{,}28\,m$$

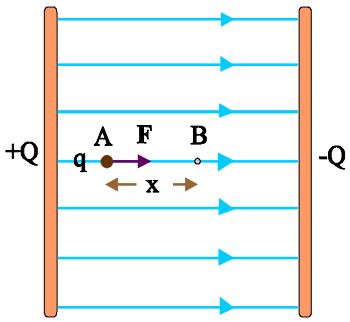
<u>Παρατήρηση</u>: Για τη λύση του προβλήματος χρησιμοποιήσαμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας. Όμως, το πεδίο που δημιουργείται από κινούμενα φορτία είναι ηλεκτρομαγνητικό πεδίο και όταν, όπως συμβαίνει στο πρόβλημά μας τα φορτία επιταχύνονται ένα μέρος της ενέργειάς τους μεταφέρεται με τη μορφή ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας στο περιβάλλον.

3-7 ΣΧΕΣΗ ΕΝΤΑΣΗΣ ΚΑΙ ΔΙΑΦΟΡΑΣ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΣΤΟ ΟΜΟΓΕΝΕΣ ΗΛΕΚΤΡΟΣΤΑΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

Η ένταση και το δυναμικό είναι μεγέθη που περιγράφουν το ηλεκτρικό πεδίο. Λογικό είναι, λοιπόν, τα δύο μεγέθη να σχετίζονται. Πράγματι υπάρχει μια γενική σχέση ανάμεσα στην ένταση και το δυναμικό η οποία όμως απαιτεί μαθηματικά που ξεφεύγουν από το επίπεδο αυτού του βιβλίου. Εμείς θα δούμε πώς σχετίζονται αυτά τα δύο μεγέθη στην περίπτωση που το ηλεκτρικό πεδίο είναι ομογενές.

Έστω το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο του σχήματος 3.23. Αν στο σημείο Α αφεθεί ένα θετικό φορτίο q, θα δεχτεί δύναμη **F**=**E**q στην κατεύθυνση των δυναμικών γραμμών και θα κινηθεί κατά μήκος της δυναμικής γραμμής στην οποία βρίσκεται. Έστω ότι Β είναι ένα άλλο σημείο, πάνω στην ίδια δυναμική γραμμή που απέχει από το σημείο Α απόσταση x. Το έργο της δύναμης **F** κατά τη μετακίνηση του φορτίου από το σημείο Α στο σημείο Β είναι

$$W = F\,x = Eq\,x \qquad (3.28)$$



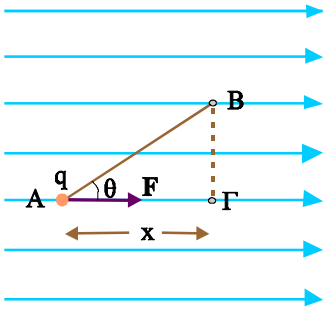
Σχ. 3.23 Θετικό σημειακό φορτίο q αφήνεται στο σημείο Α ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου. Το πεδίο ασκεί δύναμη που έχει την κατεύθυνση των δυναμικών γραμμών.

Γνωρίζουμε όμως ότι $W = (V_A - V_B)q$

Έτσι, η σχέση (3.28) γίνεται

$$Eq\,x = (V_A - V_B)q \quad \text{ή} \quad E = \frac{V_A - V_B}{x} \quad \text{ή} \quad E = \frac{V}{x} \qquad (3.29),$$

όπου με V συμβολίσαμε τη διαφορά δυναμικού των σημείων Α και Β.



Σχ. 3.24 Το έργο της δύναμης του πεδίου κατά τη μετακίνησή του από το Α στο Β είναι ίσο με το έργο κατά τη μετακίνησή του από το Α στο Γ.

Ας εξετάσουμε τώρα τη γενικότερη περίπτωση στην οποία τα σημεία Α και Β δεν βρίσκονται πάνω στην ίδια δυναμική γραμμή (σχ. 3.24). Αν αναγκάσουμε ένα φορτίο q, να κινηθεί από το σημείο Α στο Β κατά μήκος της ευθείας ΑΒ το έργο της δύναμης του πεδίου είναι

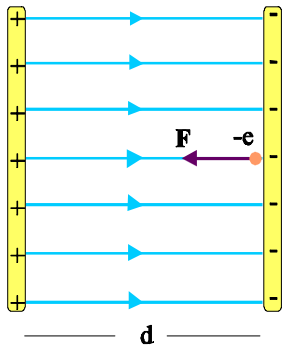
$$W = F(\text{AB})\sigma\upsilon\nu\,\theta = F(\text{AB})\frac{\text{AΓ}}{\text{AB}} = F(\text{AΓ}) = Eqx$$

και επειδή $W = (V_A - V_B)q$

προκύπτει πάλι η σχέση (3.29)

Γενικεύοντας το συμπέρασμα της (3.29) μπορούμε να πούμε ότι **η ένταση στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο είναι ίση με το πηλίκο της διαφοράς δυναμικού δύο οποιωνδήποτε σημείων του ηλεκτρικού πεδίου προς την απόστασή τους x, μετρημένη κατά μήκος μιας δυναμικής γραμμής.**

3-8 ΚΙΝΗΣΕΙΣ ΦΟΡΤΙΣΜΕΝΩΝ ΣΩΜΑΤΙΔΙΩΝ ΣΕ ΟΜΟΓΕΝΕΣ ΗΛΕΚΤΡΟΣΤΑΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ



Σχ. 3.25 Ένα ηλεκτρόνιο αφήνεται μέσα σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο.

Δύο παράλληλες μεταλλικές πλάκες φορτισμένες με αντίθετα φορτία, όπως στο σχήμα, δημιουργούν ανάμεσά τους ομογενές ηλεκτρικό πεδίο. Αν μέσα σ' αυτό το πεδίο βρεθεί ένα φορτισμένο σωματίδιο θα δεχτεί σταθερή δύναμη **F**=**E**q και θα αποκτήσει σταθερή επιτάχυνση $\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{E}q/m$.

Α. Κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα

Ένα ηλεκτρόνιο (σχ. 3.25) αφήνεται πολύ κοντά στην αρνητική πλάκα. Το ηλεκτρόνιο θα δεχτεί από το πεδίο δύναμη σταθερού μέτρου $F = Ee$ (E : η ένταση του πεδίου και e : το στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο) αντίρροπη της **E** και θα κινηθεί ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενα, με επιτάχυνση $a = F / m_e$

Η κίνηση του ηλεκτρονίου περιγράφεται από τις σχέσεις

$$a = F / m_e = Ee / m_e$$

$$\upsilon = at$$

$$x = \frac{1}{2}at^2$$

από τις οποίες μπορούμε να υπολογίσουμε :

1. <u>Πόσο χρόνο χρειάζεται το ηλεκτρόνιο για να φτάσει στην απέναντι πλάκα;</u>

Αν η απόσταση ανάμεσα στις πλάκες είναι d από τη σχέση $d = \frac{1}{2}\alpha\, t_1^2$

βρίσκουμε $t_1 = \sqrt{\frac{2d}{a}}$.

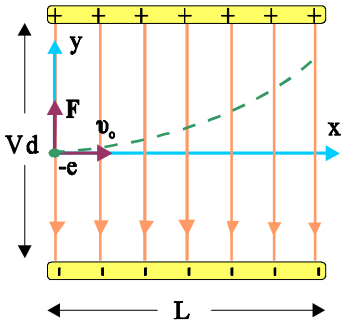
2. Με ποια ταχύτητα φτάνει το ηλεκτρόνιο στη θετική πλάκα;

Αντικαθιστώντας στη σχέση $\upsilon = \alpha\, t$ το χρόνο που βρήκαμε παραπάνω βρίσκουμε $\upsilon_1 = \sqrt{2ad}$.

Ας κάνουμε μια αριθμητική εφαρμογή για να δούμε για ποιας τάξης μεγέθους ταχύτητες και χρόνους μιλάμε.

Αν η διαφορά δυναμικού ανάμεσα στις μεταλλικές πλάκες είναι $V = 1\,kV$ και η απόσταση μεταξύ τους $d = 5\ mm$ η ένταση του πεδίου στο εσωτερικό του θα είναι E=2×10^5 N/C, η δύναμη που θα δεχθεί το ηλεκτρόνιο θα έχει μέτρο F=3,2×10^{-14} N (e=1,6×10^{-19} C), η επιτάχυνση θα είναι α=3,5×10^{16} m/s^2 (m_e=9,1×10^{-31} kg), ο χρόνος για να φτάσει στον απέναντι οπλισμό t_1 = 5,3×10^{-10} s και η τελική του ταχύτητα υ_1=1,9×10^7 m/s.

Διατάξεις που χρησιμοποιούν τον παραπάνω μηχανισμό (επιτάχυνση φορτισμένου σωματιδίου σε ομογενές ηλεκτροστατικό πεδίο) έχουν ευρεία εφαρμογή σε μια σειρά από συσκευές όπως ο φασματογράφος μάζας, ο καθοδικός σωλήνας και άλλες.



Σχ. 3.26 Το ηλεκτρόνιο εισέρχεται στο ηλεκτρικό πεδίο με ταχύτητα κάθετη στις δυναμικές γραμμές. Η δύναμη που δέχεται από το πεδίο το αναγκάζει να διαγράψει παραβολική τροχιά.

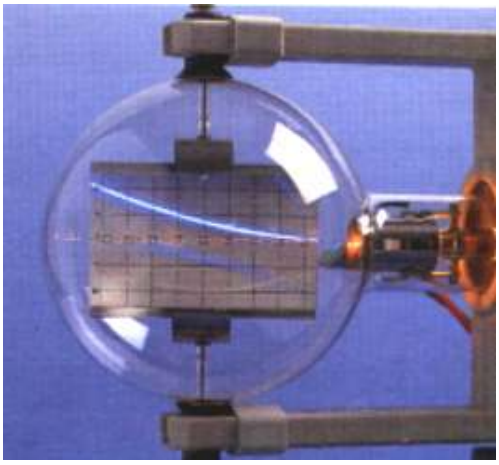
Β. Κίνηση με αρχική ταχύτητα κάθετη στις δυναμικές γραμμές

Θεωρούμε ότι οι παράλληλες μεταλλικές πλάκες του σχήματος 3.26 είναι φορτισμένες με φορτία +q και -q, έχουν μήκος L, απέχουν μεταξύ τους απόσταση d και η διαφορά δυναμικού τους είναι V. Ένα ηλεκτρόνιο εισέρχεται με αρχική ταχύτητα υ_0 κάθετη στις δυναμικές γραμμές του ομογενούς πεδίου που σχηματίζεται ανάμεσα στις πλάκες. Το ηλεκτρόνιο κατά την κίνησή του μέσα στο ομογενές πεδίο δέχεται σταθερή δύναμη **F**.

Για τη μελέτη μιας τέτοιας κίνησης θα εφαρμόσουμε την **αρχή της ανεξαρτησίας των κινήσεων.**

Διαλέγουμε δύο άξονες πάνω στους οποίους αναλύουμε την κίνηση. Εδώ θα επιλέξουμε έναν άξονα παράλληλο στις δυναμικές γραμμές κι έναν κάθετο σ' αυτές.

Αφού η διαφορά δυναμικού ανάμεσα στις φορτισμένες πλάκες είναι V, η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου σε οποιοδήποτε σημείο του χώρου μεταξύ των πλακών θα είναι $E = \dfrac{V}{d}$ (ομογενές πεδίο).



Εικ. 3.2 Πειραματική διάταξη για τη μελέτη της απόκλισης μιας δέσμης ηλεκτρονίων μέσα σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο

Στον άξονα x το ηλεκτρόνιο δεν δέχεται δύναμη και έτσι θα κινηθεί ευθύγραμμα ομαλά, διατηρώντας την αρχική του ταχύτητα υ_0 .

Στον άξονα y δέχεται καθ' όλη τη διάρκεια της κίνησης μια δύναμη σταθερή, κατακόρυφη με φορά προς τα πάνω $F = Ee$ ή επειδή $E = \dfrac{V}{d}$, $F = \dfrac{Ve}{d}$. Το ηλεκτρόνιο θα εκτελέσει σ' αυτό τον άξονα ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα με επιτάχυνση

$$a_y = \frac{F}{m_e} = \frac{Ee}{m_e} = \frac{Ve}{dm_e} \qquad (3.30)$$

Τελικά, στον άξονα x θα ισχύουν :

$$\upsilon_x = \upsilon_0 \qquad (3.31)$$

$$x = \upsilon_0 t \qquad (3.32)$$

ενώ στον y :

$$\upsilon_y = a_y t \qquad (3.33)$$

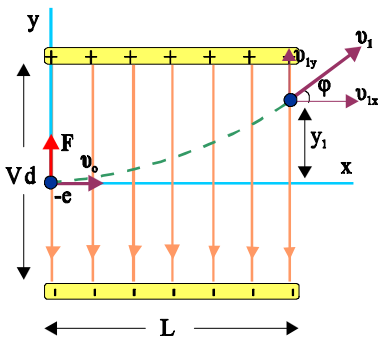
$$y = \frac{1}{2} a_y t^2 \qquad (3.34)$$

Από τις σχέσεις αυτές μπορούν να υπολογισθούν:

1. Χρόνος παραμονής στο πεδίο

Το ηλεκτρόνιο θα εξέλθει από το πεδίο όταν, στον άξονα x θα έχει μετατοπιστεί κατά *L*. Αν στην σχέση (3.32) θέσουμε όπου x το *L* και λύσουμε ως προς *t* προκύπτει:

$$t_1 = \frac{L}{\upsilon_0} \qquad (3.35)$$



Σχ. 3.27 Όταν το ηλεκτρόνιο εξέρχεται από το πεδίο έχει αποκλίνει κατά y_1 από την αρχική του διεύθυνση και η ταχύτητα του είναι συνισταμένη της αρχικής ταχύτητας υ_o και της ταχύτητας υ_{1y}.

2. Απόκλιση από την αρχική διεύθυνση κίνησης στην έξοδο

Εάν στη σχέση (3.34) θέσουμε στη θέση του t το χρόνο παραμονής στο πεδίο βρίσκουμε την κατακόρυφη απόκλιση y του ηλεκτρονίου από την αρχική του θέση, κατά την έξοδό του από το πεδίο.

$$y_1 = \frac{1}{2} a_y t_1^2 \quad \text{ή} \quad y_1 = \frac{1}{2}\frac{Ve}{dm_e}\left(\frac{L}{\upsilon_0}\right)^2 \qquad (3.36)$$

3. Ταχύτητα εξόδου από το πεδίο

Κατά την έξοδό του από το πεδίο, η ταχύτητα του ηλεκτρονίου στον άξονα x θα είναι $\upsilon_{1x} = \upsilon_0$ ενώ στον y θα είναι $\upsilon_{1y} = a_y t_1$ και από τις (3.30) και (3.35)

$$\upsilon_{1y} = \frac{Ve}{dm_e}\frac{L}{\upsilon_0}$$

Η ταχύτητα που θα έχει το ηλεκτρόνιο κατά την έξοδό του θα είναι

$$\upsilon_1 = \sqrt{\upsilon_{1x}^2 + \upsilon_{1y}^2} \quad \text{οπότε} \quad \upsilon_1 = \sqrt{\upsilon_0^2 + \left(\frac{VeL}{dm_e \upsilon_0}\right)^2}$$

και

$$\varepsilon\varphi\,\varphi = \frac{\upsilon_{1y}}{\upsilon_{1x}} = \frac{VeL}{dm_e \upsilon_0^2} \qquad (3.37)$$

4. Η εξίσωση της τροχιάς του ηλεκτρονίου

Η εξίσωση της τροχιάς του ηλεκτρονίου είναι η σχέση που συνδέει τις μετατοπίσεις του στους άξονες x και y.

Λύνουμε την (3.32) ως προς t και αντικαθιστούμε στην (3.34) λαμβάνοντας υπόψη και την (3.30). Βρίσκουμε έτσι μια σχέση $y = f(x)$

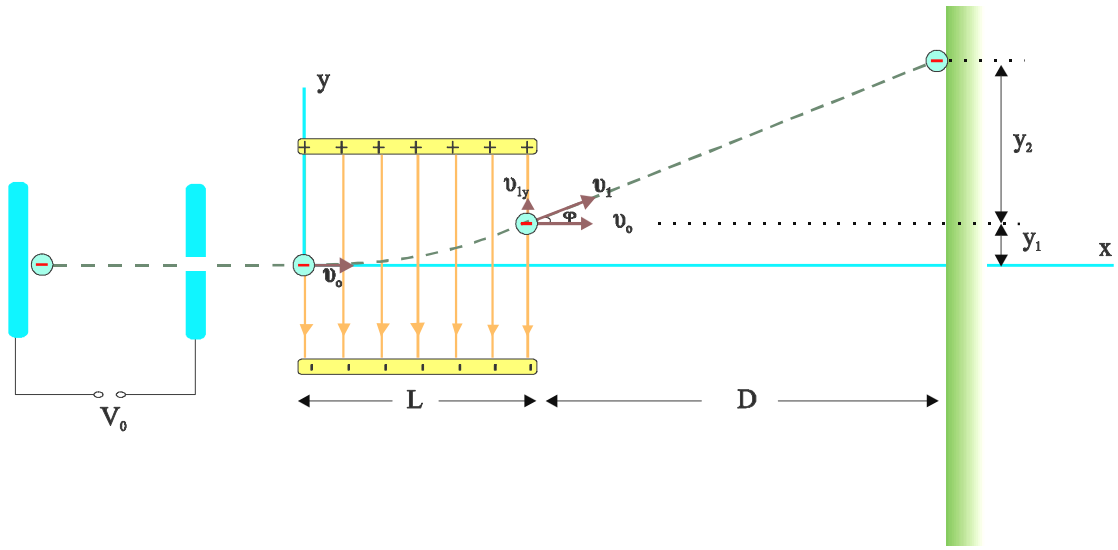
$$y = \frac{1}{2} a_y t^2 \quad \text{ή} \quad y = \frac{1}{2} \frac{Ve}{dm_e} \frac{x^2}{\upsilon_0^2} \quad \text{ή} \quad y = \frac{Ve}{2dm_e \upsilon_0^2} x^2$$

Πρόκειται για μια σχέση της μορφής $y = ax^2$, άρα η τροχιά του ηλεκτρονίου είναι παραβολική.

Στη μελέτη της κίνησης του ηλεκτρονίου μέσα στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο δε λάβαμε καθόλου υπόψη το βάρος του. Αυτό έγινε γιατί το βάρος είναι αμελητέο συγκριτικά με την F. Ενδεικτικά αναφέρουμε ότι το βάρος ενός ηλεκτρονίου είναι $w_e = 8{,}9 \times 10^{-30}$ N ενώ η ηλεκτρική δύναμη που δέχεται ένα ηλεκτρόνιο στο εσωτερικό ενός ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου σαν αυτό που περιγράψαμε με διαφορά δυναμικού V=1 kV και απόσταση μεταξύ των πλακών d=5mm είναι F=3,2$\times 10^{-14}$ N, δηλαδή 36×10^{14} φορές μεγαλύτερη του βάρους. Το συμπέρασμα αυτό, ότι το βάρος είναι αμελητέο συγκρινόμενο με την ηλεκτρική δύναμη, ισχύει και για τα άλλα στοιχειώδη σωματίδια -πρωτόνια, πυρήνες, ιόντα- όταν κινούνται μέσα στο ηλεκτρικό πεδίο.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3.7

Δέσμη ηλεκτρονίων επιταχύνεται από την ηρεμία από διαφορά δυναμικού V_0. Στη συνέχεια μπαίνει σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο που σχηματίζεται ανάμεσα σε δυο φορτισμένες πλάκες (πλακίδια απόκλισης) κάθετα στις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Η διαφορά δυναμικού ανάμεσα στις πλάκες είναι V και η μεταξύ τους απόσταση d. Το μήκος των πλακών είναι L. Τα ηλεκτρόνια βγαίνοντας από το ομογενές πεδίο προσκρούουν σε φθορίζουσα οθόνη που είναι τοποθετημένη κάθετα στην αρχική διεύθυνση κίνησης. Η οθόνη απέχει απόσταση D από τα πλακίδια απόκλισης. Η όλη διάταξη βρίσκεται μέσα σ' ένα σωλήνα υψηλού κενού ώστε να αποφεύγονται οι συγκρούσεις των ηλεκτρονίων με τα μόρια του αέρα. Να βρεθεί η θέση στην οποία θα πέσει η δέσμη πάνω στη φθορίζουσα οθόνη. Δίνονται το στοιχειώδες φορτίο e και η μάζα του ηλεκτρονίου m_e .



Σχ. 3.28

Απάντηση :

Τα ηλεκτρόνια επιταχυνόμενα από τη διαφορά δυναμικού V_0 αποκτούν κινητική ενέργεια που δίνεται από το θεώρημα έργου - ενέργειας.

$$\frac{1}{2}m_e\upsilon_0^2 = eV_0 \qquad \text{οπότε} \qquad \upsilon_0 = \sqrt{\frac{2eV_0}{m_e}} \tag{3.38}$$

Η κίνηση των ηλεκτρονίων μέσα στο ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργούν τα πλακίδια απόκλισης, μελετήθηκε στην προηγούμενη παράγραφο.

Όταν τα ηλεκτρόνια εξέλθουν από τα πλακίδια απόκλισης θα έχουν εκτραπεί από την αρχική τους πορεία κατά y_1. Η απόκλιση αυτή υπολογίστηκε στην (3.36) επομένως

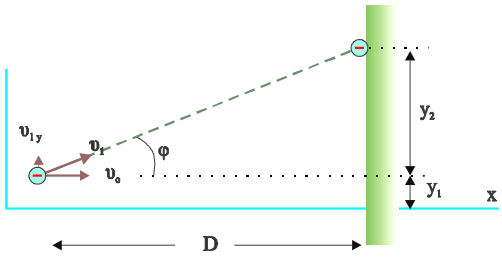
$$y_1 = \frac{1}{2}\frac{Ve}{dm_e}\left(\frac{L}{\upsilon_0}\right)^2 \tag{3.39}$$

Η γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα εξόδου των ηλεκτρονίων με την αρχική διεύθυνση κίνησης, επίσης υπολογίστηκε από τη σχέση

$$\varepsilon\varphi\,\varphi = \frac{VeL}{dm_e\upsilon_0^2} \tag{3.40}$$

Τα ηλεκτρόνια βγαίνοντας από το ομογενές πεδίο των πλακιδίων κινούνται ευθύγραμμα ομαλά με υ_1. Μεγεθύνοντας την περιοχή εξόδου (σχ. 3.29) βλέπουμε ότι σχηματίζεται ένα ορθογώνιο τρίγωνο με κάθετες πλευρές τις D και y_2 και υποτείνουσα την τροχιά των ηλεκτρονίων. Ισχύει

$$\varepsilon\phi\,\phi = \frac{y_2}{D} \qquad \text{οπότε} \qquad y_2 = D\varepsilon\phi\,\phi$$



Σχ. 3.29

Αντικαθιστώντας την (3.40) βρίσκουμε

$$y_2 = \frac{DVeL}{dm_e\upsilon_0^2} \tag{3.41}$$

Η θέση της δέσμης στην οθόνη απέχει απόσταση y_1+y_2 από την αρχική διεύθυνση της δέσμης. Από τις (3.38), (3,39) και (3.41) βρίσκουμε:

$$y_1 + y_2 = \frac{VL}{2V_0 d}\left(D + \frac{L}{2}\right)$$

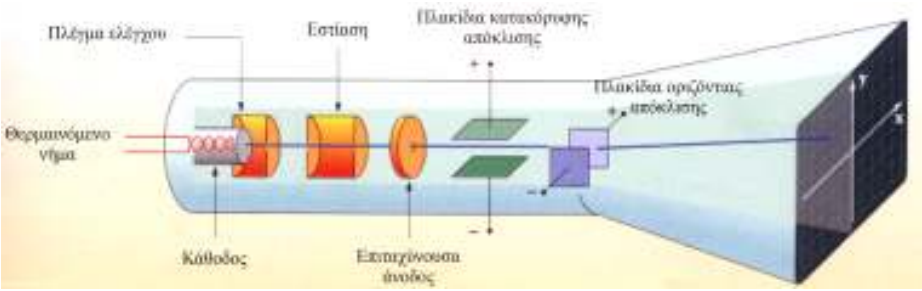
Ο ΚΑΘΟΔΙΚΟΣ ΣΩΛΗΝΑΣ

Ο καθοδικός σωλήνας, (σχ. 3.30), είναι ένας γυάλινος "σωλήνας" το εσωτερικό του οποίου βρίσκεται σε υψηλό κενό. Η λειτουργία του στηρίζεται σε τρεις διαδοχικές διατάξεις.

Η πρώτη ονομάζεται τηλεβόλο ηλεκτρονίων και είναι υπεύθυνη για την παραγωγή, επιτάχυνση και εστίαση μιας δέσμης ηλεκτρονίων.

Η δεύτερη είναι ένας συνδυασμός ομογενών πεδίων. Μεταβάλλοντας την ένταση των πεδίων κατευθύνουμε τη δέσμη των ηλεκτρονίων.

Η τρίτη είναι η οθόνη στην οποία παρατηρούμε τη θέση όπου προσπίπτουν τα ηλεκτρόνια. Ο σωλήνας απέναντι από το τηλεβόλο είναι επιστρωμένος με ειδικό υλικό που έχει την ιδιότητα να **φθορίζει**, δηλαδή να εκπέμπει φως, όταν πάνω του προσπίπτουν σωματίδια με μεγάλη ταχύτητα. Πάνω σ΄ αυτό το τμήμα του σωλήνα, που αποτελεί την οθόνη, πέφτουν με μεγάλη ταχύτητα τα ηλεκτρόνια της δέσμης. Στο σημείο στο οποίο πέφτουν τα ηλεκτρόνια η οθόνη φθορίζει έντονα και δημιουργείται μια φωτεινή κηλίδα.



Σχ. 3.30

Στο αριστερό άκρο του σχήματος 3.30 φαίνεται το τηλεβόλο. Τα ηλεκτρόνια παράγονται εκεί με τη θέρμανση ενός μεταλλικού νήματος (κάθοδος). Θερμαίνοντας ένα μέταλλο δίνουμε σε κάποια από τα ελεύθερα ηλεκτρόνιά του κινητική ενέργεια αρκετή για να το εγκαταλείψουν. Στη συνέχεια τα ηλεκτρόνια επιταχύνονται από το ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται ανάμεσα στην κάθοδο και σε ένα άλλο ηλεκτρόδιο (άνοδος). Η άνοδος βρίσκεται σε δυναμικό υψηλότερο από το δυναμικό της καθόδου και φέρει οπή. Τα περισσότερα ηλεκτρόνια που επιταχύνονται προς την άνοδο προσκρούουν σ΄ αυτή. Όσα από αυτά περνάνε από την οπή σχηματίζουν δέσμη και κινούνται προς την οθόνη με την οριζόντια ταχύτητα που απέκτησαν. Η διαφορά δυναμικού μεταξύ ανόδου και καθόδου είναι μερικά kV. Έτσι, η ταχύτητα που αποκτούν τα ηλεκτρόνια είναι της τάξεως των 10^7 m/s.

Εικ. 3.3 Τηλεβόλο ηλεκτρονίων.

Στο τηλεβόλο, υπάρχουν διατάξεις που επιτρέπουν τον έλεγχο του αριθμού των ηλεκτρονίων που κατευθύνονται προς την οθόνη και την εστίαση της δέσμης.

Το εσωτερικό του καθοδικού σωλήνα βρίσκεται σε υψηλό κενό (περίπου 10^{-7} atm). Έτσι ελαχιστοποιούνται οι κρούσεις των ηλεκτρονίων της δέσμης με τα μόρια του αέρα που περιέχονται σ' αυτόν.

Η δέσμη των ηλεκτρονίων διέρχεται στη συνέχεια ανάμεσα από δύο ζεύγη μεταλλικών πλακιδίων (πλακίδια απόκλισης). Στο ένα ζεύγος τα μεταλλικά πλακίδια είναι οριζόντια και το ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται ανάμεσά τους εκτρέπει τη δέσμη των ηλεκτρονίων κατακόρυφα. Το άλλο ζεύγος πλακιδίων είναι κατακόρυφο και εκτρέπει τη δέσμη των ηλεκτρονίων οριζόντια. Οι σχέσεις (3.39), (3.41) δείχνουν ότι η απόκλιση είναι ανάλογη της διαφοράς δυναμικού που εφαρμόζεται μεταξύ των πλακιδίων. Έτσι το σημείο της οθόνης στο οποίο προσπίπτει η δέσμη εξαρτάται από τις τάσεις που εφαρμόζουμε σε κάθε χρονική στιγμή στα δύο ζεύγη πλακιδίων. Εάν η διαφορά δυναμικού και στα δύο ζεύγη πλακιδίων απόκλισης είναι μηδενική τα ηλεκτρόνια της δέσμης κινούνται χωρίς να αποκλίνουν από την ευθύγραμμη τροχιά τους και προσκρούουν στο κέντρο της οθόνης.

Μετά την έξοδο από τα πεδία των πλακιδίων απόκλισης και μέχρι την πρόσκρουση στη φθορίζουσα οθόνη τα ηλεκτρόνια κινούνται ευθύγραμμα ομαλά.

Ο καθοδικός σωλήνας αποτελεί το βασικό στοιχείο του παλμογράφου. Πιο σύνθετες παραλλαγές του, πάνω όμως στην ίδια αρχή λειτουργίας, αποτελούν οι οθόνες της τηλεόρασης και του υπολογιστή.

Εικ. 3.4 Παλμογράφος.

ΠΑΛΜΟΓΡΑΦΟΣ

Μια ειδική εφαρμογή του καθοδικού σωλήνα είναι ο παλμογράφος. Το κύριο στοιχείο ενός παλμογράφου είναι ένας καθοδικός σωλήνας του οποίου η οθόνη είναι βαθμολογημένη ώστε να μας επιτρέπει να κάνουμε μετρήσεις.

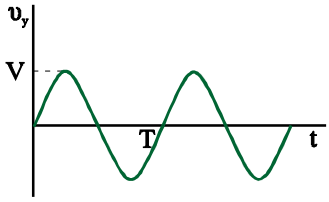
Εξωτερικά ο παλμογράφος είναι ένα κουτί με μια οθόνη στην μπροστινή πλευρά και διάφορους ρυθμιστές (κουμπιά). Με τους ρυθμιστές υπάρχει η δυνατότητα:

α) Να ρυθμίζεται η φωτεινότητα της κηλίδας. Η ρύθμιση αυτή αντιστοιχεί σε μεταβολή της τάσης που επιταχύνει τα ηλεκτρόνια στο τηλεβόλο.

β) Να ρυθμίζεται η τάση ΄΄σάρωσης΄΄ για την οποία θα μιλήσουμε πιο κάτω.

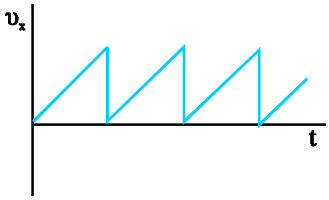
γ) Να εφαρμόζεται εξωτερικά τάση στα πλακίδια οριζόντιας και κατακόρυφης απόκλισης.

δ) Να εστιάζεται η δέσμη ώστε η κηλίδα να γίνεται όσο το δυνατό μικρότερη και να ξεχωρίζει καθαρά.



Σχ. 3.31 Εναλλασσόμενη τάση.

Εάν μεταξύ των πλακιδίων κατακόρυφης εκτροπής εφαρμόσουμε μια τάση που μεταβάλλεται με τον χρόνο, έστω μια τάση της μορφής $\upsilon_y = V\ \eta\mu\omega t$ (εναλλασσόμενη τάση) (σχ. 3.31) και στα πλακίδια οριζόντιας εκτροπής δεν εφαρμόζεται τάση η φωτεινή κηλίδα θα κινείται πάνω- κάτω σύμφωνα με τις αυξομειώσεις της υ_y. Για εναλλασσόμενες τάσεις όπως αυτή του δικτύου της ΔΕΗ η κηλίδα κινείται τόσο γρήγορα (50 φορές το δευτερόλεπτο) ώστε το μάτι να τη βλέπει σαν μια κατακόρυφη γραμμή.



Σχ. 3.32 Πριονωτή τάση.

Τάση σάρωσης.

Εάν μεταξύ των πλακιδίων οριζόντιας εκτροπής εφαρμόσουμε τάση υ_x η οποία αυξάνεται γραμμικά και στη συνέχεια ελαττώνεται απότομα (**πριονωτή τάση** σχ. 3.32) η κηλίδα στην οθόνη θα κινείται οριζόντια και ισοταχώς από τα αριστερά προς τα δεξιά και θα επιστρέφει απότομα πίσω, για

να ξαναρχίσει πάλι την ίδια κίνηση. Αυτή η παλινδρομική οριζόντια κίνηση της κηλίδας ονομάζεται σάρωση της οθόνης. Την τάση σάρωσης την εφαρμόζει ο ίδιος ο παλμογράφος και υπάρχει δυνατότητα ρύθμισης της συχνότητα της υ_x ώστε να επιτυγχάνουμε γρήγορη ή αργή σάρωση.

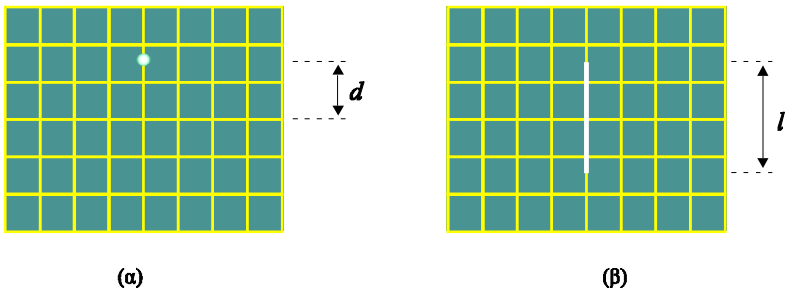
Μερικές από τις πιο απλές χρήσεις του παλμογράφου είναι.

α) Μέτρηση συνεχούς τάσεως

Απενεργοποιούμε την τάση σάρωσης και εφαρμόζουμε την τάση V που θέλουμε να μετρήσουμε στα πλακίδια κατακόρυφης απόκλισης. Η κηλίδα αποκλίνει κατακόρυφα (σχ. 3.33α). Από την απόσταση της κηλίδας από το κέντρο της οθόνης μπορούμε να βρούμε την εφαρμοζόμενη συνεχή τάση V.

β) Μέτρηση εναλλασσόμενης τάσης

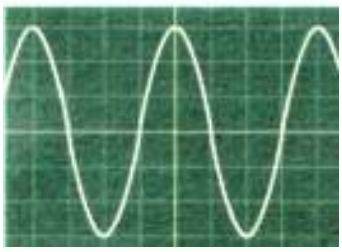
Απενεργοποιούμε την τάση σάρωσης και στα πλακίδια κατακόρυφης απόκλισης εφαρμόζουμε τάση της μορφής $\upsilon_y = V\eta\mu\omega t$ (εναλλασσόμενη τάση) (σχ. 3.31). Η κηλίδα θα ανεβοκατεβαίνει γρήγορα κατακόρυφα και στην οθόνη του παλμογράφου θα σχηματιστεί μια κατακόρυφη γραμμή (σχ. 3.33β). Από το μήκος της γραμμής μπορούμε να υπολογίσουμε το V (πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης). Συγκεκριμένα το μήκος της γραμμής είναι ανάλογο του 2V.



Σχ. 3.33 (α) Συνεχής τάση V εφαρμόζεται στα πλακίδια κατακόρυφης απόκλισης, η απόσταση d της κηλίδας από το κέντρο της οθόνης είναι ανάλογη της τάση V. (β) Εναλλασσόμενη τάση εφαρμόζεται στα πλακίδια κατακόρυφης απόκλισης, το μήκος της γραμμής στην οθόνη είναι ανάλογο του διπλάσιου πλάτους της εναλλασσόμενης τάσης.

γ) Μελέτη κυματομορφών

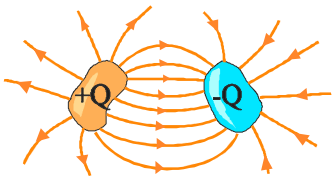
Εφαρμόζουμε ταυτόχρονα τη υ_x (τάση σάρωσης), στα πλακίδια οριζόντιας απόκλισης και τη υ_y (εναλλασσόμενη) στα πλακίδια κατακόρυφης απόκλισης. Αυτό που προκύπτει στην οθόνη είναι μια κυματοειδής γραμμή (εικ. 3.5) που ονομάζεται κυματομορφή της τάσης υ_y. Μπορούμε έτσι να παρακολουθήσουμε στην οθόνη του παλμογράφου και να μελετήσουμε τάσεις που μεταβάλλονται με το χρόνο, όπως η εναλλασσόμενη αλλά και πιο σύνθετες.



Εικ. 3.5 Η κυματομορφή μιας εναλλασσόμενης τάσης όπως φαίνεται στην οθόνη του παλμογράφου.

Επειδή τα ηλεκτρόνια έχουν πολύ μικρή μάζα, η απόκλιση της δέσμης των ηλεκτρονίων στον καθοδικό σωλήνα συμβαίνει σχεδόν ακαριαία και ο παλμογράφος έχει τη δυνατότητα να δείξει πολύ γρήγορες μεταβολές στην τάση.

3-9 ΠΥΚΝΩΤΗΣ ΚΑΙ ΧΩΡΗΤΙΚΟΤΗΤΑ



Σχ. 3.34 Ένας πυκνωτής αποτελείται από δύο γειτονικούς αγωγούς φορτισμένους. Οι αγωγοί φορτίζονται με φορτία +Q και –Q.

Ο πυκνωτής είναι μια διάταξη που αποθηκεύει ηλεκτρικό φορτίο και ηλεκτρική δυναμική ενέργεια. Ένας πυκνωτής αποτελείται από δύο αγωγούς που βρίσκονται κοντά και χωρίζονται μεταξύ τους από το κενό, τον αέρα, ή από άλλο μονωτή. Οι αγωγοί του σχήματος 3.34 αποτελούν ένα πυκνωτή. Οι δύο αγωγοί που αποτελούν τον πυκνωτή ονομάζονται οπλισμοί.

Πυκνωτής ονομάζεται σύστημα δύο γειτονικών αγωγών (οπλισμοί), που χωρίζονται μεταξύ τους με κάποιο μονωτικό υλικό. Οι αγωγοί φορτίζονται με φορτία +*Q* και -*Q*.

Φορτίο του πυκνωτή ονομάζεται το θετικό φορτίο του ενός από τους οπλισμούς του, ενώ τάση του πυκνωτή, ονομάζεται η διαφορά δυναμικού V, μεταξύ των οπλισμών του. Σε έναν πυκνωτή αποθηκεύεται πολύ πιο εύκολα φορτίο, από ότι σε κάθε ένα μεμονωμένο αγωγό από αυτούς που αποτελούν τον πυκνωτή.

Σε κάθε πυκνωτή η τάση του είναι ανάλογη του φορτίου του, δηλαδή το πηλίκο του φορτίου προς την τάση είναι σταθερό. Το πηλίκο αυτό το ονομάζουμε χωρητικότητα του πυκνωτή.

Εικ.3.6 Τύποι πυκνωτών

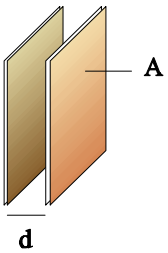
Χωρητικότητα C ενός πυκνωτή ονομάζεται το σταθερό πηλίκο του φορτίου του (Q) προς την τάση του (V).

$$C = \frac{Q}{V}$$

Μονάδα χωρητικότητας είναι το Farad, που συμβολίζεται με το F. 1F=1 C/V.

Ονομάζεται έτσι προς τιμήν του Michael Faraday, ο οποίος μεταξύ των άλλων, ερεύνησε και το θέμα της χωρητικότητας. Το 1Farad είναι πολύ μεγάλη χωρητικότητα. Οι χωρητικότητες των πυκνωτών που χρησιμοποιούνται στην πράξη είναι της τάξης του μικροφαράντ, ($1\mu F=10^{-6}F$), του νανοφαράντ, ($1nF=10^{-9}F$) και του πικοφαράντ, ($1pF=10^{-12}F$).

Οι πυκνωτές παριστάνονται με δύο μικρές παράλληλες ισοϋψείς γραμμές, με ακροδέκτες συνδεδεμένους στο μέσον τους.



Σχ. 3.35 Επίπεδος πυκνωτής

Υπάρχουν πολλοί τύποι πυκνωτών. Στην εικόνα 3.6 φαίνονται μερικοί από αυτούς. Συνήθως παίρνουν το όνομά τους από το σχήμα των οπλισμών τους. Ο σφαιρικός πυκνωτής αποτελείται από δύο ομόκεντρους σφαιρικούς αγωγούς και ο κυλινδρικός από δύο ομοαξονικούς κυλινδρικούς αγωγούς. **Ο επίπεδος πυκνωτής** αποτελείται από δύο επίπεδες παράλληλες, μεταλλικές πλάκες, ίδιας επιφάνειας A, που απέχουν μεταξύ τους απόσταση d και βρίσκονται η μια απέναντι στην άλλη.

Η χωρητικότητα ενός επίπεδου πυκνωτή είναι ανάλογη της επιφάνειας A των οπλισμών και αντίστροφα ανάλογη της απόστασης d μεταξύ των οπλισμών.

$$C = \varepsilon_o \frac{A}{d}$$

Γενικότερα **η χωρητικότητα ενός πυκνωτή εξαρτάται** από τα γεωμετρικά στοιχεία της διάταξης (δηλαδή από το μέγεθος, το σχήμα, τις σχετικές θέσεις των δύο αγωγών) και από το είδος του μονωτικού υλικού (ονομάζεται και διηλεκτρικό) ανάμεσα στους οπλισμούς του.

Οι πυκνωτές αποτελούν βασικά στοιχεία των ηλεκτρικών και ηλεκτρονικών κυκλωμάτων. Όταν γυρίζουμε το κουμπί του ραδιοφώνου για να επιλέξουμε σταθμό μεταβάλλουμε τη χωρητικότητα ενός πυκνωτή. Το φως που εκπέμπει το φλας της φωτογραφικής μηχανής προέρχεται από την εκφόρτιση ενός πυκνωτή. Οι πυκνωτές χρησιμοποιούνται ακόμα στους καθοδικούς σωλήνες, στα τσιπ των υπολογιστών και σε χιλιάδες άλλες εφαρμογές.

Εικ. 3.7 Η λειτουργία του φλας της φωτογραφικής μηχανής στηρίζεται στην εκφόρτιση ενός πυκνωτή δια μέσου μιας λυχνίας ξένου. Καθώς εκφορτίζεται ο πυκνωτής το αέριο ξένο ιονίζεται με αποτέλεσμα την έντονη αναλαμπή μικρής διάρκειας.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3.8

Οι οπλισμοί ενός επίπεδου πυκνωτή έχουν επιφάνεια A=4cm^2 και η απόσταση τους είναι d=2mm. Υπολογίστε:

α) Τη χωρητικότητά του.

β) Το φορτίο που θα αποκτήσει ο πυκνωτής αν συνδεθεί σε πηγή τάσης V=12V. Δίνεται ε_o=8,85$\times$10^{-12} C^2 / (N m^2)

Απάντηση :

Η χωρητικότητα ενός επίπεδου πυκνωτή δίνεται από τη σχέση:

$$C = \varepsilon_o \frac{A}{d},$$

από την οποία, με αντικατάσταση, βρίσκουμε:

$$C = (8{,}85\times10^{-12}\frac{C^2}{N\cdot m^2})\frac{4\times10^{-4}m^2}{2\times10^{-3}m} = 17{,}7\times10^{-13}F = 1{,}77pF$$

Το φορτίο του πυκνωτή, όταν συνδεθεί με την πηγή, θα είναι:

$$Q = CV = 1{,}77pF\,12V = 21{,}24pC = 21{,}24\times10^{-12}C$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3.9

Ένας επίπεδος πυκνωτής έχει χωρητικότητα 10μF και φορτίζεται σε πηγή με τάση V=100V. Στη συνέχεια, αφού αποσυνδεθεί από την πηγή, οι οπλισμοί του απομακρύνονται έως ότου η απόσταση μεταξύ τους διπλασιαστεί. Να υπολογιστούν:

α) η νέα χωρητικότητα του πυκνωτή και

β) η τάση του μετά την απομάκρυνση των οπλισμών του.

Απάντηση :

Η αρχική χωρητικότητα του πυκνωτή υπολογίζεται από τη σχέση

$$C_O = \varepsilon_O \frac{A}{d} \qquad (3.42)$$

Όταν διπλασιάσουμε την απόσταση των οπλισμών του, η χωρητικότητά του γίνεται

$$C = \varepsilon_O \frac{A}{2d} \tag{3.43}$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (3.43) και (3.42) παίρνουμε:

$$C = \frac{C_O}{2} = 5\mu F$$

Το φορτίο στους οπλισμούς του θα παραμείνει ίδιο και μετά την απομάκρυνση των οπλισμών. Εφόσον ο πυκνωτής δε συνδέεται με κάποιο κύκλωμα οι οπλισμοί του είναι απομονωμένοι αγωγοί και θα διατηρήσουν το φορτίο τους. Αφού με την απομάκρυνση των οπλισμών η χωρητικότητα μεταβάλλεται, αλλά το φορτίο μένει το ίδιο, θα αλλάξει η τάση στους οπλισμούς του πυκνωτή. Αν η νέα τάση του πυκνωτή είναι V΄ μπορούμε να γράψουμε

$$C = \frac{Q}{V'} \tag{3.44}$$

Πριν την απομάκρυνση των οπλισμών του, η χωρητικότητα του πυκνωτή ήταν :

$$C_O = \frac{Q}{V} \tag{3.45}$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (3.45) και (3.44) παίρνουμε :

$$\frac{C_O}{C} = \frac{V'}{V} \quad \text{ή} \quad V' = \frac{C_O}{C}\, V \quad \text{επομένως} \quad V' = 200\ V$$

3-10 ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΑΠΟΘΗΚΕΥΜΕΝΗ ΣΕ ΦΟΡΤΙΣΜΕΝΟ ΠΥΚΝΩΤΗ

Σε προηγούμενη παράγραφο είδαμε ότι όλες οι διατάξεις φορτίου έχουν ορισμένη ηλεκτρική δυναμική ενέργεια U, ίση με το έργο που απαιτείται για να τοποθετηθούν τα φορτία στις θέσεις τους. Ένας φορτισμένος πυκνωτής έχει δυναμική ενέργεια U η οποία δίνεται από τη σχέση.

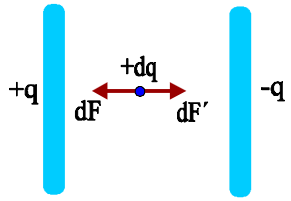
$$U = \frac{1}{2} C V^2 \tag{3.46}$$

Η ενέργεια του φορτισμένου πυκνωτή αποδίδεται κατά την εκφόρτισή του. Αν ενώσουμε τους δύο οπλισμούς του πυκνωτή με ένα αγωγό θα μετακινηθούν φορτία από τον ένα οπλισμό στον άλλο μέχρι οι δύο οπλισμοί να αποκτήσουν το ίδιο δυναμικό. Τότε λέμε ότι ο πυκνωτής εκφορτίστηκε. Κατά την εκφόρτιση του πυκνωτή η αποθηκευμένη ηλεκτρική δυναμική ενέργεια μετατρέπεται σε θερμότητα στον αγωγό που συνδέει τους οπλισμούς.

Υπολογισμός της ενέργειας φορτισμένου πυκνωτή

Για να υπολογίσουμε τη δυναμική ενέργεια που έχει αποθηκευμένη ένας φορτισμένος πυκνωτής, ας φανταστούμε μια υποθετική διαδικασία φόρτισης: Σε ένα αρχικά αφόρτιστο πυκνωτή παίρνουμε μικρές ποσότητες φορτίου +dq από τον ένα οπλισμό και τις τοποθετούμε στον άλλο. Ο οπλισμός από τον οποίο αφαιρείται θετικό φορτίο θα φορτιστεί αρνητικά ενώ ο οπλισμός στον οποίο προσθέτουμε θετικό φορτίο, θα φορτιστεί θετικά. Έστω q_o, και V_o οι τελικές τιμές για το φορτίο και την τάση του πυκνωτή.

Η μεταφορά του πρώτου φορτίου dq από τον ένα οπλισμό στον άλλο γίνεται χωρίς να καταναλώσουμε έργο. Με την απόσπαση όμως του πρώτου φορτίου +dq από τον ένα οπλισμό και την εγκατάστασή του στον άλλο, ο πρώτος οπλισμός θα έχει φορτίο –dq και ο δεύτερος +dq. Αυτό θα έχει ως αποτέλεσμα τη δημιουργία πεδίου. Τώρα πια, η μεταφορά νέου φορτίου dq απαιτεί προσπάθεια (έργο), εξ αιτίας της δύναμης d**F**′=**E**dq που ασκεί το πεδίο στο φορτίο. Η δύναμη d**F** που μετακινεί το φορτίο πρέπει να εξουδετερώσει τη δύναμη d**F**′ του πεδίου. Όσο προχωράει η φόρτιση του πυκνωτή, το ηλεκτρικό του πεδίο θα γίνεται πιο ισχυρό και θα απαιτείται ολοένα και μεγαλύτερο έργο για τη μετακίνηση φορτίου dq. Το έργο της δύναμης d**F** είναι θετικό και ίσο απολύτως με το έργο της δύναμης d**F**′ του πεδίου.



Σχ. 3.36 Ο πυκνωτής φορτίζεται με την μεταφορά απειροστά μικρών φορτίων dq από τον ένα οπλισμό στον άλλο.

Αν κάποια στιγμή η τάση του πυκνωτή είναι V, το έργο της δύναμης που απαιτείται για τη μετακίνηση φορτίου dq, από τον ένα οπλισμό στον άλλο είναι

$$dW = V\,dq\,.$$

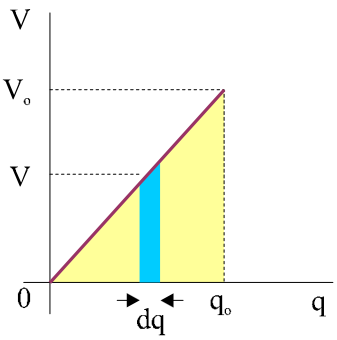
Ισχύει $C = \dfrac{q}{V}$ ή $V = \dfrac{1}{C}q$

Η γραφική παράσταση της σχέσης $V = f(q)$ από την στιγμή που το φορτίο του πυκνωτή είναι μηδέν μέχρι να αποκτήσει την τελική του τιμή q_o, είναι ευθεία που περνάει από την αρχή των αξόνων (σχ. 3.37). Από τη γραφική παράσταση παρατηρούμε ότι αν το σχήμα με το μπλε χρώμα μπορεί να θεωρηθεί παραλληλόγραμμο -και μπορεί να θεωρηθεί αν το dq είναι απειροστά μικρό- το εμβαδόν του θα είναι ίσο με V. dq και θα δίνει το έργο που απαιτείται για τη μεταφορά του φορτίου dq. Το συνολικό έργο που απαιτείται για να φορτιστεί ο πυκνωτής θα είναι ίσο με το εμβαδόν του τριγώνου από την γραμμή του διαγράμματος μέχρι τον άξονα q, δηλαδή

$$W = \frac{1}{2}q_oV_o \quad \text{ή} \quad W = \frac{1}{2}CV_o^2$$

Επομένως η δυναμική ενέργεια του φορτισμένου πυκνωτή είναι

$$U = \frac{1}{2}CV_o^2$$



Σχ. 3.37 Από τη γραφική παράσταση της σχέσης V=q/C μπορούμε να υπολογίσουμε την ενέργεια του πυκνωτή.

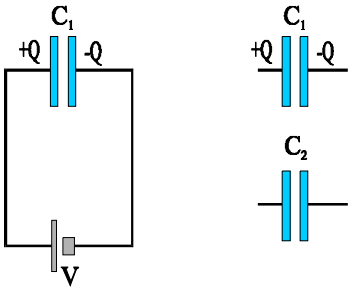
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3.10

Πυκνωτής χωρητικότητας C_1=4μF, φορτίζεται από την πηγή, τάσης V=20V, με φορτίο Q. Στη συνέχεια ο πυκνωτής αποσυνδέεται από την πηγή και συνδέεται με αφόρτιστο πυκνωτή χωρητικότητας C_2=12μF όπως στο σχήμα 3.39 :

α) Να υπολογιστεί η κοινή τάση V΄ που θα αποκτήσουν οι πυκνωτές μετά τη σύνδεσή τους.

β) Το φορτίο που θα αποκτήσει κάθε πυκνωτής μετά τη σύνδεση.

γ) Με τη σύνδεση των δυο πυκνωτών μεταβάλλεται η ενέργεια του συστήματος. Πόσο μεταβλήθηκε η ενέργεια; Πού οφείλεται η μεταβολή αυτή ;



Σχ. 3.38

Απάντηση :

Ο πυκνωτής χωρητικότητας C_1, κατά τη σύνδεσή του με την πηγή απέκτησε φορτίο

$$Q = C_1 V = 80\mu C$$

Μετά την αποσύνδεση της πηγής και τη σύνδεση των δύο πυκνωτών μεταξύ τους, ένα μέρος του φορτίου Q μετακινείται ώστε να φορτιστεί και ο πυκνωτής C_2 . Οι πυκνωτές C_1 και C_2 αποκτούν φορτία Q_1 και Q_2, αντίστοιχα και η (κοινή) διαφορά δυναμικού στους οπλισμούς γίνεται V΄.

α) Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης του φορτίου:

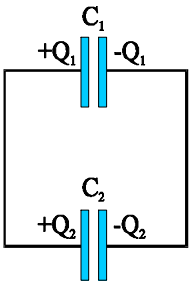
$$Q = Q_1 + Q_2 \qquad (3.47)$$

Για κάθε ένα από τους πυκνωτές ισχύει:

$$Q_1 = C_1 V' \quad \text{και} \quad Q_2 = C_2 V' \qquad (3.48)$$

Αντικαθιστώντας τις (3.48) στην (3.47) έχουμε:

$$Q = C_1 V' + C_2 V' \quad \text{ή} \quad Q = (C_1 + C_2)V' \quad \text{επομένως} \quad V' = \frac{Q}{C_1 + C_2} = 5V$$



Σχ. 3.39

β) Αντικαθιστώντας την τιμή του V΄στις σχέσεις (3.48) υπολογίζουμε τα φορτία που απέκτησαν οι πυκνωτές:

$$Q_1 = 20\mu C \quad \text{και} \quad Q_2 = 60\mu C$$

Παρατηρούμε ότι ο πυκνωτής με τη μεγαλύτερη χωρητικότητα "κρατάει" και το περισσότερο φορτίο.

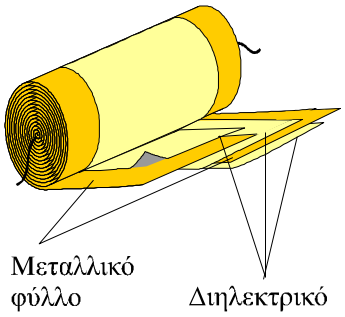
γ) Η ενέργεια του συστήματος μεταβλήθηκε κατά

$$\Delta U = U_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} - U_{\pi\rho\iota\nu} = \frac{1}{2}C_1 V'^2 + \frac{1}{2}C_2 V'^2 - \frac{1}{2}C_1 V^2 = -6\times 10^{-4} J$$

Το αρνητικό πρόσημο σημαίνει ότι η ενέργεια του συστήματος ελαττώθηκε. Η ηλεκτρική ενέργεια που χάθηκε από το σύστημα έγινε θερμότητα στους αγωγούς κατά τη μετακίνηση φορτίου από τον ένα πυκνωτή στον άλλο.

3-11 ΠΥΚΝΩΤΕΣ ΚΑΙ ΔΙΗΛΕΚΤΡΙΚΑ

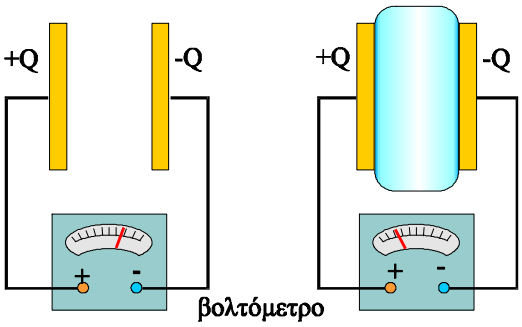
Διηλεκτρικά ή μονωτές ονομάζονται τα υλικά όπως το λάδι, το γυαλί, το λαδόχαρτο κ.ά., που δεν επιτρέπουν την κίνηση ηλεκτρικών φορτίων στο εσωτερικό τους. Οι περισσότεροι πυκνωτές έχουν ένα διηλεκτρικό ανάμεσα στους οπλισμούς τους. Ένας συνηθισμένος τύπος πυκνωτή αποτελείται από δύο μακριές λουρίδες μεταλλικών φύλλων, που είναι οι οπλισμοί, ανάμεσα στις οποίες βρίσκεται ένα φύλλο πλαστικού. Ένα τέτοιο σύστημα ΄΄σάντουιτς΄΄(σχ. 3.40) τυλίγεται σε μορφή ρολού και ο πυκνωτής που δημιουργείται με αυτόν τον τρόπο μπορεί να έχει χωρητικότητα αρκετά μικροφαράντ.



Σχ. 3.40 Πυκνωτής ΄΄σάντουιτς΄΄. Αποτελείται από δυο μεταλλικά φύλλα που διαχωρίζονται από διηλεκτρικό.

Η τοποθέτηση διηλεκτρικού μεταξύ των οπλισμών ενός πυκνωτή εξυπηρετεί τρεις λειτουργίες. **α)** λύνει το πρόβλημα της συγκράτησης των οπλισμών του πυκνωτή σε μικρή απόσταση μεταξύ τους χωρίς να έρχονται σε επαφή (οι οπλισμοί του πυκνωτή επειδή έχουν αντίθετα φορτία, έλκονται και έχουν την τάση να ακουμπήσουν). **β)** πολλές φορές τα ηλεκτρικά πεδία που δημιουργούνται ανάμεσα στους οπλισμούς του πυκνωτή είναι πολύ ισχυρά και υπάρχει ο κίνδυνος να δημιουργηθεί σπινθήρας, ο οποίος καταστρέφει τον πυκνωτή. Επειδή πολλοί μονωτές αντέχουν σε ισχυρότερα πεδία από τα πεδία που αντέχει ο αέρας είναι προτιμότερη η χρήση τους. **Η μέγιστη ένταση ηλεκτρικού πεδίου στην οποία αντέχει ένας μονωτής ονομάζεται διηλεκτρική αντοχή**. **γ)** με τη χρήση διηλεκτρικού αυξάνεται η χωρητικότητα ενός πυκνωτή.

Το τελευταίο μπορούμε να το παρατηρήσουμε εύκολα ως εξής. Με ένα βολτόμετρο μετράμε τη διαφορά δυναμικού ανάμεσα στους οπλισμούς ενός φορτισμένου πυκνωτή που έχει αποσυνδεθεί από την πηγή που τον φόρτισε. Έστω ότι μας δείχνει τιμή V_o. Αν ανάμεσα στους οπλισμούς του πυκνωτή βάλουμε ένα φύλλο διηλεκτρικού -γυαλί, χαρτί, πλαστικό- η διαφορά δυναμικού παίρνει τιμή V μικρότερη από την αρχική. Όταν απομακρύνουμε το διηλεκτρικό η διαφορά δυναμικού επανέρχεται στην αρχική της τιμή V_o.



Σχ. 3.41 Εάν τοποθετήσουμε διηλεκτρικό ανάμεσα στους οπλισμούς φορτισμένου πυκνωτή το βολτόμετρο δείχνει ότι η διαφορά δυναμικού μειώνεται.

Αφού με την εισαγωγή του διηλεκτρικού η τάση ελαττώνεται ενώ το φορτίο παραμένει αμετάβλητο, η χωρητικότητα του πυκνωτή αυξάνεται.

Αν η χωρητικότητα του πυκνωτή με το διηλεκτρικό είναι C ενώ χωρίς το διηλεκτρικό είναι C_0 , **ο λόγος**

$$K = \frac{C}{C_o} \qquad (3.49)$$

λέγεται διηλεκτρική σταθερά του υλικού.

Η διηλεκτρική σταθερά K είναι καθαρός αριθμός, μεγαλύτερος της μονάδας και χαρακτηρίζει το υλικό.

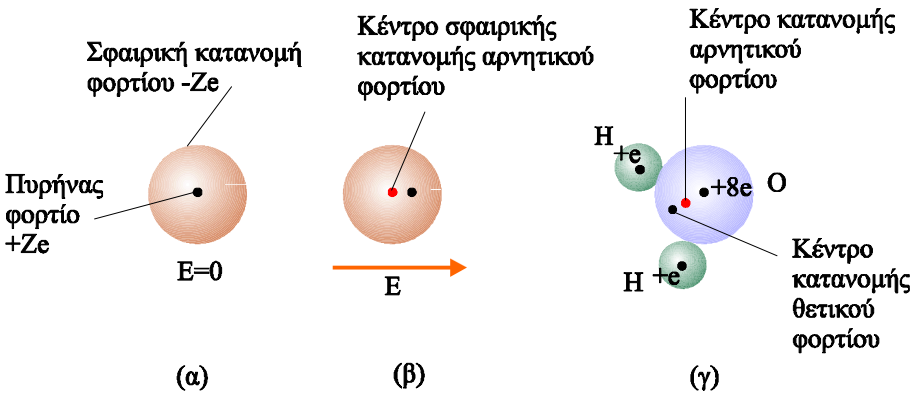
Η χωρητικότητα ενός επίπεδου πυκνωτή με διηλεκτρικό είναι:

$$C = K\ C_O \quad \text{ή} \quad C = K\,\varepsilon_O \frac{A}{d}$$

Ας δούμε όμως πού οφείλεται η αύξηση της χωρητικότητας ενός πυκνωτή όταν ανάμεσα στους οπλισμούς του τοποθετηθεί διηλεκτρικό.

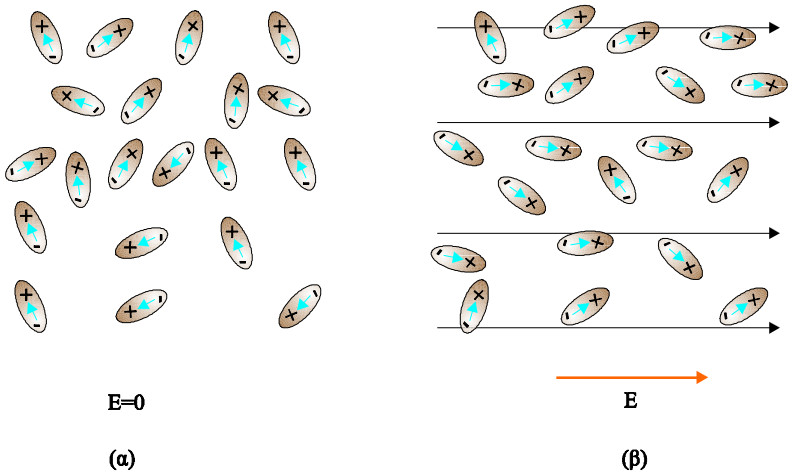
Από τη σχέση $C = Q/V$ προκύπτει ότι εφ΄ όσον το φορτίο παραμένει αμετάβλητο και η χωρητικότητα αυξάνεται κατά τον παράγοντα K, με την εισαγωγή του διηλεκτρικού η τάση του πυκνωτή ελαττώνεται κατά τον ίδιο παράγοντα (K). Γνωρίζουμε ότι στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο ή ένταση είναι $E = V/d$. Αφού η τάση του πυκνωτή ελαττώνεται κατά τον παράγοντα K και η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου μεταξύ των οπλισμών του γίνεται K φορές μικρότερη. Επομένως τα φορτία που δημιουργούν το πεδίο πρέπει να έχουν μειωθεί. Αν και το φορτίο στους οπλισμούς του πυκνωτή παραμένει αμετάβλητο, το ηλεκτρικό του πεδίο προκαλεί ανακατανομή στα φορτία του διηλεκτρικού. Το φαινόμενο ονομάζεται **πόλωση**.

Τα μόρια του διηλεκτρικού ή είναι δίπολα ή γίνονται δίπολα όταν εισάγονται σε ηλεκτρικό πεδίο (σχ. 3.42).



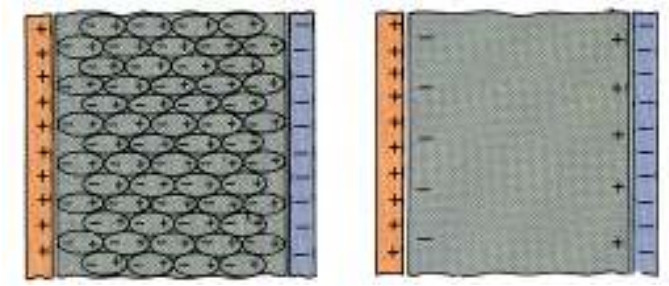
Σχ. 3.42 (α) Ένα απλό μονοατομικό μόριο εκτός ηλεκτρικού πεδίου δεν είναι δίπολο. Το κέντρο της κατανομής του αρνητικού φορτίου συμπίπτει με τον πυρήνα όπου είναι συγκεντρωμένο το θετικό φορτίο. (β) Το ίδιο μόριο όταν βρίσκεται μέσα σε ηλεκτρικό πεδίο μετατρέπεται σε δίπολο. (γ) κάποια μόρια, όπως αυτό του νερού, είναι δίπολα από την κατασκευή τους, είτε βρίσκονται σε ηλεκτρικό πεδίο είτε όχι.

Τα δίπολα αυτά προσανατολίζονται όταν βρεθούν στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή (σχ. 3.43).



Σχ. 3.43 (α) Όταν τα δίπολα βρίσκονται εκτός ηλεκτρικού πεδίου είναι τυχαία προσανατολισμένα. (β) Τα δίπολα που βρίσκονται μέσα σε ηλεκτρικό πεδίο τείνουν να ευθυγραμμισθούν με αυτό. Η ευθυγράμμιση δεν είναι απόλυτη, λόγω της θερμικής κίνησης των μορίων.

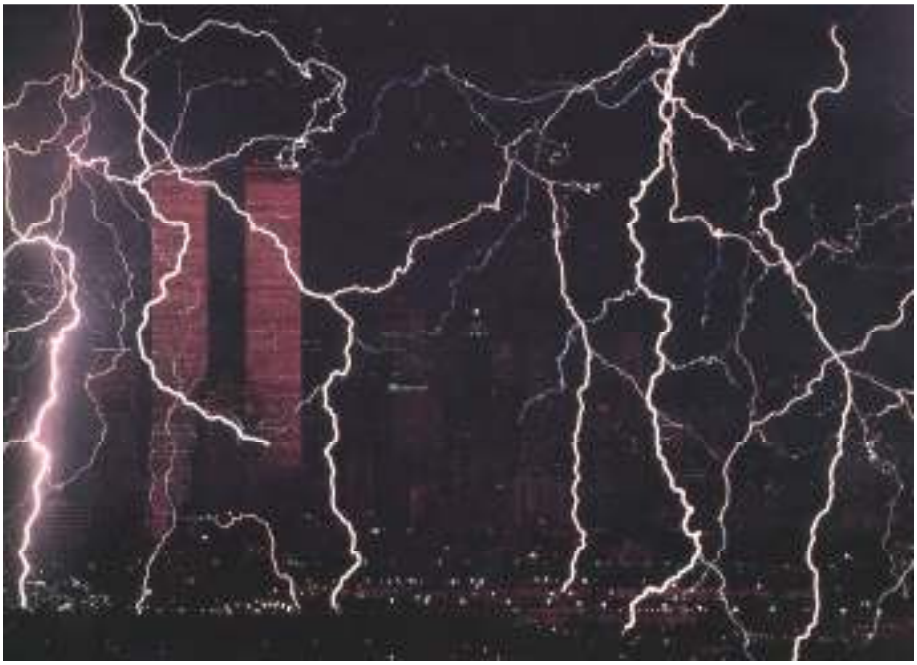
Ο προσανατολισμός των διπόλων έχει ως αποτέλεσμα η επιφάνεια του διηλεκτρικού που βρίσκεται σε επαφή με τον θετικό οπλισμό να εμφανίζει αρνητικό φορτίο και η επιφάνεια που βρίσκεται σε επαφή με τον αρνητικό οπλισμό, θετικό φορτίο (σχ. 3.44). Έτσι το συνολικό φορτίο που δημιουργεί το πεδίο είναι μικρότερο από το φορτίο που φέρουν οι οπλισμοί.



Σχ. 3.44 Το διηλεκτρικό μέσα στο ομογενές πεδίο του πυκνωτή πολώνεται. Τα επαγόμενα φορτία στις επιφάνειες του διηλεκτρικού ελαττώνουν το ηλεκτρικό πεδίο στο εσωτερικό του πυκνωτή.

Η διηλεκτρική σταθερά και η διηλεκτρική αντοχή διαφόρων υλικών

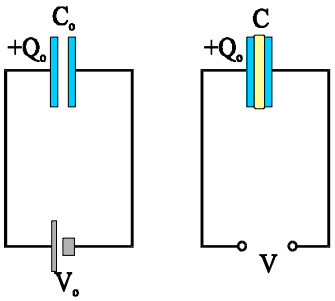
Υλικό	Διηλεκτρική σταθερά K	Διηλεκτρική αντοχή (V/m)
Κενό	1	Άπειρη
Αέρας	1,00059	$3\ 10^6$
Γυαλί	5,6	$14\ 10^6$
Νάιλον	3,4	$14\ 10^6$
Χαρτί	3,7	$16\ 10^6$
Λάδι σιλικόνης	2,5	$15\ 10^6$



Εικ.3.8 Καταιγίδα πάνω από το Manhattan. Όταν ή ένταση του πεδίου ανάμεσα στα σύννεφα και την επιφάνεια της Γης γίνει μεγαλύτερη από τη διηλεκτρική αντοχή του αέρα ο αέρας γίνεται αγώγιμος. Με τους κεραυνούς μεγάλες ποσότητες φορτίου μεταφέρονται, μέσω του αέρα, στη Γη. Κάθε κεραυνός φέρει περίπου 10^{20} ηλεκτρόνια.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3.11

Φορτίζουμε πυκνωτή χωρητικότητας C_o, σε τάση V_o. Στη συνέχεια αποσυνδέουμε την πηγή και εισάγουμε ανάμεσα στους οπλισμούς του πυκνωτή διηλεκτρικό με διηλεκτρική σταθερά K. Βρείτε την τάση του πυκνωτή μετά την εισαγωγή του διηλεκτρικού.



Σχ. 3.45

Απάντηση :

Το φορτίο που απέκτησε ο πυκνωτής κατά τη φόρτισή του είναι

$$Q_o = C_o V_o \qquad (3.50)$$

Μετά την εισαγωγή του διηλεκτρικού, το φορτίο του παραμένει το ίδιο, αφού ο πυκνωτής έχει αποσυνδεθεί από την πηγή, όμως η χωρητικότητα του έγινε

$$C = KC_o \qquad (3.51)$$

Αν V η τάση του πυκνωτή μετά την εισαγωγή του διηλεκτρικού είναι

$$V = \frac{Q_o}{C} \quad \text{και λόγω των (3.50) και (3.51)} \quad V = \frac{C_o V_o}{KC_o} = \frac{V_o}{K}$$

Παρατηρούμε ότι η τάση του πυκνωτή είναι K φορές μικρότερη από την αρχική .

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3.12

Επίπεδος πυκνωτής με χωρητικότητα C=5μF, συνδέεται με πηγή τάσης V=10V. Χωρίς να αποσυνδέσουμε τον πυκνωτή από την πηγή, εισάγουμε ανάμεσα στους οπλισμούς του μια πλάκα διηλεκτρικού, διηλεκτρικής σταθεράς K=5, που καταλαμβάνει ολόκληρο το χώρο μεταξύ των οπλισμών του. Να υπολογιστεί η αύξηση του φορτίου, που προκάλεσε η εισαγωγή του διηλεκτρικού.

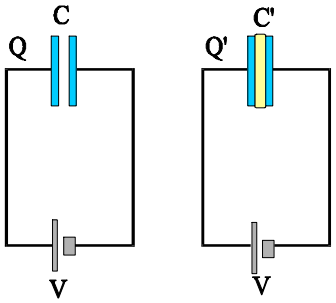
Απάντηση :

Το φορτίο του πυκνωτή, πριν εισαχθεί το διηλεκτρικό, ήταν:

$$Q = C\,V = 50\mu C$$

Μετά την εισαγωγή του διηλεκτρικού η χωρητικότητα του πυκνωτή έγινε C΄:

$$C' = K\;\;C = 25\mu F$$



Σχ. 3.46

Εφ΄ όσον ο πυκνωτής παρέμεινε συνδεδεμένος με την πηγή, η τάση στους οπλισμούς του έμεινε σταθερή, ίση με την τάση V της πηγής. Το φορτίο του, μετά την εισαγωγή του διηλεκτρικού, είναι:

$$Q' = C'\,V = 250\mu C$$

Επομένως η αύξηση φορτίου που προκάλεσε η εισαγωγή του διηλεκτρικού στον πυκνωτή είναι:

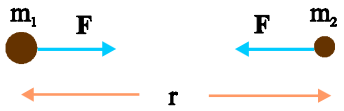
$$Q' - Q = 200\mu C$$

3-12 ΤΟ ΒΑΡΥΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

Δύο σώματα με πολύ μικρές διαστάσεις (σημειακές μάζες), που έχουν μάζες m_1 και m_2 και βρίσκονται σε απόσταση r μεταξύ τους, έλκονται με δύναμη που έχει μέτρο

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

όπου G η σταθερά της παγκόσμιας έλξης, $G = 6{,}673 \times 10^{-11}\ N \cdot m^2 / kg^2$. Η δύναμη αυτή, όπως και η δύναμη Coulomb, είναι **διατηρητική και κεντρική**[1].



Σχ. 3.47 Δυο σημειακές μάζες που απέχουν απόσταση r έλκονται με δύναμη που είναι ανάλογη του γινομένου των μαζών και αντίστροφα ανάλογη του τετραγώνου της απόστασής τους.

Η παραπάνω σχέση δίνει και τη δύναμη που αναπτύσσεται μεταξύ δύο ομογενών σφαιρικών μαζών m_1 και m_2 . Στην περίπτωση αυτή απόσταση r είναι η απόσταση μεταξύ των κέντρων των σφαιρών και οι ελκτικές δυνάμεις έχουν σημεία εφαρμογής τα κέντρα των σφαιρών.

Η έλξη ανάμεσα σε δύο σώματα, με αίτιο το ότι έχουν μάζα, είναι δύναμη από απόσταση. Η αλληλεπίδραση μεταξύ μαζών περιγράφεται με την έννοια του πεδίου. Κάθε μάζα δημιουργεί γύρω της πεδίο. Αν κάποια μάζα βρεθεί μέσα στο πεδίο, το πεδίο τής ασκεί δύναμη.

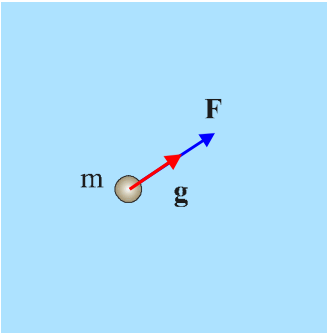
Το πεδίο που δημιουργείται από μάζες ονομάζεται βαρυτικό πεδίο ή πεδίο βαρύτητας.

Βαρυτικό πεδίο ονομάζεται ο χώρος εκείνος στον οποίο κάθε μάζα δέχεται δύναμη.

Εικ.3.9 Τμήμα του γαλαξία μας. Η συγκρότηση και η κίνηση των γαλαξιών οφείλεται σε βαρυτικές δυνάμεις. Η φωτεινή γραμμή που φαίνεται στη φωτογραφία είναι η τροχιά ενός μετεωρίτη που διασχίζει τη γήινη ατμόσφαιρα.

[1] Κεντρικές λέγονται οι δυνάμεις που ασκούνται μεταξύ δύο σωμάτων και των οποίων ο φορέας συμπίπτει με την ευθεία που ενώνει τα κέντρα μάζας των σωμάτων.

Για την περιγραφή του βαρυτικού πεδίου χρησιμοποιούμε τα μεγέθη ένταση και δυναμικό.



Σχ. 3.48 Εάν σ' ένα σημείο του χώρου που καταλαμβάνει το βαρυτικό πεδίο βρεθεί μια μάζα m θα δεχθεί δύναμη. Η δύναμη είναι πάντα ομόρροπη της έντασης.

Ένταση (g) του πεδίου βαρύτητας σε ένα του σημείο ονομάζουμε το σταθερό πηλίκο της δύναμης (F) που θα δεχτεί μια μάζα (m) αν βρεθεί σε εκείνο το σημείο, προς τη μάζα αυτή

$$\boldsymbol{g} = \frac{\boldsymbol{F}}{m} \qquad (3.52)$$

Η ένταση έχει την ίδια κατεύθυνση με τη δύναμη. Μονάδα της έντασης είναι το 1N/kg ή 1m/s^2, δηλαδή μετριέται σε μονάδες επιτάχυνσης.

Η επιτάχυνση που θα αποκτήσει ένα σώμα αν αφεθεί ελεύθερο στο πεδίο βαρύτητας είναι $\boldsymbol{\alpha} = \frac{\boldsymbol{F}}{m}$ και από τη (3.52) προκύπτει ότι $\boldsymbol{g} = \boldsymbol{\alpha}$, επομένως :

Στο πεδίο βαρύτητας, η ένταση του πεδίου σε ένα σημείο ταυτίζεται με την επιτάχυνση που θα αποκτήσει ένα σώμα αν αφεθεί ελεύθερο σε εκείνο το σημείο.

Το πεδίο βαρύτητας, όπως και το ηλεκτροστατικό πεδίο, **είναι διατηρητικό.** Επομένως για την περιγραφή του είναι χρήσιμο το μέγεθος δυναμικό που ορίζεται με τρόπο ανάλογο. Συγκεκριμένα :

Δυναμικό (V) του πεδίου βαρύτητας, σε ένα του σημείο Α, ονομάζεται το σταθερό πηλίκο του έργου της δύναμης του πεδίου, όταν μεταφέρεται μάζα m από το σημείο Α στο άπειρο, προς τη μάζα αυτή.

$$V_A = \frac{W_{A\to\infty}}{m}$$

Μονάδα δυναμικού του βαρυτικού πεδίου είναι το 1J/kg

Διαφορά δυναμικού μεταξύ δύο σημείων Α και Β του πεδίου βαρύτητας ονομάζεται το πηλίκο του έργου της δύναμης του πεδίου, κατά τη μετακίνηση μιας μάζας m από το σημείο Α στο σημείο Β, προς τη μάζα αυτή.

$$V_A - V_B = \frac{W_{A\to B}}{m}$$

Η διαφορά δυναμικού εκφράζει το έργο της δύναμης του πεδίου ανά μονάδα μάζας κατά τη μετακίνηση μιας μάζας από το σημείο Α στο σημείο Β.

Το πεδίο που δημιουργείται από σημειακή μάζα

Η ένταση βαρυτικού πεδίου

Έστω μια σημειακή μάζα M. Για να βρούμε την ένταση του βαρυτικού πεδίου που δημιουργεί η μάζα M σε σημείο A που απέχει απόσταση r απ' αυτήν, τοποθετούμε στο σημείο αυτό μάζα m.
Η μάζα m δέχεται από την μάζα M δύναμη

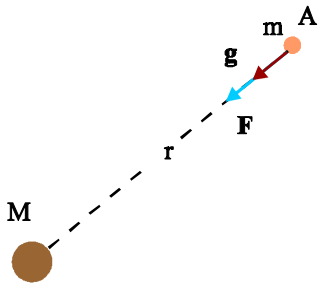
$$F = G\frac{Mm}{r^2} \qquad (3.53)$$

Η ένταση του πεδίου στο σημείο A είναι

$$g = \frac{F}{m} \qquad (3.54)$$

Αντικαθιστώντας την (3.53) στην (3.54) έχουμε

$$g = G\frac{M}{r^2} \qquad (3.55)$$



Σχ. 3.49 Η ένταση του πεδίου που δημιουργεί η σημειακή μάζα M έχει σε κάθε σημείο κατεύθυνση προς τη μάζα.

Το δυναμικό του βαρυτικού πεδίου που δημιουργεί η σημειακή μάζα M σε σημείο A, που απέχει απόσταση r από το υλικό σημείο, έχει τιμή

$$V_A = -G\frac{M}{r} \qquad (3.56)$$

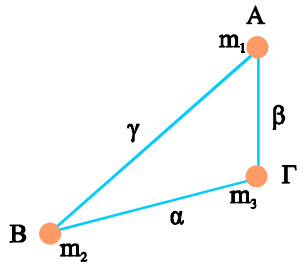
Η δυναμική ενέργεια συστήματος δύο υλικών σημείων με μάζες m_1, m_2, που απέχουν μεταξύ τους απόσταση r, είναι ίση με το έργο που απαιτείται για να μεταφερθούν οι μάζες από πολύ μακριά και να τοποθετηθούν στις θέσεις τους και είναι

$$U = -G\frac{m_1 m_2}{r} \qquad (3.57)$$

Εικ.3.10 Το σύστημα Γη-Σελήνη

Η δυναμική ενέργεια συστήματος τριών υλικών σημείων (σχ. 3.50) υπολογίζεται με τρόπο ίδιο με αυτόν που ακολουθήσαμε στην παράγραφο 3-5. Η δυναμική ενέργεια του συστήματος είναι :

$$U = -G\frac{m_1 m_2}{\gamma} - G\frac{m_1 m_3}{\beta} - G\frac{m_2 m_3}{\alpha}$$



Σχ. 3.50 Σύστημα τριών υλικών σημείων.

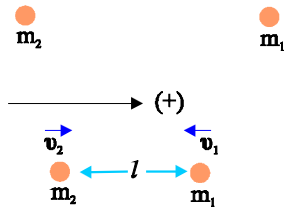
Παρατηρήσεις

1. Μια σφαιρική ομογενής μάζα M συμπεριφέρεται εξωτερικά σαν όλη η μάζα της να είναι συγκεντρωμένη στο κέντρο. Επομένως οι παραπάνω σχέσεις ισχύουν πανομοιότυπα και για την περιγραφή του βαρυτικού πεδίου ομογενούς σφαιρικού σώματος μάζας M ακτίνας R, υπό την προϋπόθεση ότι εξετάζουμε το πεδίο στο χώρο έξω από τη μάζα του σώματος ($r \geq R$). Εδώ τις αποστάσεις τις μετράμε από το κέντρο του σφαιρικού σώματος.

2. Το αρνητικό πρόσημο στη σχέση (3.57) υποδηλώνει ότι για να κάνουμε άπειρη την απόσταση δυο μαζών που βρίσκονται αρχικά σε απόσταση r πρέπει να προσφέρουμε ενέργεια στο σύστημα.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3.13

Δυο σφαιρικές μάζες m_1 και m_2 ηρεμούν σε άπειρη απόσταση μεταξύ τους. Εξαιτίας της βαρυτικής δύναμης που ασκεί η μια στην άλλη αρχίζουν να κινούνται πλησιάζοντας μεταξύ τους. Αν κατά τη διάρκεια της κίνησής τους δεν ασκείται σε αυτές άλλη δύναμη, να βρείτε τις ταχύτητες των μαζών τη στιγμή που βρίσκονται σε απόσταση l μεταξύ τους. Δίνεται το G.



Σχ. 3.51

Απάντηση :

Εφόσον οι μάζες δε δέχονται άλλες δυνάμεις εκτός από τη μεταξύ τους ελκτική δύναμη, το σύστημά τους είναι απομονωμένο και η ορμή του διατηρείται.
Αν θεωρήσουμε ως αρχική θέση τη θέση όπου οι μάζες ηρεμούν και ως τελική αυτή όπου οι μάζες απέχουν μεταξύ τους απόσταση l θα ισχύει :

$$\mathbf{P}_{\alpha\rho\chi} = \mathbf{P}_{\tau\varepsilon\lambda}$$

Θεωρώντας θετική την κατεύθυνση προς τα δεξιά, η παραπάνω σχέση γράφεται

$$0 = m_2\upsilon_2 - m_1\upsilon_1$$

Λύνοντας ως προς υ_1 έχουμε

$$\upsilon_1 = \upsilon_2 \frac{m_2}{m_1} \qquad (3.58)$$

Το πεδίο βαρύτητας είναι διατηρητικό, δηλαδή η μηχανική ενέργεια του συστήματος διατηρείται σταθερή

$$U_{\alpha\rho\chi} + K_{\alpha\rho\chi} = U_{\tau\varepsilon\lambda} + K_{\tau\varepsilon\lambda}$$

οπότε

$$0 = -G\frac{m_1 m_2}{l} + \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2$$

αντικαθιστώντας τη υ_1 από την (3.58) βρίσκουμε

$$0 = -G\frac{m_1 m_2}{l} + \frac{1}{2}\frac{m_2^2}{m_1}\upsilon_2^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2$$

Από τη σχέση αυτή προκύπτει

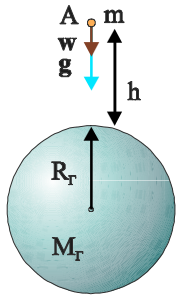
$$\upsilon_2 = m_1\sqrt{\frac{2G}{l(m_1+m_2)}}$$

και από την (3.58) βρίσκουμε

$$\upsilon_1 = m_2\sqrt{\frac{2G}{l(m_1+m_2)}}$$

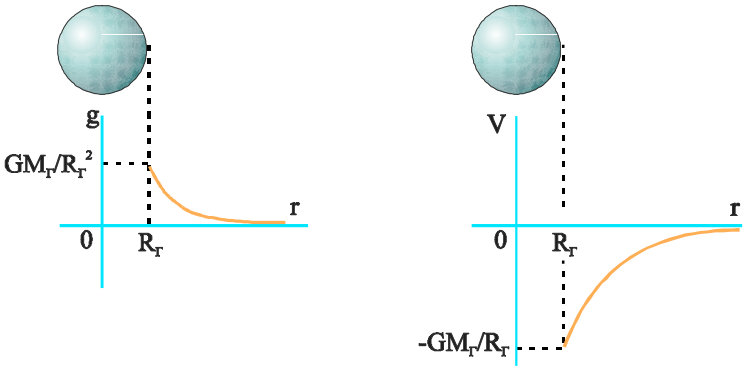
3-13 ΤΟ ΒΑΡΥΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ ΤΗΣ ΓΗΣ

Με ικανοποιητική προσέγγιση, μπορούμε να θεωρήσουμε τη Γη σαν μια ομογενή σφαίρα ακτίνας $R_\Gamma = 6{,}38 \times 10^6\, m$ και μάζας $M_\Gamma = 5{,}98 \times 10^{24}\, kg$. Το βαρυτικό πεδίο της Γης σε ένα σημείο Α, στο εξωτερικό της θα περιγράφεται από τις σχέσεις (3.55) και (3.56) του πεδίου που δημιουργεί μια σημειακή μάζα. Επειδή συνήθως η θέση ενός σημείου στο πεδίο βαρύτητας της Γης προσδιορίζεται από το ύψος στο οποίο βρίσκεται το σημείο, είναι σκόπιμο στις σχέσεις αυτές να αντικαταστήσουμε την απόσταση r από το κέντρο της Γης με το άθροισμα $R_\Gamma + h$ όπου h το ύψος του σημείου που μας ενδιαφέρει από την επιφάνεια της Γης. Έτσι οι σχέσεις που δίνουν την ένταση και το δυναμικό στο πεδίο βαρύτητας της Γης -πάντα αναφερόμαστε στον εξωτερικό της χώρο- είναι



Σχ. 3.52 Το σημείο Α βρίσκεται σε ύψος h, πάνω από την επιφάνεια της Γης.

$$g = G\frac{M_\Gamma}{(R_\Gamma + h)^2} \quad (3.59) \quad \text{και} \quad V = -G\frac{M_\Gamma}{R_\Gamma + h} \quad (3.60)$$



Σχ. 3.53 Γραφικές παραστάσεις του μέτρου της έντασης και του δυναμικού σε συνάρτηση με την απόσταση από το κέντρο της Γης, για σημεία που βρίσκονται έξω από αυτή.

Παρατήρηση

Εάν στη σχέση της έντασης (3.59) θέσουμε h = 0 προκύπτει η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης

$$g_o = G\frac{M_\Gamma}{R_\Gamma^2}$$

Με αντικατάσταση των τιμών των μεγεθών βρίσκουμε $g_0 = 9{,}8\, m/s^2$.

Εικ.3.11 Αστροναύτες στην επιφάνεια της Σελήνης. Παρά τον βαρύ εξοπλισμό τους (180 kg), μπορούν να κάνουν εντυπωσιακά άλματα. Στην επιφάνεια της Σελήνης η ένταση του βαρυτικού πεδίου είναι έξι φορές μικρότερη από αυτή στην επιφάνεια της Γης.

3-14 ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΔΙΑΦΥΓΗΣ –ΜΑΥΡΕΣ ΤΡΥΠΕΣ

Εικ.3.12 Το διαστημόπλοιο Pioneer εγκαταλείπει το βαρυτικό πεδίο της Γης. Εκτοξεύθηκε το 1973 και τώρα βρίσκεται έξω από τα όρια του ηλιακού μας συστήματος.

Με ποια ταχύτητα πρέπει να εκτοξευθεί ένα αντικείμενο μάζας m, από την επιφάνεια της Γης ώστε να διαφύγει οριστικά από το πεδίο βαρύτητας της Γης;

Για να απλουστεύσουμε το πρόβλημα θα θεωρήσουμε ότι η Γη δεν κινείται, θα αγνοήσουμε τις βαρυτικές επιδράσεις από τα άλλα ουράνια σώματα και θα αγνοήσουμε την αντίσταση του ατμοσφαιρικού αέρα.

Εφόσον το βαρυτικό πεδίο είναι διατηρητικό η μηχανική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων (Γη και σώμα) διατηρείται. Επομένως κατά την κίνηση του σώματος μεταξύ δύο θέσεων θα ισχύει

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \qquad (3.61)$$

Εφαρμόζουμε τη σχέση αυτή για ένα σημείο πάνω στην επιφάνεια της Γης και για το άπειρο (εκεί όπου δεν υπάρχει πλέον βαρυτική επίδραση και η δυναμική ενέργεια του συστήματος σώμα – Γη είναι μηδέν $U_2 = 0$). Η ελάχιστη τιμή της ταχύτητας με την οποία πρέπει να εκτοξεύσουμε το σώμα είναι εκείνη για την οποία το σώμα θα φτάνει στο άπειρο με μηδενική ταχύτητα, άρα $K_2=0$

Από την (3.61) έχουμε

$$K_1 + U_1 = 0 + 0 \qquad \text{οπότε} \qquad \frac{1}{2} m \upsilon_\delta^2 + \left(-G \frac{M_\Gamma m}{R_\Gamma} \right) = 0$$

Λύνοντας ως προς υ_δ βρίσκουμε

$$\upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2GM_\Gamma}{R_\Gamma}} = 11{,}2\, km/s = 40\,320\, km/h$$

Την ταχύτητα υ_δ την ονομάζουμε **ταχύτητα διαφυγής** από την επιφάνεια της Γης.

Εάν το σημείο εκτόξευσης βρίσκεται σε ύψος h από την επιφάνεια της Γης με τον ίδιο τρόπο προκύπτει ότι η ταχύτητα διαφυγής δίνεται από τη σχέση

$$\upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2GM_\Gamma}{R_\Gamma + h}}$$

Ακολουθώντας την ίδια διαδικασία μπορούμε να βρούμε την ταχύτητα διαφυγής από την επιφάνεια άλλων ουράνιων σωμάτων.Έτσι για παράδειγμα για τη Σελήνη βρίσκουμε 2,37 km/s, για τον Άρη 4,97 km/s, για το Δία 59,1 km/s και για τον Ήλιο 618 km/s.

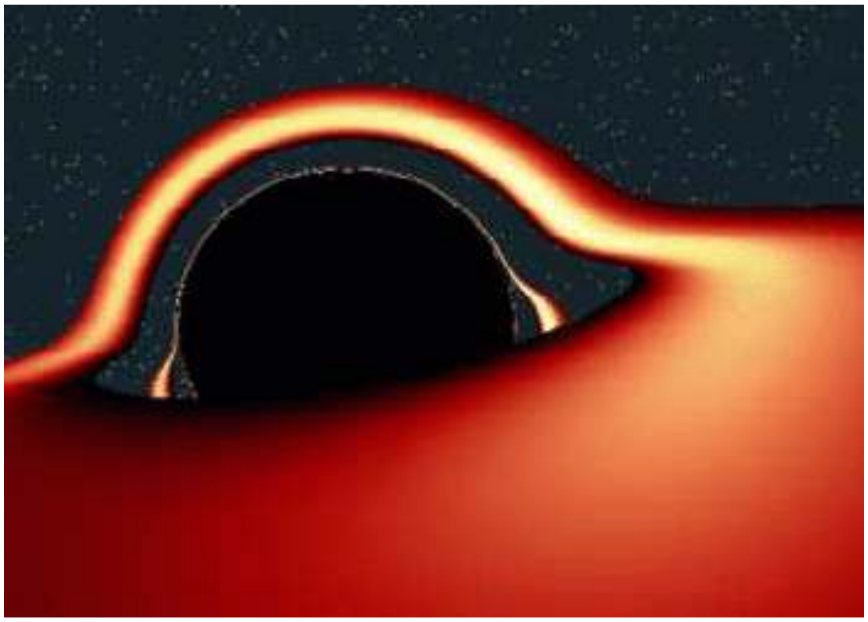
Ας δούμε τώρα το πρόβλημα της ταχύτητας διαφυγής με άλλο τρόπο. Αντί να ψάξουμε να βρούμε με ποια ταχύτητα πρέπει να εκτοξευθεί ένα σώμα από την επιφάνεια ενός ουράνιου σώματος μάζας M και ακτίνας R ώστε να διαφύγει από τη βαρυτική του έλξη θα βρούμε τι ακτίνα πρέπει να έχει ένα ουράνιο σώμα μάζας M ώστε να μην επιτρέπει σε τίποτα να διαφύγει από την επιφάνειά του.

Η μεγαλύτερη ταχύτητα στη φύση είναι η ταχύτητα του φωτός $c = 3 \times 10^8 \ m/s$.

Αν στη σχέση $\upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$ που δίνει την ταχύτητα διαφυγής θέσουμε όπου $\upsilon_\delta = c$ και λύσουμε ως προς R βρίσκουμε $R_S = \frac{2GM}{c^2}$. Η ακτίνα αυτή είναι γνωστή ως **ακτίνα Schwarzschild**. Ένα ουράνιο σώμα μάζας M με ακτίνα μικρότερη από αυτή την ακτίνα δεν επιτρέπει σε τίποτε, ούτε καν στο φως, να διαφύγει από το πεδίο βαρύτητάς του. Ένα τέτοιο σώμα δεν είναι άμεσα παρατηρήσιμο κάνει όμως αντιληπτή την παρουσία του από τις ισχυρότατες βαρυτικές έλξεις που ασκεί στον περίγυρό του. Τέτοια σώματα στη σύγχρονη φυσική χαρακτηρίζονται **μαύρες τρύπες**.

Οι συνθήκες που επικρατούν στην περιοχή μιας μαύρης τρύπας και οι ταχύτητες διαφυγής για τις οποίες μιλάμε είναι πολύ μακριά από αυτό που ο καθένας μας αντιλαμβάνεται σαν πραγματικότητα και δεν περιγράφονται από τους νόμους της νευτώνειας μηχανικής. Η σχέση που δίνει την ακτίνα Schwarzschild παράγεται λαμβάνοντας υπόψη τις διορθώσεις που επέφερε η θεωρία της σχετικότητας στην κλασική μηχανική. Το γεγονός όμως ότι συμπίπτει με τη σχέση που βρήκαμε για την ταχύτητα διαφυγής χρησιμοποιώντας το νόμο διατήρησης της μηχανικής ενέργειας μάς επιτρέπει μια πρώτη προσέγγιση στο φαινόμενο.

Για να αποκτήσουμε ένα μέτρο της πυκνότητας στην οποία βρίσκεται η ύλη σε μια μαύρη τρύπα αναφέρουμε ότι για να περιπέσει σε κατάσταση μαύρης τρύπας ο Ήλιος πρέπει να συμπιεσθεί σε μια σφαίρα ακτίνας $3\,km$, από $6{,}96 \times 10^5 \ km$ που είναι σήμερα. Όσο για τη Γη θα έπρεπε να συμπιεσθεί σε μια σφαίρα ακτίνας $9\,mm$. Δηλαδή όλη η μάζα της θα έπρεπε να συγκεντρωθεί σ΄ ένα μπαλάκι μεγέθους ίσου με αυτό του πινγκ πονγκ.



Εικ. 3.13 Προσομοίωση μαύρης τρύπας σε υπολογιστή. Η ύλη έλκεται από μια μαύρη τρύπα σχηματίζοντας γύρω της ένα περιστρεφόμενο δίσκο. Τα άτομα των αερίων που σχηματίζουν το δίσκο επιταχυνόμενα αποκτούν τόση ενέργεια ώστε μετατρέπονται σε ισχυρότατες πηγές ακτίνων X. Σε περιοχές του σύμπαντος όπου ανιχνεύουμε ασυνήθιστα μεγάλης έντασης εκπομπή ακτινοβολίας X υποπτευόμαστε την ύπαρξη μιας μαύρης τρύπας.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3.14

Από το σημείο Α του πεδίου βαρύτητας της Γης, που βρίσκεται σε ύψος $h=R_\Gamma$ από την επιφάνεια της Γης (R_Γ η ακτίνα της Γης), βάλλεται προς το Διάστημα ένα σώμα με ταχύτητα $\upsilon_o=16\times10^3$ m/s. Να εξετάσετε αν το σώμα θα διαφύγει από τη βαρυτική έλξη της Γης. Αν θα διαφύγει να βρείτε την ταχύτητά του όταν φτάσει σε πολύ μεγάλη απόσταση από τη Γη. Δίνονται: η ακτίνα της Γης $R_\Gamma=6400$ km και η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνειά της $g_o=10$ m/s^2.

Απάντηση : α) Η ταχύτητα διαφυγής, σε ύψος h, δίνεται από τη σχέση $\upsilon_\delta=\sqrt{\dfrac{2GM_\Gamma}{R_\Gamma+h}}$.

Αν στη θέση του *h* βάλουμε την ακτίνα της Γης

έχουμε
$$\upsilon_\delta=\sqrt{\frac{2GM_\Gamma}{2R_\Gamma}}=\sqrt{\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma}} \qquad (3.62)$$

Η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης είναι
$$g_o=\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma^2} \quad \text{οπότε} \quad GM_\Gamma=g_oR_\Gamma^2 \qquad (3.63)$$

Αντικαθιστώντας την (3.63) στην (3.62) έχουμε $\upsilon_\delta=\sqrt{g_oR_\Gamma}=8\times10^3\,m/s$

Επειδή $\upsilon_o>\upsilon_\delta$ το σώμα θα διαφύγει.

β) Έστω υ η ταχύτητα με την οποία το σώμα φτάνει στο άπειρο. Για τον υπολογισμό της θα εφαρμόσουμε το θεώρημα έργου – ενέργειας κατά την κίνηση του σώματος από το σημείο Α μέχρι το άπειρο.
$$W=K_\infty-K_A \quad \text{οπότε} \quad (V_A-V_\infty)m=\frac{1}{2}m\upsilon^2-\frac{1}{2}m\upsilon_o^2 \qquad (3.64)$$

Είναι $V_\infty=0$ και $V_A=-\dfrac{GM_\Gamma}{2R_\Gamma}$ που λόγω της (3.63) γίνεται $V_A=-\dfrac{g_0R_\Gamma}{2}$

Αντικαθιστώντας στην (3.64) έχουμε
$$-g_oR_\Gamma=\upsilon^2-\upsilon_0^2 \quad \text{επομένως} \quad \upsilon=\sqrt{\upsilon_o^2-g_oR_\Gamma}=8\sqrt{3}\times10^3\,m/s$$

3-15 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΗΛΕΚΤΡΟΣΤΑΤΙΚΟΥ ΚΑΙ ΒΑΡΥΤΙΚΟΥ ΠΕΔΙΟΥ

Η μαθηματική ομοιότητα ανάμεσα στο νόμο του Coulomb και το νόμο της παγκόσμιας έλξης (και οι δύο δυνάμεις είναι αντίστροφα ανάλογες με το τετράγωνο της απόστασης), καθώς και το γεγονός ότι και οι δυο είναι διατηρητικές και κεντρικές, οδηγεί σε σκέψεις ότι υπάρχουν και περαιτέρω αναλογίες ανάμεσα στα δύο πεδία.

Στην πραγματικότητα όμως πρόκειται για δύο πεδία στα οποία οι διαφορές είναι περισσότερες από τις ομοιότητες.

Ενδεικτικά αναφέρουμε κάποιες διαφορές.

- Υπάρχουν δύο ειδών ηλεκτρικά φορτία ενώ υπάρχει ένα είδος μάζας.
- Οι ηλεκτροστατικές δυνάμεις είναι είτε απωστικές είτε ελκτικές ενώ οι βαρυτικές μόνο ελκτικές.
- Οι ηλεκτροστατικές δυνάμεις εξαρτώνται από το είδος του υλικού που υπάρχει ανάμεσα στα φορτία, ενώ οι βαρυτικές δυνάμεις δεν εξαρτώνται από το υλικό που υπάρχει ανάμεσα στις μάζες.

ΣΥΝΟΨΗ

Πεδίο ονομάζεται ο χώρος εκείνος στον οποίο αν βρεθεί το κατάλληλο κάθε φορά υπόθεμα δέχεται δύναμη.

Ένταση σ' ένα σημείο Α ενός ηλεκτροστατικού πεδίου είναι το σταθερό πηλίκο της δύναμης που ασκείται από το πεδίο σ' ένα φορτίο q που θα βρεθεί στο σημείο Α προς το φορτίο αυτό.

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q}$$

Η φορά της έντασης του ηλεκτροστατικού πεδίου συμπίπτει με τη φορά της δύναμης που ασκείται σε θετικά φορτία. Το μέτρο της **έντασης πεδίου σημειακού φορτίου** q είναι $E = K_C \frac{|Q|}{r^2}$

Η ηλεκτρική ροή Φ_E που διέρχεται από μια επίπεδη επιφάνεια, εμβαδού Α, η οποία βρίσκεται μέσα σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης Ε, είναι $\Phi_E = EA\sigma\upsilon\nu\theta$, όπου θ η γωνία που σχηματίζει το κάθετο στην επιφάνεια διάνυσμα **Α** με τη διεύθυνση των δυναμικών γραμμών. Η ηλεκτρική ροή μετριέται σε μονάδες N m^2/C.

Η ηλεκτρική ροή που διέρχεται από μια κλειστή επιφάνεια ισούται με το πηλίκο του ολικού φορτίου που περικλείει η επιφάνεια, προς τη σταθερά ε_o. **(νόμος του Gauss)**

$$\Phi_E = \frac{Q_{\varepsilon\gamma\kappa}}{\varepsilon_o}$$

Δυναμικό του ηλεκτρικού πεδίου σε ένα του σημείο Α (συμβολίζεται V_A), ονομάζεται το σταθερό πηλίκο, του έργου της δύναμης του πεδίου που ασκείται σε φορτίο q κατά τη μετακίνηση του φορτίου q από το σημείο Α στο άπειρο, προς το φορτίο που μετακινείται.

$$V_A = \frac{W_{A\to\infty}}{q}$$

Το δυναμικό είναι μονόμετρο μέγεθος και στο σύστημα SI έχει μονάδα το 1V=1 J/C.

Η διαφορά δυναμικού, V_A-V_B, ανάμεσα σε δύο σημεία Α και Β του ηλεκτρικού πεδίου είναι ίση με το πηλίκο του έργου που παράγει ή καταναλώνει η δύναμη του πεδίου κατά τη μετακίνηση ενός φορτίου από το σημείο Α στο σημείο Β, προς το φορτίο q.

$$V_A - V_B = \frac{W_{A\to B}}{q}$$

Το δυναμικό ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργείται από ένα σημειακό φορτίο Q σε ένα σημείο του που απέχει από το Q απόσταση r, έχει τιμή

$$V = K_C \frac{Q}{r}$$

Ένας **ηλεκτροστατικά φορτισμένος αγωγός** έχει παντού το ίδιο δυναμικό.

Η δυναμική ενέργεια συστήματος δύο σημειακών φορτίων q_1 και q_2 που απέχουν μεταξύ τους απόσταση r είναι $U = K_C \frac{q_1 q_2}{r}$

Η ένταση στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο είναι ίση με το πηλίκο της διαφοράς δυναμικού δύο οποιωνδήποτε σημείων του ηλεκτρικού πεδίου προς την μεταξύ τους απόσταση x, μετρημένης κατά μήκος μιας δυναμικής γραμμής.

$$E = \frac{V}{x}$$

Πυκνωτής ονομάζεται το σύστημα δύο γειτονικών αγωγών (οπλισμοί) που χωρίζονται μεταξύ τους με κάποιο μονωτικό υλικό. Οι αγωγοί φορτίζονται με φορτία. +Q και –Q.
Χωρητικότητα C ενός πυκνωτή ονομάζεται το σταθερό πηλίκο του φορτίου του προς την τάση του .

$$C = \frac{Q}{V}$$

Μονάδα χωρητικότητας είναι το Farad (F). 1F=1 C/V.
Η χωρητικότητα ενός επίπεδου πυκνωτή είναι ανάλογη με την επιφάνεια A των οπλισμών και αντίστροφα ανάλογη με την απόσταση d μεταξύ των οπλισμών $C = \varepsilon_o \frac{A}{d}$

Η χωρητικότητα ενός πυκνωτή εξαρτάται από τα γεωμετρικά στοιχεία της διάταξης (δηλαδή από το μέγεθος, το σχήμα, τις σχετικές θέσεις των δύο αγωγών) και από το είδος του μονωτικού υλικού (ονομάζεται και διηλεκτρικό) ανάμεσα στους οπλισμούς του.

Η ενέργεια που έχει αποθηκευμένη ένας φορτισμένος πυκνωτής είναι

$$U = \frac{1}{2} C V^2$$

Η μέγιστη ένταση ηλεκτρικού πεδίου στην οποία αντέχει ένας μονωτής ονομάζεται **διηλεκτρική αντοχή**.
Ένας μονωτής (διηλεκτρικό) μεταξύ των οπλισμών ενός πυκνωτή απομονώνει τους οπλισμούς, έχει μεγαλύτερη διηλεκτρική αντοχή από τον αέρα, αυξάνει τη χωρητικότητα του πυκνωτή.

Ονομάζουμε **διηλεκτρική σταθερά K ενός υλικού,** το λόγο της χωρητικότητας του πυκνωτή με το διηλεκτρικό προς τη χωρητικότητα του πυκνωτή χωρίς το διηλεκτρικό.

$$K = \frac{C}{C_o}$$

Η βαρυτική έλξη ανάμεσα σε δύο σώματα με πολύ μικρές διαστάσεις (σημειακές μάζες) που έχουν μάζες m_1 και m_2 και βρίσκονται σε απόσταση r μεταξύ τους, έχει μέτρο ίσο με

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

όπου G η σταθερά παγκοσμίου έλξεως, $G = 6{,}673 \times 10^{-11}\ N \cdot m^2 / kg^2$. Η δύναμη αυτή είναι διατηρητική και κεντρική.

Πεδίο βαρύτητας ονομάζεται ο χώρος εκείνος στον οποίο αν βρεθεί κάποια μάζα θα δεχτεί δύναμη.
Ένταση (g) του πεδίου βαρύτητας σε ένα του σημείο ονομάζουμε το σταθερό πηλίκο της δύναμης (F) που θα δεχτεί μια μάζα (m) αν βρεθεί σε εκείνο το σημείο, προς τη μάζα αυτή

$$\boldsymbol{g} = \frac{\boldsymbol{F}}{m}$$

Μονάδα της έντασης του βαρυτικού πεδίου είναι το 1N/kg ή $1 m/s^2$.

Δυναμικό (V) του πεδίου βαρύτητας σε ένα του σημείο A, ονομάζεται το σταθερό πηλίκο του έργου της δύναμης του πεδίου κατά τη μετακίνηση μάζας m από το σημείο A στο άπειρο, προς τη μάζα αυτή.

$$V_A = \frac{W_{A \to \infty}}{m}$$

Μονάδα δυναμικού του βαρυτικού πεδίου είναι το 1J/kg

Διαφορά δυναμικού μεταξύ δύο σημείων A και B του πεδίου βαρύτητας ονομάζεται το πηλίκο του έργου της δύναμης του πεδίου κατά τη μετακίνηση μιας μάζας m από το σημείο A στο σημείο B, προς τη μάζα αυτή. $V_A - V_B = \frac{W_{A \to B}}{m}$

Η ένταση σε ένα σημείο Α βαρυτικού πεδίου που δημιουργείται από μια σημειακή μάζα Μ είναι

$$g_A = G\frac{M}{r^2}$$

Το δυναμικό βαρυτικού πεδίου σημειακής μάζας Μ σε σημείο Α που απέχει απόσταση r από αυτήν είναι

$$V_A = -G\frac{M}{r}$$

Η δυναμική ενέργεια συστήματος δύο σημειακών μαζών m_1, m_2, που απέχουν μεταξύ τους απόσταση r είναι

$$U = -G\frac{m_1 m_2}{r}$$

Ταχύτητα διαφυγής από το βαρυτικό πεδίο της Γης είναι η ελάχιστη ταχύτητα με την οποία πρέπει να εκτοξευθεί ένα σώμα από σημείο που βρίσκεται σε ύψος h από την επιφάνεια της Γης, για να διαφύγει από το βαρυτικό της πεδίο.

$$\upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2GM_\Gamma}{R_\Gamma + h}}$$

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ

1. Το φαινόμενο της παλίρροιας

Αποτέλεσμα των βαρυτικών έλξεων της Σελήνης και του Ήλιου, σε μερικές περιοχές το φαινόμενο της παλίρροιας μπορεί να είναι θεαματικό, όπως συμβαίνει στον κόλπο του Fundy, που δείχνει η φωτογραφία. Αναζητήστε, με τη βοήθεια του καθηγητή σας σχετική βιβλιογραφία για το φαινόμενο.
Το θέμα προσφέρεται για μια σύντομη εργασία.

Εικ. 3.14 Το φαινόμενο της άμπωτης και της πλημμυρίδας στον κόλπο του Fundy στον Καναδά.

Ηλεκτρική ροή - Νόμος του Gauss

3.1 Η ηλεκτρική ροή που περνάει από μια κλειστή επιφάνεια εξαρτάται:

α) Μόνο από το φορτίο που περικλείει η επιφάνεια.

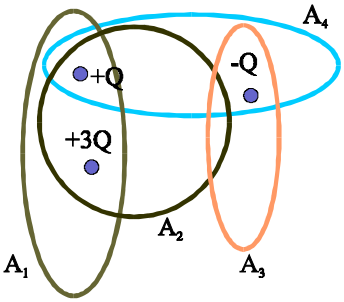
β) Από το φορτίο που περικλείει η επιφάνεια και από το σχήμα της.

γ) Από το συνολικό φορτίο που δημιουργεί το πεδίο, δηλαδή από φορτία που βρίσκονται εντός ή εκτός της επιφάνειας.

δ) Από το συνολικό φορτίο που υπάρχει μέσα και έξω από την επιφάνεια και από το σχήμα της.

Επιλέξτε τη σωστή απάντηση.

3.2 Σε μια κλειστή επιφάνεια εισέρχονται περισσότερες δυναμικές γραμμές από όσες εξέρχονται. Τι συμπεραίνετε για το είδος του φορτίου που περικλείει η επιφάνεια;



Σχ. 3.54

3.3 Στο σχήμα 3.54 απεικονίζονται τέσσερις κλειστές επιφάνειες A_1, A_2, A_3, A_4 καθώς και τα φορτία +Q, -Q και +3Q. Αν Φ_1, Φ_2, Φ_3 και Φ_4 είναι η ηλεκτρική ροή που διέρχεται από την αντίστοιχη επιφάνεια. Αντιστοιχίστε στα στοιχεία της πρώτης στήλης στοιχεία της δεύτερης.

	$-Q/\varepsilon_o$
Φ_1	$2Q/\varepsilon_o$
Φ_2	$3Q/\varepsilon_o$
Φ_3	0
Φ_4	$4Q/\varepsilon_o$
	-Q

3.4 Στο εσωτερικό μιας σφαίρας υπάρχουν τα φορτία +Q και -Q. Ποιες από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστές;

α) Η ηλεκτρική ροή που διέρχεται από τη σφαίρα είναι μηδέν.

β) Την επιφάνεια της σφαίρας δεν τη διαπερνούν δυναμικές γραμμές.

γ) Το μέτρο της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου στην επιφάνεια της σφαίρας είναι μηδέν.

δ) Ο αριθμός των δυναμικών γραμμών που εισέρχονται στη σφαίρα είναι ίσος με τον αριθμό των δυναμικών γραμμών που εξέρχονται από αυτήν .

3.5 Ένα σημειακό φορτίο βρίσκεται στο κέντρο σφαιρικής επιφάνειας. Η ηλεκτρική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια μεταβάλλεται όταν:

α) το φορτίο μετακινηθεί από το κέντρο αλλά παραμένει μέσα στην σφαίρα.

β) το φορτίο μετακινηθεί έξω από τη σφαίρα.

γ) τοποθετηθεί δεύτερο φορτίο κοντά, αλλά έξω από τη σφαίρα.

Επιλέξτε τη σωστή απάντηση.

3.6 Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν και αφορούν στο φορτίο και το ηλεκτρικό πεδίο φορτισμένου σφαιρικού αγωγού είναι σωστές;

α) Το φορτίο του αγωγού κατανέμεται ομοιόμορφα σε όλο το χώρο που καταλαμβάνει.

β) Στο εσωτερικό του ο αγωγός δεν είναι φορτισμένος.

γ) Το πεδίο έξω από τον αγωγό είναι όμοιο με το πεδίο που δημιουργεί ένα σημειακό φορτίο.

δ) Στο εσωτερικό του αγωγού, το μέτρο της έντασης είναι αντίστροφα ανάλογο της απόστασης από το κέντρο του σφαιρικού αγωγού.

3.7 Να παρασταθεί γραφικά το μέτρο της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργεί σφαιρικός φορτισμένος αγωγός ακτίνας R, σε συνάρτηση με την απόσταση x από το κέντρο του αγωγού, για $x < R$ και $x > R$.

Δυναμικό του ηλεκτρικού πεδίου – ενέργεια συστήματος σημειακών φορτίων

3.8 Φορτίο q, μετακινείται μέσα σε ηλεκτρικό πεδίο, από το σημείο Α στο σημείο Β. Το έργο της δύναμης του πεδίου:

α) Είναι μικρότερο αν το φορτίο ακολουθήσει την πιο σύντομη διαδρομή.

β) Είναι ίδιο σε όλες της δυνατές διαδρομές.

γ) Εξαρτάται από την ταχύτητα με την οποία μετακινείται το φορτίο.

δ) Εξαρτάται από το πόσο χρόνο διαρκεί η μετακίνηση.

Επιλέξτε τη σωστή απάντηση.

3.9 Συμπληρώστε τα κενά.

Εάν μετακινηθεί ένα σημειακό φορτίο q από σημείο Α σε σημείο Β, μέσα σε ηλεκτρικό πεδίο, το έργο της δύναμης του πεδίου είναι ίσο με το γινόμενο …. ……. …… των δύο σημείων επί το φορτίο q που μετακινείται. Το έργο αυτό είναι ανεξάρτητο …….. που ακολουθεί το φορτίο κατά τη μετακίνησή του από το Α στο Β. Τέτοια πεδία, όπως το ηλεκτρικό, που το έργο τους εξαρτάται μόνο από την αρχική και τελική θέση του σώματος που μετακινείται ονομάζονται ……

3.10 Το ηλεκτρονιοβόλτ (eV) είναι

α) Το φορτίο του ηλεκτρονίου;

β) Μονάδα δυναμικού;

γ) Μονάδα έντασης ηλεκτρικού πεδίου;

δ) Μονάδα έργου ή ενέργειας;

3.11 Το δυναμικό του ηλεκτρικού πεδίου σε ένα σημείο που απέχει απόσταση r από το σημειακό φορτίο στο οποίο οφείλεται το πεδίο είναι -200V. Ένα άλλο σημείο που απέχει απόσταση 2r από το σημειακό φορτίο έχει δυναμικό α) -100V; β) -50V; γ) -200V; δ) -400V;

Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

3.12 Δύο σημειακά φορτία +Q και –Q είναι τοποθετημένα στα σημεία Α και Β ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ. Ποια από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστή;

α) Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στο μέσο Μ του τμήματος ΑΒ είναι μηδέν.

β) Το δυναμικό του ηλεκτρικού πεδίου στο μέσο Μ του τμήματος ΑΒ είναι μηδέν.

γ) Η δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων είναι μηδέν.
δ) Η δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων είναι θετική.

3.13 Διατρέχοντας μια δυναμική γραμμή κατά τη φορά της έντασης, τα δυναμικά
α) Αυξάνονται.
β) Ελαττώνονται.
γ) Έχουν την ίδια τιμή.
δ) Τίποτα από τα παραπάνω.
Επιλέξτε τη σωστή απάντηση.

3.14 Ένα αρνητικό φορτίο, αφήνεται μέσα σε ηλεκτρικό πεδίο. Το φορτίο θα κινηθεί:
α) Προς τα εκεί που τα δυναμικά αυξάνονται.
β) Προς τα εκεί που τα δυναμικά μειώνονται.
γ) Προς την κατεύθυνση που το δυναμικό έχει την ίδια τιμή.
δ) Η κατεύθυνση στην οποία θα κινηθεί δεν έχει να κάνει με το δυναμικό.
Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

3.15 Δικαιολογήστε την πρόταση: «Το δυναμικό ενός ηλεκτροστατικά φορτισμένου αγωγού είναι ίδιο σε όλα του τα σημεία ».

3.16 Να παρασταθεί γραφικά το δυναμικό σφαιρικού αγωγού ακτίνας R, φορτισμένου με θετικό φορτίο Q, σε συνάρτηση με την απόσταση x από το κέντρο του, για $x < R$ και $x > R$.

Ομογενές ηλεκτρικό πεδίο

3.17 Η διαφορά δυναμικού μεταξύ δύο σημείων Α και Β, που βρίσκονται πάνω στην ίδια δυναμική γραμμή μέσα σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο
α) δεν εξαρτάται από την απόσταση των σημείων Α και Β.
β) είναι ανάλογη με την απόστασή τους.
γ) είναι ανάλογη με το τετράγωνο της απόστασής τους.
δ) είναι αντίστροφα ανάλογη με την απόστασή τους.
Επιλέξτε τη σωστή απάντηση.

3.18 Ένα ηλεκτρόνιο εκτοξεύεται με ταχύτητα υ_o παράλληλα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου, στην κατεύθυνση των δυναμικών γραμμών. Η κίνηση που θα κάνει είναι:
α) Ευθύγραμμη ομαλή.
β) Ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.
γ) Ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη.
Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

3.19 Ένα ηλεκτρόνιο εκτοξεύεται με ταχύτητα υ_o κάθετα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου. Η κίνηση που θα κάνει
α) είναι ευθύγραμμη ομαλή.
β) είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.
γ) έχει σταθερή επιτάχυνση.
δ) είναι κυκλική.
Ποια πρόταση είναι σωστή;

3.20 Η επιτάχυνση που αποκτάει φορτισμένο σωματίδιο μέσα σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο

α) Μένει σταθερή.

β) Έχει σταθερό μέτρο αλλά η κατεύθυνση της εξαρτάται από την κατεύθυνση της αρχικής ταχύτητας του σωματιδίου.

γ) Είναι ανάλογη με τη μάζα του μάζας του.

δ) Είναι αντίστροφα ανάλογη με το φορτίο του.

ε) Είναι ανάλογη με την ένταση του πεδίου.

Επιλέξτε τις σωστές προτάσεις.

3.21 Πρωτόνια και πυρήνες He (He: ήλιον, ατομικός αριθμός 2, μαζικός αριθμός 4) βάλλονται με την ίδια ταχύτητα κάθετα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργείται από ζεύγος φορτισμένων πλακιδίων. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;

α) Ο χρόνος κίνησης όλων των σωματιδίων μέσα στο πεδίο είναι ίδιος.

β) Η δύναμη που δέχονται οι πυρήνες ηλίου είναι μεγαλύτερη από τη δύναμη που δέχονται τα πρωτόνια

γ) Τα πρωτόνια αποκτούν μεγαλύτερη επιτάχυνση από τους πυρήνες ηλίου.

δ) Οι πυρήνες του ηλίου υφίστανται τη μεγαλύτερη εκτροπή.

3.22 Δέσμη ηλεκτρονίων, με την ίδια ταχύτητα, εισέρχεται κάθετα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργείται από ζεύγος φορτισμένων πλακιδίων. Αν αυξηθεί η τάση ανάμεσα στα φορτισμένα πλακίδια που δημιουργούν το πεδίο:

1) Ο χρόνος εξόδου των ηλεκτρονίων από το πεδίο:
α) αυξάνεται; β) μειώνεται; γ) παραμένει ίδιος;

2) Η εκτροπή που υφίσταται η δέσμη από το πεδίο:
α) αυξάνεται; β) μειώνεται; γ) παραμένει ίδια;

Επιλέξτε τις σωστές απαντήσεις.

3.23 Με ποιο τρόπο παράγονται και επιταχύνονται τα ηλεκτρόνια στον καθοδικό σωλήνα; Σε τι χρησιμεύουν τα πλακίδια απόκλισης στον καθοδικό σωλήνα; Γιατί είναι απαραίτητο στο εσωτερικό του να υπάρχει κενό αέρα;

Πυκνωτής και διηλεκτρικά

3.24 Η χωρητικότητα ενός πυκνωτή εξαρτάται:

α) από το υλικό των οπλισμών του.

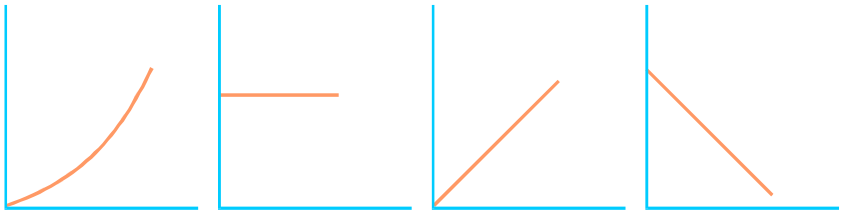
β) από την τάση των οπλισμών του.

γ) από το φορτίο του.

δ) από τα γεωμετρικά του χαρακτηριστικά.

Ποια πρόταση είναι σωστή;

3.25 Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα παριστάνει 1) τη χωρητικότητα του πυκνωτή σε συνάρτηση με τη τάση του; 2) το φορτίο του πυκνωτή σε συνάρτηση με την τάση του; 3) την ενέργεια του πυκνωτή συναρτήσει της τάσης του;



(α) (β) (γ) (δ)

3.26 Φορτισμένος πυκνωτής έχει ενέργεια 0,2J. Αν διπλασιάσουμε την τάση στους οπλισμούς του η ενέργειά του:

α) θα παραμείνει ίδια.
β) θα γίνει 0,4J.
γ) θα γίνει 0,8J.
δ) θα γίνει 1,6J.

Επιλέξτε τη σωστή απάντηση.

3.27 Επίπεδος πυκνωτής χωρητικότητας C φορτίζεται και στη συνέχεια αποσυνδέεται από την πηγή που τον φόρτισε. Αν μετά την αποσύνδεση του από την πηγή διπλασιάσουμε την απόσταση των οπλισμών του, τι θα συμβεί με

1) τη χωρητικότητα του;
2) το φορτίο του;
3) την τάση του;

Σε κάθε περίπτωση δώστε μία από τις τρεις απαντήσεις:

α) αυξάνεται β) μειώνεται γ) δεν μεταβάλλεται.

3.28 Πυκνωτής χωρητικότητας C_o φορτίζεται σε πηγή τάσης V και αποκτά φορτίο q. Αν, χωρίς να αποσυνδέσουμε τον πυκνωτή από την τάση που τον φόρτισε, βάλουμε ανάμεσα στους οπλισμούς του διηλεκτρικό σταθεράς K, τι θα συμβεί με

1) τη χωρητικότητα του;
2) το φορτίο του;
3) την τάση του;

Σε κάθε περίπτωση δώστε μία από τις απαντήσεις:

α) δεν μεταβάλλεται β) αυξάνεται K φορές γ) μειώνεται K φορές.

3.29 Ένας φορτισμένος πυκνωτής έχει αποσυνδεθεί από την πηγή που τον φόρτισε. Γεμίζουμε το χώρο ανάμεσα στους οπλισμούς του με διηλεκτρικό. Ποιο από τα παρακάτω μεγέθη μειώνεται;

α) Η χωρητικότητα.
β) Το φορτίο του.
γ) Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου ανάμεσα στους οπλισμούς.
δ) Η τάση των οπλισμών.
ε) Κανένα από τα παραπάνω.

3.30 Εξηγήστε γιατί αυξάνεται η χωρητικότητα ενός πυκνωτή όταν μεταξύ των οπλισμών του τοποθετηθεί διηλεκτρικό.

3.31 Συμπληρώστε τα κενά:

Αν ένας μονωτής τοποθετηθεί μέσα σε ηλεκτρικό πεδίο πολύ μεγάλης έντασης είναι πιθανό να καταστραφούν οι μονωτικές του ιδιότητες και να γίνει αγωγός. Η χαρακτηριστική τιμή της έντασης στην οποία

αντέχει ένας μονωτής ονομάζεται ……. …….. και μετριέται σε …….

3.32 Για ποιους λόγους χρησιμοποιούνται τα διηλεκτρικά στους πυκνωτές;

3.33 Ποιο φαινόμενο ονομάζεται πόλωση του διηλεκτρικού;

3.34 Να αντιστοιχίσετε τα μεγέθη της πρώτης στήλης στις μονάδες της δεύτερης.

1. Ένταση	Α) F
2. Δυναμικό	Β) V/m
3. Ενέργεια	Γ) eV
4. Διηλεκτρική αντοχή	Δ) V
5. Χωρητικότητα	

Πεδίο βαρύτητας της Γης

3.35 Συμπληρώστε τις προτάσεις:
Ένταση του πεδίου βαρύτητας, σε ένα σημείο του, ονομάζεται το σταθερό πηλίκο …….. …….., που θα ασκηθεί σε μια μάζα m αν βρεθεί στο σημείο αυτό, προς τη μάζα. Η ένταση είναι …… μέγεθος και έχει την ίδια κατεύθυνση με τη δύναμη. Μονάδα έντασης του πεδίου βαρύτητας είναι το ……..

3.36 Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;

α) Η ένταση του πεδίου βαρύτητας σε ένα του σημείο έχει πάντα την κατεύθυνση της δύναμης που θα ασκηθεί σε μια μάζα αν βρεθεί σε εκείνο το σημείο.

β) Σε κάθε σημείο του πεδίου βαρύτητας η ένταση ταυτίζεται με την επιτάχυνση της βαρύτητας.

γ) Το πεδίο βαρύτητας της Γης είναι ομογενές.

δ) Το πεδίο βαρύτητας της Γης είναι ακτινικό και η έντασή του έχει κατεύθυνση προς το κέντρο της.

ε) Η ένταση του πεδίου βαρύτητας της Γης μειώνεται αντίστροφα ανάλογα με την απόσταση από το κέντρο της Γης.

3.37 Συμπληρώστε τις προτάσεις:
Όταν μια μάζα κινείται στο πεδίο βαρύτητας το έργο της δύναμης του πεδίου είναι ανεξάρτητο της διαδρομής που ακολουθεί το σώμα, εξαρτάται μόνο από ……. …… …….. θέση του σώματος. Το πεδίο βαρύτητας, όπως και το ηλεκτρικό πεδίο, είναι πεδίο ……... Την ιδιότητα αυτή του πεδίου βαρύτητας την εκμεταλλευόμαστε για να ορίσουμε το μέγεθος δυναμικό. Ονομάζουμε δυναμικό του πεδίου βαρύτητας της Γης σε ένα σημείο του το σταθερό πηλίκο …… της δύναμης του πεδίου κατά τη μετακίνηση μιας μάζας m από το σημείο αυτό στο άπειρο προς ……

3.38 Σώμα που βρίσκεται στο Διάστημα, μακριά από τη Γη, κατευθύνεται προς αυτή. Η Γη θεωρείται ακίνητη και χωρίς ατμόσφαιρα και το σώμα, μέχρι να φτάσει στην επιφάνεια της Γης, κινείται ευθύγραμμα.

Τι είδους κίνηση θα κάνει, από τη στιγμή που θα μπει στο πεδίο βαρύτητας της Γης μέχρι να φτάσει στην επιφάνειά της;

α) Ευθύγραμμη ομαλή;

β) Ομαλά επιταχυνόμενη;

γ) Επιταχυνόμενη με επιτάχυνση που διαρκώς αυξάνεται;

δ) Επιταχυνόμενη με επιτάχυνση που διαρκώς μικραίνει;

Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

3.39 Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;

α) Το δυναμικό του πεδίου βαρύτητας της Γης αυξάνεται όταν απομακρυνόμαστε από τη Γη.

β) Αν μια μάζα αφεθεί ελεύθερη στο πεδίο βαρύτητας κινείται προς σημεία όπου τα δυναμικά αυξάνονται.

γ) Για να μεγαλώσουμε την απόσταση δύο μαζών απαιτείται ενέργεια.

δ) Η δυναμική ενέργεια συστήματος σημειακών μαζών είναι πάντα αρνητική.

3.40 Η ταχύτητα διαφυγής:

α) Είναι ίδια για όλα τα σώματα που εκτοξεύονται από το ίδιο ύψος.

β) Είναι ανάλογη της μάζας του σώματος που εκτοξεύεται.

γ) Είναι αντίστροφα ανάλογη με τη μάζα του σώματος που εκτοξεύεται.

δ) Εξαρτάται από την κατεύθυνση στην οποία ρίχνεται το σώμα (δηλαδή, από το εάν ρίχνεται κατακόρυφα ή πλάγια).

ε) Είναι μικρότερη σε μεγαλύτερα ύψη.

Ποιες προτάσεις είναι ορθές;

3.41 Να γραφούν οι σχέσεις που δίνουν την ένταση, το δυναμικό και την ταχύτητα διαφυγής, σε ύψος h από την επιφάνεια της Γης, σε συνάρτηση με την ακτίνα της ($R_Γ$), την ένταση του πεδίου στην επιφάνειά της (g_o) και το ύψος h από την επιφάνεια της Γης.

3.42 Η Γη περιστρέφεται σε ελλειπτική τροχιά γύρω από τον Ήλιο. Η μηχανική ενέργειά της διατηρείται ή όχι κατά την περιστροφή της; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Ηλεκτρική ροή - νόμος του Gauss

3.43 Ένας δίσκος ακτίνας r = 0,2m βρίσκεται μέσα σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης E=500N/C. Υπολογίστε την ηλεκτρική ροή που διέρχεται από το δίσκο, αν:

α) Είναι τοποθετημένος με το επίπεδό του κάθετο στις δυναμικές γραμμές του πεδίου.

β) Το επίπεδό του είναι παράλληλο στις δυναμικές γραμμές.

γ) Η κάθετη στο επίπεδό του σχηματίζει με τις δυναμικές γραμμές του πεδίου γωνία 60°.

[Απ: α) 62,8 Nm^2/C, β) 0, γ) 31,4 Nm^2/C]

3.44 Μια κλειστή επιφάνεια περικλείει φορτίο 10μC. Ποια είναι η ηλεκτρική ροή που περνάει από την επιφάνεια;

Δίνεται : $\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}$ $C^2/(Nm^2)$.

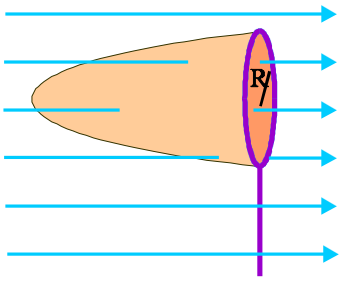
[Απ: $1{,}13 \times 10^6$ Nm^2/C]

3.45 Η ηλεκτρική ροή που διέρχεται από μια κλειστή επιφάνεια είναι $\Phi = 2Nm^2/C$. Υπολογίστε το φορτίο που περικλείει η επιφάνεια.

Δίνεται : $\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}$ $C^2/(Nm^2)$.

[Απ: $17{,}7 \times 10^{-12}$ C]

3.46 Μια απόχη είναι τοποθετημένη μέσα σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης Ε με τρόπο ώστε η κυκλική στεφάνη της να είναι κάθετη στις δυναμικές γραμμές του (σχ. 3.55). Υπολογίστε την ηλεκτρική ροή που διέρχεται από τη επιφάνεια που ορίζει το δίχτυ της απόχης. Δίνονται η ένταση Ε του πεδίου και η ακτίνα R της κυκλικής στεφάνης της απόχης.
[Απ : $-E\pi R^2$]



Σχ. 3.55

3.47 Όπως γνωρίζετε, στην ατμόσφαιρα υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο. Τις ημέρες με καλοκαιρία το πεδίο είναι ασθενές. Αν μια τέτοια μέρα το πεδίο, κοντά στην επιφάνεια της Γης, έχει μέτρο E=100N/C, κατεύθυνση κατακόρυφη προς τα κάτω, και υποθέσουμε ότι είναι παντού (σε όλη την επιφάνεια της Γης) το ίδιο, υπολογίστε το φορτίο που φέρει η Γη. Δίνεται η ακτίνα της Γης $R_Γ = 6400$ km και η σταθερά $\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}$ $C^2/(Nm^2)$.

[Απ: -455.295 C]

3.48 Ένας λεπτός σφαιρικός φλοιός ακτίνας R=20cm φέρει ηλεκτρικό φορτίο Q=24μC, ομοιόμορφα κατανεμημένο στην επιφάνειά του. Να υπολογιστεί η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου σε σημεία που απέχουν από το κέντρο του

α) $r_1 = 40$ cm, και

β) $r_2 = 10$ cm.

Δίνεται : $\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}$ $C^2/(Nm^2)$.

[Απ: α) $1{,}35 \times 10^6$ N/C β) μηδέν]

3.49 Μια σφαίρα ακτίνας R=1m, από μονωτικό υλικό, φέρει φορτίο Q=12μC, ομοιόμορφα κατανεμημένο σε ολόκληρο τον όγκο της. Πόση είναι η ηλεκτρική ροή που διέρχεται από μια σφαιρική επιφάνεια, ομόκεντρη με τη φορτισμένη σφαίρα, ακτίνας
α) 20 cm β) 60 cm γ) 80 cm δ) 1,2m ε) 2m;

Ο όγκος σφαίρας ακτίνας r υπολογίζεται από τη σχέση $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.

Δίνεται : $\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}$ $C^2/(Nm^2)$.

[Απ : α) $10{,}8 \times 10^3$ Nm^2/C β) $29{,}2 \times 10^4$ Nm^2/C γ) $69{,}4 \times 10^4$ Nm^2/C
δ) 135×10^4 Nm^2/C, ε) 135×10^4 Nm^2/C]

3.50 Ένα σύρμα πολύ μεγάλου μήκους έχει φορτίο 4μC ανά μέτρο μήκους του. Υπολογίστε την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργεί το σύρμα σε απόσταση α) 10 cm και β) 20 cm από το σύρμα.

Δίνεται : $\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}$ $C^2/(Nm^2)$.

[Απ : 720×10^3 N/C , 360×10^3 N/C]

Δυναμικό του ηλεκτρικού πεδίου - ενέργεια συστήματος φορτίων.

3.51 Σημειακό φορτίο $Q = 2\times10^{-7}$ C δημιουργεί πεδίο που σε ένα σημείο του Α έχει δυναμικό V=300V. Να υπολογιστεί η απόσταση του σημείου Α από το φορτίο. Δίνεται η σταθερά $K_c = 9\times10^9$ N m^2 /C^2.
[Απ : 6m]

3.52 Σημειακό φορτίο $q = 2\times10^{-8}$ C βρίσκεται τοποθετημένο στο ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ, μήκους 3m σε απόσταση 2m από το Α (μεταξύ των Α και Β). Υπολογίστε τη διαφορά δυναμικού V_A-V_B. Δίνεται η σταθερά $K_c = 9\times10^9$ N m^2 /C^2. [Απ : -90V]

3.53 Το πεδίο που δημιουργεί ένα σημειακό φορτίο Q σε ένα σημείο Α έχει ένταση Ε=60 N/C και δυναμικό V=180 V. Να υπολογίσετε το φορτίο και την απόσταση του σημείου Α από το σημειακό φορτίο Q. Δίνεται η σταθερά $K_c = 9\times10^9$ N m^2 /C^2. [Απ : 6×10^{-8} C, 3m]

3.54 Σημειακό φορτίο $Q = 2\times10^{-6}$ C, βρίσκεται στο σημείο Α. Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης του ηλεκτρικού πεδίου κατά τη μετακίνηση φορτίου q=10^{-8}C από ένα σημείο Β, το οποίο απέχει r_1=(ΑΒ)=1cm από το φορτίο Q, σε σημείο Γ, το οποίο απέχει r_2=(ΑΓ)=4cm από το Q. Δίνεται: $K_c = 9\times10^9$ N m^2 /C^2.
[Απ : $13{,}5\times10^{-3}$ J]

3.55 Στις κορυφές Β και Γ, ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ, με $\hat{A}$ =90°, βρίσκονται τα φορτία Q_1=4×10^{-8} C και Q_2=5×10^{-8} C. Αν ΑΒ=3cm και ΑΓ=4cm, να υπολογιστούν:
α) Τα δυναμικά στα σημεία Α και Μ, όπου Μ το μέσον της ΒΓ.
β) Το έργο που παράγεται από το ηλεκτρικό πεδίο κατά τη μετακίνηση φορτίου 2×10^{-10} C από το σημείο Α στο Μ.
Δίνεται : $K_c = 9\times10^9$ N m^2 /C^2.
[Απ : 23250V, 32400V, -183×10^{-8} J]

3.56 Σε κάθε κορυφή ενός ισόπλευρου τριγώνου ΑΒΓ, πλευράς α=30cm, βρίσκεται φορτίο q=2μC. Να υπολογιστεί η ενέργεια του συστήματος των τριών φορτίων. Δίνεται: $K_c = 9\times10^9$ N m^2 /C^2.
[Απ : 36×10^{-2} J]

3.57 Ακίνητο σημειακό φορτίο Q=100μC, βρίσκεται στο σημείο Α. Μικρή σφαίρα με μάζα m=10g και φορτίο q=20nC βρίσκεται στο σημείο Β, στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο με το Α και σε απόσταση r_1=30 cm από αυτό. Αν η σφαίρα που βρίσκεται στο σημείο Β αφεθεί ελεύθερη, λόγω της απωστικής δύναμης που δέχεται, κινείται χωρίς τριβές. Να υπολογίσετε την ταχύτητά της:
α) Όταν βρίσκεται σε απόσταση r_2=60cm από το Α.
β) Όταν βρίσκεται σε πολύ μεγάλη απόσταση από το σημείο Α.
Δίνεται : $K_c = 9\times10^9$ N m^2 /C^2 .
[Απ : α) $\sqrt{6}$ m/s, β) $2\sqrt{3}$ m/s]

Ομογενές ηλεκτρικό πεδίο.

3.58 Σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, κατά μήκος μιας δυναμικής γραμμής, βρίσκονται, διαδοχικά, τα σημεία Α, Β και Γ. Εάν V_A-V_B=5V και οι αποστάσεις μεταξύ των σημείων είναι ΑΒ= x και ΒΓ= x, ποια είναι η διαφορά δυναμικού ανάμεσα στα σημεία Α-Γ και Β-Γ;
[Απ :10V, 5V]

3.59 Ο αέρας είναι μονωτής, αλλά για ηλεκτρικό πεδίο έντασης μεγαλύτερης από 3×10^6 V/m γίνεται αγωγός (δημιουργείται ηλεκτρικός σπινθήρας). Η απόσταση μεταξύ των ηλεκτροδίων σε ένα μπουζί είναι περίπου 0,5mm. Πόση είναι η ελάχιστη διαφορά δυναμικού που πρέπει να εφαρμοστεί στα ηλεκτρόδια, ώστε να παραχθεί ηλεκτρικός σπινθήρας; Θεωρήστε το πεδίο που δημιουργείται ανάμεσα στα ηλεκτρόδια ομογενές.
[Απ : 1500 V]

3.60 Στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο που υπάρχει ανάμεσα σε δυο οριζόντιες πλάκες με φορτία +Q και –Q, αιωρείται (ισορροπεί) σωματίδιο μάζας m=10^{-3}kg και φορτίου $q=5\times10^{-7}$C. Αν οι δύο πλάκες απέχουν μεταξύ τους απόσταση l=2cm, να υπολογιστεί η διαφορά δυναμικού που παρουσιάζουν. Δίνεται g=10m/s^2.
[Απ : 400V]

3.61 Ανάμεσα σε δύο παράλληλες κατακόρυφες μεταλλικές πλάκες, που είναι φορτισμένες με φορτία +Q και -Q, ισορροπεί μια μικρή φορτισμένη σφαίρα εκκρεμούς, σε θέση τέτοια ώστε το νήμα του να σχηματίζει γωνία 6° με την κατακόρυφο. Οι δύο παράλληλες μεταλλικές πλάκες απέχουν απόσταση d=10cm και παρουσιάζουν διαφορά δυναμικού V=200V. Η σφαίρα του εκκρεμούς έχει μάζα m=2mg. Να υπολογιστεί το φορτίο της σφαίρας. Δίνονται g=10m/s^2, εφ6^o=0,1.
[Απ : 10^{-9} C]

3.62 Ηλεκτρόνιο βάλλεται με ταχύτητα $\upsilon_o=2\times10^4$m/s παράλληλα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου έντασης E=91V/m.

α) Να υπολογιστεί η δύναμη που δέχεται το ηλεκτρόνιο και η επιτάχυνση που θα αποκτήσει.

β) Να γραφούν οι σχέσεις που περιγράφουν την κίνησή του μέσα στο πεδίο. Εξετάστε τις περιπτώσεις στις οποίες η ταχύτητα του ηλεκτρονίου είναι Ι) ομόρροπη και ΙΙ) αντίρροπη προς τις δυναμικές γραμμές.

Δίνονται η μάζα του ηλεκτρονίου $m_e=9{,}1\times10^{-31}Kg$ και το στοιχειώδες φορτίο $e=1{,}6\times10^{-19}C$.

[Απ : $1{,}456\times10^{-17}\ N,\ 16\times10^{12}\ m/s^2$]

3.63 Ηλεκτρόνιο βάλλεται με ταχύτητα υ_0 ομόρροπη με τις δυναμικές γραμμές ομογενούς ηλεκτροστατικού πεδίου έντασης **E**. Να βρεθεί σε πόσο χρόνο θα μηδενιστεί στιγμιαία η ταχύτητά του, σε πόσο χρόνο θα επιστρέψει στην αρχική του θέση και τι ταχύτητα θα έχει τότε. Σχολιάστε το αποτέλεσμα. Δίνονται η μάζα του ηλεκτρονίου m_e και το στοιχειώδες φορτίο e.
[Απ : $m\upsilon_0$/E.e, 2 $m\upsilon_0$/E.e , -υ_0]

3.64 Δέσμη ηλεκτρονίων εισέρχεται κάθετα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου που σχηματίζουν δύο παράλληλες φορτισμένες πλάκες. Αν η ταχύτητα των ηλεκτρονίων της δέσμης είναι υ_o να βρεθεί η απόκλιση που θα υποστεί η δέσμη από το πεδίο καθώς και η ταχύτητα με την οποία εξέρχονται τα ηλεκτρόνια από το πεδίο. Δίνονται η ταχύτητα υ_o, το μήκος *l* των φορτισμένων πλακών, η ένταση Ε του πεδίου, η μάζα του ηλεκτρονίου m_e και το στοιχειώδες φορτίο e.

[Απ : $y = \dfrac{Eel^2}{2m_e\upsilon_0^2}$, $\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + \dfrac{E^2e^2l^2}{m_e^2\upsilon_0^2}}$, $\varepsilon\phi\varphi = \dfrac{Eel}{m_e\upsilon_0^2}$]

Χωρητικότητα - ενέργεια φορτισμένου πυκνωτή

3.65 Πυκνωτής χωρητικότητας 6pF, φορτίζεται σε διαφορά δυναμικού 12V. Να υπολογιστεί το φορτίο του.
[Απ: 72pC]

3.66 Οι οπλισμοί επίπεδου πυκνωτή έχουν σχήμα δίσκου ακτίνας 4cm και απέχουν μεταξύ τους 1mm. Τι φορτίο θα αποκτήσει ο πυκνωτής όταν συνδεθεί σε τάση V=10V; Δίνεται : $\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}$ C^2 / (N m^2).
[Απ : 444,6 pC]

3.67 Οι οπλισμοί ενός επίπεδου πυκνωτή έχουν εμβαδόν A=72cm^2 και απέχουν μεταξύ τους d=1,2mm. Στον πυκνωτή εφαρμόζεται τάση V=12V. Υπολογίστε:
α) Την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου μεταξύ των οπλισμών του.
β) Τη χωρητικότητά του.
γ) Το φορτίο του.
Δίνεται : $\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}$ C^2 / (N m^2).
[Απ : 10^4 V/m, 53,1 pF, 637,2 pC]

3.68 Επίπεδος πυκνωτής με χωρητικότητα C=10μF συνδέεται με πηγή που τον φορτίζει σε τάση V=100V. Χωρίς να απομακρυνθεί ο πυκνωτής από την πηγή διπλασιάζουμε την απόσταση των οπλισμών του. Να υπολογιστούν :
α) Η νέα χωρητικότητα του πυκνωτή.
β) Το φορτίο του πυκνωτή πριν και μετά την απομάκρυνση των οπλισμών του.
[Απ : 5μF, 1000μC, 500μC]

3.69 Πυκνωτής χωρητικότητας C=20μF φορτίζεται σε τάση V=500V. Πόση ενέργεια μπορεί να δώσει ο πυκνωτής αν εκφορτιστεί;.
[Απ : 2,5 J]

3.70 Πυκνωτής χωρητικότητας C_1=20μF φορτίζεται σε τάση V_1=80V. Ο πυκνωτής αποσυνδέεται από την πηγή που τον φόρτισε και συνδέεται με αφόρτιστο πυκνωτή χωρητικότητας C_2=5μF. Να υπολογιστούν :
α) Η τάση που θα αποκτήσουν οι δύο πυκνωτές μετά τη σύνδεσή τους.
β) Το φορτίο κάθε πυκνωτή μετά τη σύνδεση.
γ) Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια που θα χαθεί με τη σύνδεση των δύο πυκνωτών.
[Απ : α) 64V, β) 1280μC, 320μC γ) 12,8 × 10^{-3} J]

Διηλεκτρικά

3.71 Ανάμεσα στους οπλισμούς πυκνωτή χωρητικότητας C=12μF τοποθετείται διηλεκτρικό με διηλεκτρική σταθερά 5. Να υπολογιστεί η νέα χωρητικότητα του πυκνωτή.
[Απ : 60μF]

3.72 Ένας πυκνωτής, χωρίς διηλεκτρικό, φορτίζεται σε τάση 240V. Στη συνέχεια αποσυνδέεται από την πηγή και ανάμεσα στους οπλισμούς του εισάγεται γυαλί, έτσι ώστε να γεμίσει όλος ο χώρος. Παρατηρούμε ότι η τάση του πυκνωτή μειώνεται σε 40V. Να υπολογιστεί η διηλεκτρική σταθερά του γυαλιού.
[Απ : 6]

3.73 Πυκνωτής χωρητικότητας C=5μF, χωρίς διηλεκτρικό, συνδέεται με πηγή τάσης V=10V. Διατηρώντας τον πυκνωτή συνδεμένο με την πηγή, γεμίζουμε το χώρο ανάμεσα στους οπλισμούς του με χαρτί. Παρατηρούμε ότι το φορτίο του αυξάνεται κατά ΔQ=150μC. Να υπολογίσετε τη διηλεκτρική σταθερά του χαρτιού.
[Απ : 4]

3.74 Θέλουμε να κατασκευάσουμε επίπεδο πυκνωτή με χωρητικότητα C=44nF και τάση λειτουργίας V=2000V. Ως διηλεκτρικό θα χρησιμοποιήσουμε βακελίτη, που έχει διηλεκτρική αντοχή $E = 24 \times 10^6$ V/m και διηλεκτρική σταθερά K=5. Υπολογίστε το ελάχιστο εμβαδόν των οπλισμών του.
Δίνεται : $\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}$ C^2 / (N m^2).
[Απ : 0,083m^2]

3.75 Οι οπλισμοί ενός επίπεδου πυκνωτή έχουν εμβαδόν A=3cm^2. Ανάμεσα στους οπλισμούς του υπάρχει χαρτί, διηλεκτρικής σταθεράς K=4. Να υπολογιστεί το μέγιστο φορτίο που μπορεί να φέρει ο πυκνωτής. Δίνονται : $\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}$ C^2 / (N m^2) και η διηλεκτρική αντοχή του χαρτιού $E = 16 \times 10^6$ V/m.
[Απ : 169,9 nC]

Πεδίο βαρύτητας

3.76 Να υπολογιστεί η ένταση και το δυναμικό του πεδίου βαρύτητας της Γης σε ένα σημείο που βρίσκεται σε ύψος h=$R_Γ$ από τη επιφάνειά της. Δίνονται η ακτίνα της Γης $R_Γ$ = 6400 km και η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης g_o=10 m/s^2.
[Απ : 2,5 m/s^2 , -32× 10^6 J/kg]

3.77 Σώμα μάζας m εκτοξεύεται από την επιφάνεια της Γης κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα $υ_0$=10^3 m/s. Υπολογίστε πόσο ψηλά θα φτάσει το σώμα. Δίνεται η ακτίνα της Γης $R_Γ$ = 6400 km και η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης g_o=10m/s^2.
Η αντίσταση του αέρα δε λαμβάνεται υπόψη.
[Απ : 50 km]

3.78 Η μάζα της Γης είναι 81 φορές μεγαλύτερη από τη μάζα της Σελήνης και ο λόγος των ακτίνων τους είναι 11/3.

α) Αν η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης είναι g_0=10N/kg να υπολογιστεί η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Σελήνης.

β) Ένα σώμα έχει στην επιφάνεια της Γης βάρος 700 N. Ποιο θα είναι το βάρος του στην επιφάνεια της Σελήνης;

[Απ : 1,66 N/kg , 116,2 N]

3.79 Από διαστημική εξέδρα που βρίσκεται σε ύψος h από την επιφάνεια της Γης θέλουμε να εκτοξεύσουμε διαστημόπλοιο ώστε να εγκαταλείψει το πεδίο βαρύτητας της Γης. Να βρεθεί η ελάχιστη ταχύτητα που πρέπει να δώσουμε στο διαστημόπλοιο. Αγνοήστε τις επιδράσεις των άλλων ουράνιων σωμάτων πλην της Γης . Δίνονται η ακτίνα της Γης $R_Γ$ και η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνειά της g_0.

[Απ : $\upsilon_\delta = \sqrt{\dfrac{2g_0 R_Γ^2}{R_Γ + h}}$]

3.80 Να βρείτε την ταχύτητα διαφυγής ενός σώματος από την επιφάνεια πλανήτη με μάζα m=$M_Γ$/8 και πυκνότητα ίση με αυτή της Γης. Η ταχύτητα διαφυγής από τη Γη είναι υ=11,2 km/s. Η Γη και ο πλανήτης να θεωρηθούν ομογενείς ακίνητες σφαίρες. Ο όγκος μιας σφαίρας δίνεται από τη σχέση $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. [Απ : 5,6 km/s]

3.81 Η ταχύτητα με την οποία φτάνει ένας μετεωρίτης στη Γη μπορεί να εκτιμηθεί από το μέγεθος του κρατήρα που θα ανοίξει κατά την πρόσκρουσή του στην επιφάνεια της Γης. Από το μέγεθος ενός τέτοιου κρατήρα εκτιμάμε ότι ένας μετεωρίτης έφτασε στην επιφάνεια της Γης με ταχύτητα υ=65.000km/h. Υπολογίστε την ταχύτητα που είχε ο μετεωρίτης όταν έμπαινε στα όρια της βαρυτικής επίδρασης της Γης. Θεωρήστε τις τριβές που αναπτύσσονται κατά την κίνηση του μετεωρίτη στην ατμόσφαιρα της Γης αμελητέες και αγνοήστε την επίδραση των άλλων ουράνιων σωμάτων, πλην της Γης, στην κίνησή του. Δίνονται $R_Γ$=6400 km, και g_0=10 m/s^2.

[Απ : $14 \times 10^3\ m/s$]

3.82 Δύο μικρές σφαίρες με μάζες m_1 = m και m_2 = 2m βρίσκονται σε απόσταση *l* μεταξύ τους και έξω από οποιοδήποτε πεδίο βαρύτητας. Να βρεθεί το σημείο του χώρου στο οποίο η ένταση του βαρυτικού πεδίου που δημιουργούν οι σφαίρες είναι μηδέν και στη συνέχεια να υπολογισθεί γι'αυτό το σημείο το δυναμικό του βαρυτικού πεδίου. Δίνεται η σταθερά παγκόσμιας έλξης G.

[Απ : $x = l\left(\sqrt{2} - 1\right)$ από την m_1, $-\dfrac{Gm}{l}\left(2\sqrt{2} + 3\right)$]

3.83 Στις κορυφές Α,Β, Γ ενός τριγώνου με πλευρές α, β, γ βρίσκονται οι σφαιρικές μάζες m_1, m_2, και m_3. Να υπολογιστεί η ενέργεια που απαιτείται για να τις απομακρύνουμε σε άπειρη απόσταση μεταξύ τους. Δίνεται η σταθερά G.

[Απ : $G\dfrac{m_1 m_2}{\gamma} + G\dfrac{m_1 m_3}{\beta} + G\dfrac{m_2 m_3}{\alpha}$]

3.84 Μια σφαίρα ακτίνας R από μονωτικό υλικό φέρει φορτίο, ομοιόμορφα κατανεμημένο σε ολόκληρο τον όγκο της. Το φορτίο ανά μονάδα όγκου είναι ρ. Βρείτε τη σχέση που δίνει την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου της σφαίρας τόσο στο εσωτερικό της όσο και στο εξωτερικό της. Παραστήστε γραφικά το μέτρο της έντασης σε συνάρτηση με την απόσταση r από το κέντρο της σφαίρας.

Ο όγκος σφαίρας ακτίνας r είναι $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

[Απ: για $r \prec R \quad E = \frac{\rho r}{3\varepsilon_o}$, για $r \geq R \quad E = \frac{R^3 \rho}{3\varepsilon_o r^2}$]

3.85 Ένας κύλινδρος, πολύ μεγάλου μήκους, έχει ακτίνα R και είναι ομοιόμορφα φορτισμένος σε όλο του τον όγκο. Το φορτίο του ανά μονάδα όγκου είναι ρ. Βρείτε την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στο εσωτερικό και στο εξωτερικό του κυλίνδρου. Παραστήστε γραφικά το μέτρο της έντασης σε συνάρτηση με την απόσταση από τον άξονα του κυλίνδρου.

[Απ : για $r \prec R \quad E = \frac{\rho \cdot r}{2\varepsilon_o}$, για $r \geq R \quad E = \frac{R^2 \rho}{2\varepsilon_o r}$]

3.86 Σφαιρικός αγωγός ακτίνας R=10cm είναι φορτισμένος με φορτίο Q=20nC. Βρείτε την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργεί σε σημεία που απέχουν από το κέντρο του r_1=2cm, r_2=8cm και r_3=20cm από το κέντρο του. Δίνεται : $\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}$ $C^2/(Nm^2)$.

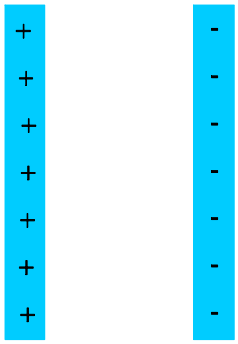
[Απ: α) 0 β) 0 γ) 45×10^2 N/C]

3.87 Ένα μακρύ ευθύγραμμο σύρμα περιβάλλεται από κοίλο μεταλλικό κύλινδρο ο άξονας του οποίου συμπίπτει με το σύρμα. Το σύρμα είναι ομοιόμορφα φορτισμένο με φορτίο +λ ανά μονάδα μήκους. Ο κυλινδρικός αγωγός είναι επίσης φορτισμένος με το φορτίο ομοιόμορφα κατανεμημένο στην επιφάνειά του και με φορτίο -λ ανά μονάδα μήκους. Βρείτε την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στο εσωτερικό και στο εξωτερικό του κυλινδρικού αγωγού.

[Απ : Στο εσωτερικό $E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_o}\frac{\lambda}{r}$, στο εξωτερικό 0]

3.88 Δύο φορτισμένα μονωτικά φύλλα άπειρων διαστάσεων είναι παράλληλα μεταξύ τους, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.56. Το αριστερό φύλλο έχει ανά μονάδα επιφάνειας φορτίο +σ, ενώ το δεξιό έχει ανά μονάδα επιφάνειας φορτίο -σ. Να βρείτε την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου σε σημεία που βρίσκονται α) αριστερά των δύο φύλλων β) ανάμεσα στα δύο φύλλα και γ) δεξιά των δύο φύλλων.

[Απ : α) 0, β) $E = \sigma / \varepsilon_o$ γ) 0]



Σχ. 3.56

3.89 Στο σωλήνα της τηλεόρασης, τα ηλεκτρόνια που εκπέμπονται από τη θερμαινόμενη κάθοδο με αμελητέα ταχύτητα επιταχύνονται, από ένα ομογενές ηλεκτρικό πεδίο και αφού διανύσουν απόσταση *l=1,5cm* με την επίδραση του ηλεκτρικού πεδίου αποκτούν ταχύτητα $\upsilon = 4\times10^{7}$ m/s, με την οποία και συνεχίζουν να κινούνται μέχρι να πέσουν στην οθόνη. Να υπολογιστεί η ένταση του πεδίου. Δίνονται : $e = 1{,}6\times10^{-19}$ C, $m_e = 9\times10^{-31}$ kg.

[Απ : 3×10^{5} N/C]

3.90 Το άτομο του υδρογόνου αποτελείται από ένα πρωτόνιο (πυρήνας) και ένα ηλεκτρόνιο, που περιστρέφεται γύρω από τον πυρήνα. Να υπολογιστούν:

α) Η κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου.
β) Η δυναμική ενέργεια του ατόμου.
γ) Η ολική ενέργεια του ατόμου.
δ) Η ενέργεια που πρέπει να προσφέρουμε στο ηλεκτρόνιο ώστε αυτό να ξεφύγει από την έλξη του πυρήνα (η ενέργεια αυτή ονομάζεται έργο ιονισμού).

Δίνονται: το στοιχειώδες φορτίο e, η ακτίνα περιστροφής του ηλεκτρονίου r και η σταθερά K_C.

[Απ : α) $\frac{1}{2}K_c\frac{e^2}{r}$, β) $-K_c\frac{e^2}{r}$, γ) $-\frac{1}{2}K_c\frac{e^2}{r}$, δ) $\frac{1}{2}K_c\frac{e^2}{r}$]

3.91 Δύο παράλληλες μεταλλικές πλάκες, φορτισμένες με αντίθετα φορτία, δημιουργούν ανάμεσά τους ομογενές ηλεκτρικό πεδίο. Ένα πρωτόνιο βάλλεται από την αρνητική προς τη θετική πλάκα με ταχύτητα $\upsilon_0 = 5\times10^{5}$ m/s, παράλληλα προς τις δυναμικές γραμμές. Ποια πρέπει να είναι η διαφορά δυναμικού ανάμεσα στις δύο πλάκες, ώστε το πρωτόνιο μόλις να φτάσει στη θετική πλάκα;

Δίνονται : το στοιχειώδες φορτίο $e = 1{,}6\times10^{-19}$ C και η μάζα του πρωτονίου $m_p = 1{,}6\times10^{-27}$ kg.

[Απ : 1250V]

3.92 Φορτισμένο σφαιρίδιο μάζας $m = 0{,}5\ g$ και φορτίου $q = -10^{-8}\ C$ βάλλεται κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα $\upsilon_0 = 85\ cm/s$ από το θετικό προς τον αρνητικό οπλισμό πυκνωτή, παράλληλα στις δυναμικές γραμμές του πεδίου του πυκνωτή. Εάν η διαφορά δυναμικού μεταξύ των οπλισμών είναι $V = 4\,kV$ και η μεταξύ τους απόσταση $d = 4\ cm$, να βρεθεί η ελάχιστη απόσταση από τον αρνητικό οπλισμό στην οποία θα φτάσει το σφαιρίδιο. Μπορούμε στο πρόβλημα αυτό να θεωρήσουμε το βάρος του σφαιριδίου αμελητέο; Δίνεται $g = 10\ m/s^2$.

[Απ : 1 cm]

3.93 Λεπτή δέσμη ηλεκτρονίων μπαίνει με ταχύτητα $\upsilon_0 = 2\times10^{7}\ m/s$ στο πεδίο φορτισμένου επίπεδου πυκνωτή παράλληλα με τους οπλισμούς του. Η τάση μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή είναι 80V, η

απόστασή τους είναι $d = 2cm$ και το μήκος τους είναι $l = 12cm$. Να βρεθεί ή απόκλιση της δέσμης κατά την έξοδό της από το πεδίο του καθώς και η διαφορά δυναμικού μεταξύ του σημείου εισόδου και του σημείου εξόδου. Δίνεται το ειδικό φορτίο του ηλεκτρονίου $\frac{e}{m_e} = 1{,}75 \times 10^{11}\ C/kg$.

[Απ : 12,6 mm, 50,4 V]

3.94 Σφαίρα έχει ακτίνα R=10cm και φορτίο $Q = -\frac{1}{3} \times 10^{-9}$ C. Κάποια στιγμή ένα ηλεκτρόνιο ξεφεύγει από την επιφάνειά της με μηδαμινή αρχική ταχύτητα.

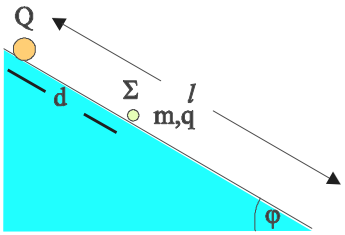
α) Να υπολογιστεί η ταχύτητά του όταν έχει φτάσει σε απόσταση r=30cm από το κέντρο της σφαίρας.

β) Να υπολογιστεί η μέγιστη ταχύτητα που θα αποκτήσει το ηλεκτρόνιο.

Δίνονται: : $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C, $m_e = 9 \times 10^{-31}$ kg , $K_c = 9 \times 10^9$ Nm^2/C^2

[Απ: $2{,}66 \times 10^6$ m/s, $3{,}26 \times 10^6$ m/s]

3.95 Σώμα που έχει φορτίο $Q = 2 \times 10^{-7}$ C είναι στερεωμένο στην κορυφή πλάγιου επιπέδου. Το σωματίδιο Σ έχει μάζα m=1mg και φορτίο $q = 3 \times 10^{-8}$ C. Το σωματίδιο Σ αφήνεται ελεύθερο σε ένα σημείο του πλάγιου επιπέδου που απέχει απόσταση d από το φορτισμένο σώμα. Υπολογίστε την ταχύτητά του τη στιγμή που θα φτάσει στη βάση του πλάγιου επιπέδου. Θεωρήστε ότι η κίνηση του Σ γίνεται χωρίς τριβές. Εφαρμογή για *l=3m, d=1m, φ=30°*.



Σχ. 3.57

Δίνονται : g = 10 m/s^2 και $K_c = 9 \times 10^9$ Nm^2/C^2.

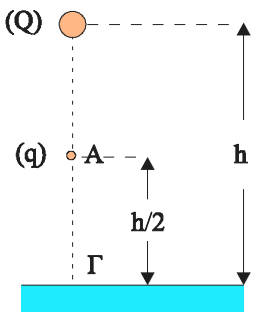
[Απ : 9,6 m/s]

3.96 Σφαιρικός αγωγός με ακτίνα R=10cm και φορτίο $Q = 2 \times 10^{-7}$ C, έχει μια λεπτή οπή, κατά μήκος μιας διαμέτρου. Σε απόσταση d=30cm από το κέντρο της και στην προέκταση της ευθείας που ορίζει η οπή, αφήνεται σημειακό φορτίο, με μάζα $m = 0{,}5 \times 10^{-6}$ kg και φορτίο $q = -4 \times 10^{-9}$ C, το οποίο κινείται προς τη σφαίρα. Το φορτίο μπαίνει στην οπή και διαπερνά τη σφαίρα. Να υπολογιστεί η χρονική διάρκεια της κίνησης του φορτίου μέσα στην οπή. Δίνεται $K_c = 9 \times 10^9$ Nm^2/C^2.

[Απ : 14,4 ms]

3.97 Δυο μικρές φορτισμένες σφαίρες που έχουν ίσα φορτία q και μάζες m και 2m αντίστοιχα, είναι ενωμένες με λεπτό νήμα και ισορροπούν σε λείο οριζόντιο επίπεδο σε απόσταση *l* μεταξύ τους. Κάποια στιγμή το νήμα σπάει και οι σφαίρες αρχίζουν να κινούνται λόγω των απωστικών δυνάμεων που αναπτύσσονται μεταξύ τους. Να υπολογιστεί η ταχύτητα που θα έχει κάθε σφαίρα τη στιγμή που η απόσταση ανάμεσά τους θα έχει γίνει *2l*.

[Απ : $2q\sqrt{\frac{K_c}{6lm}}$, $q\sqrt{\frac{K_c}{6lm}}$]



Σχ. 3.58

3.98 Ένα σημειακό φορτίο $Q=7\times10^{-6}C$ είναι τοποθετημένο σε ύψος h=3,6m από το έδαφος. Από το σημείο Α που βρίσκεται σε ύψος h/2 από το έδαφος αφήνεται μια μικρή σφαίρα μάζας $m=10^{-3}\,kg$, που φτάνει στο έδαφος (στο σημείο Γ) με ταχύτητα υ=8m/s.

α) Είναι φορτισμένη η μικρή σφαίρα ή όχι;

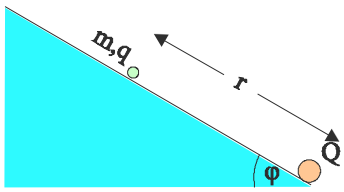
β) Αν αποδειχθεί ότι είναι φορτισμένη να υπολογιστεί το φορτίο της q.

Δίνονται : $K_c=9\times10^9$ Nm^2/C^2, $g = 10\ m/s^2$.

[Απ : $0{,}8\times10^{-6}\ C$]

3.99 Η βάση ενός ισοσκελούς τριγώνου είναι οριζόντια και στις άκρες της βρίσκονται τα φορτία $Q_1=Q_2=5\times10^{-6}C$. Από την κορυφή του τριγώνου που το επίπεδο του είναι κατακόρυφο αφήνεται σωμάτιο με μάζα $m=5mg$ και φορτίο $q=-2\times10^{-10}C$. Να υπολογιστεί η ταχύτητά του τη στιγμή που πέφτοντας διέρχεται από το μέσο της βάσης ΒΓ. Δίνονται: Μήκος βάσης $l=60cm$, ύψος τριγώνου $h=40cm$, $g=10m/s^2$, $K_c=9\times10^9\,Nm^2/C^2$.

[Απ : $4{,}2\,m/s$]



Σχ. 3.59

3.100 Στη βάση του πλάγιου επιπέδου του σχήματος βρίσκεται στερεωμένο το φορτίο $Q=4\times10^{-6}C$. Σε απόσταση $r=40cm$ από το Q αφήνουμε ένα φορτισμένο σώμα με μάζα $m=4\times10^{-4}kg$ και φορτίο $q=2\times10^{-8}C$ (σχ. 3.59). Αν η κίνηση του σωματιδίου γίνεται χωρίς τριβές, να υπολογιστεί:

α) Η μέγιστη απόσταση από το Q στην οποία θα φτάσει το σωματίδιο.

β) Η μέγιστη ταχύτητα που θα αποκτήσει όταν απομακρύνεται.

Δίνονται: $g=10m/s^2$, $\phi=30^o$, $K_c=9\times10^9\,Nm^2/C^2$.

[Απ : $0{,}9\,m,\ 1\,m/s$]

3.101 Ένας πυκνωτής έχει αποσυνδεθεί από την πηγή που τον φόρτισε. Οι οπλισμοί του Α και Β, έχουν δυναμικά V_A=50V και V_B = -50V, αντίστοιχα.

α) Ποια είναι η τάση του πυκνωτή;

β) Αν γειώσουμε τον οπλισμό Β, θα αλλάξει το φορτίο του πυκνωτή;

γ) Ποιο θα είναι το δυναμικό κάθε οπλισμού, μετά τη γείωση του οπλισμού Β;

[Απ : α) 100 V, β) ΟΧΙ, γ) 100 V, 0]

3.102 Το μέγιστο φορτίο επίπεδου πυκνωτή, όταν μεταξύ των οπλισμών του έχει αέρα, είναι 2μC. Ποιο είναι το μέγιστο φορτίο που μπορεί να φέρει ο πυκνωτής αν ανάμεσα στους οπλισμούς του τοποθετήσουμε γυαλί; Η διηλεκτρική αντοχή του αέρα είναι $E_\alpha=3\times10^6$ V/m και του γυαλιού $E_\gamma=14\times10^6$ V/m. Διηλεκτρική σταθερά του γυαλιού K=5.

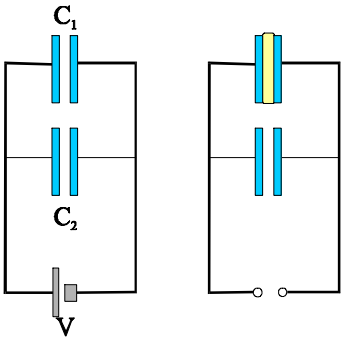
[Απ: 46,7μC]

3.103 Σύστημα δύο πυκνωτών με χωρητικότητες $C_1 = C_2 = 4\mu F$ συνδέονται μεταξύ τους παράλληλα. Το σύστημα των δύο πυκνωτών συνδέεται με πηγή τάσης $V = 30V$ (σχ. 3.60) και οι πυκνωτές φορτίζονται. Στη συνέχεια αφού αποσυνδέσουμε την πηγή ανάμεσα στους οπλισμούς του πυκνωτή C_1 εισάγουμε διηλεκτρικό σταθεράς $K = 5$.

α) Να υπολογιστεί το φορτίο κάθε πυκνωτή όταν ήταν συνδεδεμένοι με την πηγή.

β) Να υπολογιστεί η τάση και το φορτίο κάθε πυκνωτή μετά την αποσύνδεσή τους από την πηγή και την εισαγωγή του διηλεκτρικού.

[Απ: α) $q_1 = q_2 = 120\mu C$, β) $V' = 10V$, $q_1' = 200\mu C$, $q_2' = 40\mu C$]



Σχ. 3.60

3.104 Διαστημικό όχημα με μάζα m=8000 kg κατευθύνεται προς τη Γη. Τη στιγμή που βρίσκεται σε ύψος $h=R_Γ$ η ταχύτητά του είναι $υ_o=8\times10^3$m/s.

α) Αν δεν λειτουργήσουν οι ανασχετικοί πύραυλοί του να υπολογιστεί η ταχύτητα με την οποία θα προσκρούσει στην επιφάνεια της Γης.

β) Αν κατά τη διάρκεια της καθόδου του οχήματος, από το ύψος h μέχρι την επιφάνεια της Γης, λειτουργήσουν οι πύραυλοι, δημιουργώντας σταθερή ανασχετική δύναμη F, να υπολογιστεί η τιμή της ώστε το όχημα να φτάσει στην επιφάνεια της Γης με μηδενική ταχύτητα. Δίνεται η ακτίνα της Γης $R_Γ$ = 6400 km και η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g_o=10m/s^2$. Η αντίσταση του αέρα δεν λαμβάνεται υπόψη.

[Απ : $8\sqrt{2}\times10^3\ m/s,\ 8\times10^4\ N$]

3.105 Διαστημικός σταθμός περιστρέφεται σε ελλειπτική τροχιά γύρω από τη Γη, με ελάχιστη και μέγιστη απόσταση από το κέντρο της $r_1=7\times10^6$ m και $r_2=9\times10^6$ m, αντίστοιχα. Αν η ταχύτητά του όταν βρίσκεται σε απόσταση r_1 (ελάχιστη) είναι $υ_1=8\times10^3$m/s, να υπολογιστούν:

α) Η ταχύτητά του όταν βρίσκεται σε απόσταση r_2 (μέγιστη)

β) Η ελάχιστη ενέργεια που πρέπει να προσφερθεί σε μια συσκευή, μάζας m=140 kg, που βρίσκεται στο διαστημικό σταθμό, για να φτάσει στο άπειρο. Δικαιολογήστε γιατί η ενέργεια αυτή είναι ίδια από οποιοδήποτε σημείο της ελλειπτικής τροχιάς και αν πραγματοποιηθεί η βολή.

Δίνονται η ακτίνα της Γης $R_Γ$ = 6400 km και η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g_o=10m/s^2$.

Σημειώσεις: I)Η περιστροφή του διαστημικού σταθμού γίνεται χωρίς οποιαδήποτε χρήση πυραύλων. II) Η ελκτική δύναμη μεταξύ συσκευής και διαστημικού σταθμού είναι αμελητέα.

[Απ : $6{,}16\times10^3\ m/s$, $3{,}7\times10^9\ J$]

3.106 Ένα διαστημικό όχημα ξεκινά χωρίς αρχική ταχύτητα από το έδαφος και κινείται κατακόρυφα με σταθερή επιτάχυνση α=32 m/s^2. Τη στιγμή που η ταχύτητά του αποκτά τιμή τέτοια που του επιτρέπει να απομακρυνθεί από το πεδίο βαρύτητας της Γης σταματά η λειτουργία των πυραύλων και το όχημα συνεχίζει την πορεία του. Να υπολογιστεί το ύψος στο οποίο παύουν να λειτουργούν οι πύραυλοι. Δίνονται η ακτίνα της Γης $R_Γ$=6400 km και η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης g_o=10m/s^2.
[Απ : $1,6\times10^6$ m]

3.107 Θέλουμε να στείλουμε στο Διάστημα ένα σώμα μάζας m=200 kg. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιούμε πύραυλο που εκτοξεύεται από την επιφάνεια της Γης, κατακόρυφα προς τα πάνω. Ο πύραυλος ξεκινάει με ταχύτητα μηδέν. Θεωρούμε ότι το σώμα δέχεται από τον πύραυλο σταθερή προωστική δύναμη F=4000 N και ότι τα καύσιμα του πυραύλου διαρκούν μέχρι να φτάσει σε ύψος 0,6 $R_Γ$ από την επιφάνεια της Γης.
Να υπολογίσετε το ύψος στο οποίο το σώμα θα έχει αποκτήσει την απαραίτητη ταχύτητα για να διαφύγει στο Διάστημα και την ταχύτητα που θα έχει το σώμα όταν βγει από το πεδίο βαρύτητας της Γης.
Δίνονται η ακτίνα της Γης $R_Γ$ = 6400 km και η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης g_o=10m/s^2.
[Απ : $3,2\times10^6$ m, $5,06\times10^3$ m/s]

3.108 Ο λόγος των μαζών της Γης και της Σελήνης είναι $\frac{M_Γ}{M_Σ}=81$ και η απόσταση των κέντρων τους είναι $d=60R_Γ$. Να βρεθεί σε ποιο σημείο της ευθείας που ενώνει τα κέντρα Γης και Σελήνης η ένταση του πεδίου βαρύτητας είναι μηδενική.Δίνεται η ακτίνα της Γης $R_Γ$. Αγνοήστε οποιαδήποτε άλλη βαρυτική επίδραση εκτός από αυτές της Γης και της Σελήνης.
[Απ : $x=54R_Γ$ από το κέντρο της Γης]

3.109 Διαστημικό όχημα ξεκινά από την επιφάνεια της Γης και κινείται κατακόρυφα. Η προωστική δύναμη των πυραύλων του είναι σε κάθε θέση, για όλη τη διάρκεια της κίνησης, διπλάσια κατά μέτρο και αντίθετης φοράς με το βάρος του. Υπολογίστε την ταχύτητα του όταν φτάσει σε ύψος $h=R_Γ$.
Δίνονται: $R_Γ=6400km$, $g_o=10m/s^2$.
[Απ : $8\times10^3\ m/s$]

Εικ. 3.15 Ο αστροναύτης στηρίζεται στο δορυφόρο που βρίσκεται σε τροχιά

3.110 Ένας δορυφόρος με μάζα $m=100\,kg$ περιστρέφεται, αρχικά σε ύψος $R_Γ$ πάνω από την επιφάνεια της Γης. Μετά από ορισμένο χρόνο, χάνοντας σιγά – σιγά ύψος, λόγω της αραιής ατμόσφαιρας, περιστρέφεται σε ύψος $7R_Γ/9$.

α) Να υπολογιστεί η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του δορυφόρου.

β) Αν η αραιή ατμόσφαιρα δημιουργεί στην περιοχή της περιστροφής αντίσταση $A=0,2N$, να υπολογιστεί το

συνολικό μήκος της ελικοειδούς τροχιάς που διέγραψε ο δορυφόρος για να φτάσει από την αρχική στην τελική τροχιά.

Δίνονται: $R_{\Gamma} = 6400\,km$, $g_o = 10\,m/s^2$.

[Απ: α) $2\times10^8\,J$, β) $10^9\,m$]

3.111 Διαστημικό όχημα με μάζα $M = 8ton$ που μεταφέρει σεληνάκατο μάζας $m = 1{,}5ton$, τίθεται σε τροχιά γύρω από τη Σελήνη σε ύψος $h = R/20$ από την επιφάνειά της (R: η ακτίνα της Σελήνης). Κατά τη διάρκεια της περιστροφής κάποια στιγμή το διαστημικό όχημα ελευθερώνει τη σεληνάκατο με τέτοιο τρόπο ώστε η ταχύτητα της να είναι μηδέν. Η σεληνάκατος αρχίζει τότε να κατεβαίνει προς τη Σελήνη εκτελώντας ευθύγραμμη κίνηση και φτάνει στην επιφάνειά της με την κατάλληλη χρήση των ανασχετικών πυραύλων έχοντας ταχύτητα μηδέν.

α) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του διαστημικού οχήματος αμέσως μετά την αποβολή της σεληνακάτου.

β) Να υπολογιστεί το έργο της δύναμης των ανασχετικών πυραύλων.

Δίνονται: Η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Σελήνης $g_o = 1{,}6\,m/s^2$ και η ακτίνα της Σελήνης $R = 1680\,km$. Αγνοήστε την επίδραση άλλων σωμάτων, πλην της Σελήνης.

[Απ: $1900\ m/s,\ -192\times10^6\ J$]

3.112 Ένας δορυφόρος με μάζα m κινείται κυκλικά γύρω από τη Γη με ταχύτητα υ. Εσωτερική διάταξη προκαλεί έκρηξη με αποτέλεσμα ο δορυφόρος να χωριστεί σε δύο μέρη, από τα οποία το ένα, μάζας m_1, συνεχίζει να κινείται στην ίδια κυκλική τροχιά που είχε ο δορυφόρος πριν την έκρηξη ενώ το άλλο, μάζας m_2, αποκτά την απαραίτητη ταχύτητα για να διαφύγει από την έλξη της Γης. Υπολογίστε τις μάζες m_1 και m_2 στις οποίες χωρίστηκε ο δορυφόρος.

[Απ: $2m\left(\sqrt{2}-1\right)$, $m\left(3-2\sqrt{2}\right)$]

3.113 Δύο σφαιρικοί πλανήτες έχουν, ο πρώτος ακτίνα $R_1 = 1334\times10^3\,m$ και μάζα $m_1 = 1209\times10^{19}\,kg$ και ο δεύτερος μάζα $m_2 = 4m_1$. Οι πλανήτες περιστρέφονται γύρω από το κοινό κέντρο μάζας τους, εκτελώντας κυκλικές κινήσεις χωρίς την επίδραση άλλων δυνάμεων εκτός από τη μεταξύ τους έλξη. Η απόσταση ανάμεσα στα κέντρα τους είναι $l = 40R_1$.

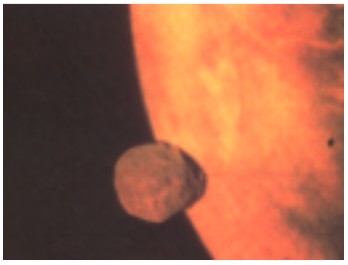
Δίνεται $G = 6{,}673\times10^{-11}\ Nm^2/kg^2$.

α) Να υπολογιστούν οι ακτίνες περιστροφής τους.

β) Να υπολογιστεί η ελάχιστη ταχύτητα με την οποία πρέπει να βληθεί ένα βλήμα από την επιφάνεια του πρώτου πλανήτη ώστε να φτάσει στο δεύτερο.

<u>Σημείωση</u>: Θα θεωρήσετε ότι οι πλανήτες δεν περιστρέφονται γύρω από τον άξονά τους και ότι δεν έχουν ατμόσφαιρα.

[Απ: $42{,}69\times10^6\,m,\ 10{,}67\times10^6\,m,\ 1025{,}8\,m/s$]



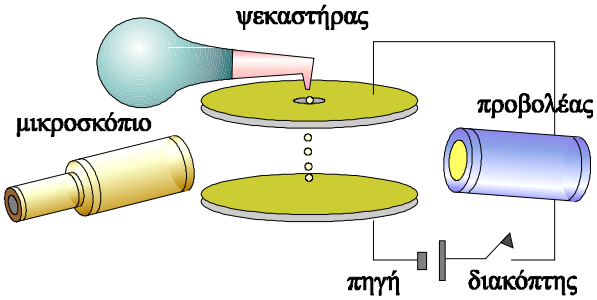
Εικ. 3.16 Ο Φόβος, δορυφόρος του Άρη.

ΕΝΘΕΤΟ

ΤΟ ΠΕΙΡΑΜΑ ΤΟΥ MILLIKAN

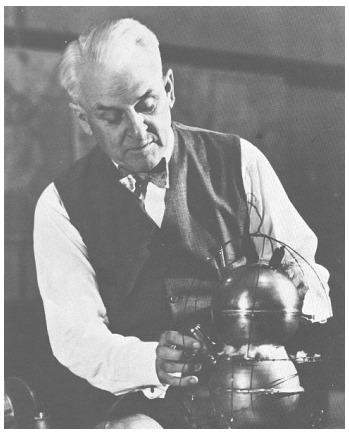
Την περίοδο 1909-1913, ο Robert Millikan (Μίλικαν), με ένα εμπνευσμένα απλό πείραμα που πραγματοποίησε στο πανεπιστήμιο του Σικάγου, μέτρησε για πρώτη φορά το στοιχειώδες φορτίο e και απέδειξε ότι το ηλεκτρικό φορτίο είναι κβαντισμένο -υπάρχει δηλαδή μόνο σε διακριτές ποσότητες, που είναι ακέραια πολλαπλάσια του στοιχειώδους φορτίου e.

Στο σχήμα βλέπουμε το μοντέλο της πειραματικής συσκευής του Millikan. Αποτελείται από δύο παράλληλες μεταλλικές πλάκες. Η πάνω πλάκα έχει μια μικρή τρύπα από την οποία διέρχονται μικρά σταγονίδια λαδιού. Τα σταγονίδια αυτά είναι φορτισμένα λόγω της τριβής τους με το ακροφύσιο του ψεκαστήρα με το οποίο ψεκάζεται το λάδι. Μια οριζόντια δέσμη φωτός φωτίζει τα σταγονίδια λαδιού, τα οποία μπορούν να παρατηρηθούν με ένα μικροσκόπιο. Καθώς το φως πέφτει πάνω στα σταγονίδια αυτά φαίνονται σαν λαμπερά σημεία μέσα στο σκοτάδι.



Σχ. 3.61 Το μοντέλο της συσκευής του Millikan

Έστω ένα σταγονίδιο μάζας m που είναι φορτισμένο με αρνητικό φορτίο q, λόγω της τριβής του με το ακροφύσιο του ψεκαστήρα. Εάν δεν υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο ανάμεσα στις πλάκες, στο σταγονίδιο δρουν δυο δυνάμεις : το βάρος του $m\mathbf{g}$ που κατευθύνεται προς τα κάτω, και η αντίσταση του αέρα $\mathbf{F}$, που κατευθύνεται προς τα πάνω.



Εικ. 3.17 Robert Millikan (1868-1953). Ηνωμένες Πολιτείες.

Η αντίσταση (**F**) δεν είναι σταθερή αλλά εξαρτάται από την ταχύτητα με την οποία πέφτει το σταγονίδιο. Για μικρές ταχύτητες, η αντίσταση που δέχεται στον αέρα μια μικρή σφαίρα, όπως οι σταγόνες του λαδιού, δίνεται από τη σχέση

$$F = C\upsilon = 6\pi\mu r\upsilon$$

όπου μ το ιξώδες του αέρα (ιξώδες: ένα μέγεθος που δείχνει πόσο παχύρρευστο είναι ένα ρευστό), r η ακτίνα της σταγόνας και υ η ταχύτητά της.

Όσο το βάρος $m\mathbf{g}$ είναι μεγαλύτερο από την αντίσταση, η σταγόνα επιταχύνεται. Καθώς όμως η ταχύτητά της αυξάνεται, μεγαλώνει η αντίσταση και σύντομα γίνεται αντίθετη με το βάρος. Τότε η σταγόνα αποκτά μια τελική, οριακή ταχύτητα.

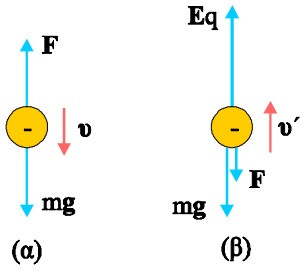
$$mg = F \quad \text{άρα} \quad mg = 6\pi\mu r\upsilon \qquad (3.65)$$

Η μάζα της σταγόνας μπορεί να γραφεί $m = V\rho$, όπου ρ η πυκνότητα και V ο όγκος της σταγόνας. Ο όγκος της σταγόνας είναι $\frac{4}{3}\pi r^3$ (όγκος σφαίρας). Οπότε η σχέση (3.65) γίνεται

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho g = 6\pi\mu r\upsilon \quad \text{ή} \quad \frac{4}{3}\pi r^2 \rho g = 6\pi\mu\upsilon \qquad (3.66)$$

Η ταχύτητα με την οποία κινείται ένα σταγονίδιο είναι μερικά εκατοστά του εκατοστού του μέτρου το δευτερόλεπτο και επομένως είναι δυνατόν να μετρηθεί, οπότε η σχέση (3.66) μας δίνει την ακτίνα της σταγόνας.

Έστω τώρα ότι συνδέουμε τις δύο πλάκες με τους πόλους μιας πηγής, έτσι ώστε η επάνω πλάκα να έχει το υψηλό δυναμικό. Τώρα εκτός από τις δύο δυνάμεις που αναφέρθηκαν προηγουμένως, στο σταγονίδιο ασκείται και μια δύναμη από το πεδίο $\mathbf{E}q$. Υποθέσαμε ότι το φορτίο q είναι αρνητικό, επομένως η ηλεκτρική δύναμη κατευθύνεται προς τα πάνω. Από το μέτρο της δύναμης θα εξαρτηθεί αν το σταγονίδιο θα συνεχίσει να κινείται προς τα κάτω, με μικρότερη ταχύτητα, ή θα αντιστρέψει την κίνησή του. Όπως και να 'χει η συνισταμένη των τριών δυνάμεων γίνεται πάλι μηδέν και τότε η σταγόνα τελικά αποκτά μια νέα οριακή ταχύτητα.



Σχ. 3.62 (α) Οι δυνάμεις στην σταγόνα που πέφτει με την οριακή της ταχύτητα υ. (β) Οι δυνάμεις παρουσία του ηλεκτρικού πεδίου.

Ας πάρουμε την περίπτωση όπου η ηλεκτρική δύναμη είναι αρκετά μεγάλη και το σταγονίδιο κινείται προς τα πάνω, τότε η αντίσταση **F**, κατευθύνεται προς τα κάτω. Αν υ΄ είναι η νέα οριακή ταχύτητα που θα αποκτήσει η σταγόνα, ισχύει

$$\Sigma\mathbf{F} = 0 \quad \text{επομένως} \quad qE - \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g - 6\pi\mu r\upsilon' = 0$$

Μετρώντας την υ΄ και έχοντας ήδη υπολογίσει την ακτίνα, από την σχέση (3.66) μπορούμε να υπολογίσουμε το φορτίο q.

Με μια μεγάλη σειρά μετρήσεων ο Millikan βρήκε ότι το φορτίο κάθε σταγόνας ήταν ακέραιο πολλαπλάσιο μιας στοιχειώδους ποσότητας φορτίου e. Έκανε ακόμα την υπόθεση ότι, το φορτίο αυτό ήταν ίσο, σε απόλυτη τιμή, με το φορτίο ενός ηλεκτρονίου. Η υπόθεσή του επιβεβαιώθηκε. Για την εργασία του αυτή ο Millikan τιμήθηκε το 1923 με το βραβείο Νόμπελ.

3 ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

Ηλεκτρική ροή νόμος του Gauss

3.1 α

3.2 Το συνολικό φορτίο που περικλείει η επιφάνεια είναι αρνητικό

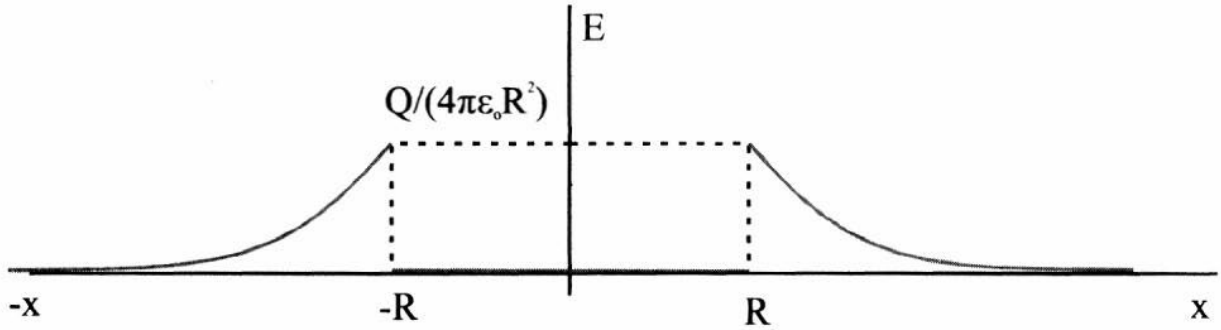
3.3 $\Phi_1 = \frac{4Q}{\varepsilon_O}$ $\Phi_2 = \frac{4Q}{\varepsilon_O}$ $\Phi_3 = -\frac{Q}{\varepsilon_O}$ $\Phi_4 = 0$

3.4 α, δ

3.5 β

3.6 β, γ

3.7



Σχ. 3.1

Δυναμικό του ηλεκτρικού πεδίου – ενέργεια συστήματος σημειακών φορτίων

3.8 β

3.9 Εάν μετακινηθεί ένα σημειακό φορτίο q από το σημείο Α στο σημείο Β, μέσα σε ηλεκτρικό πεδίο, το έργο της δύναμης του πεδίου είναι ίσο με το γινόμενο <u>της διαφοράς δυναμικού</u> των δύο σημείων επί το φορτίο που μετακινείται. Το έργο αυτό είναι ανεξάρτητο <u>της διαδρομής</u> που ακολουθεί το φορτίο κατά τη μετακίνηση του από το Α στο Β. Τέτοια πεδία, όπως το ηλεκτρικό, που το έργο τους εξαρτάται από την αρχική και τελική θέση του σώματος που μετακινείται ονομάζονται <u>διατηρητικά</u>.

3.10 δ

3.11 Το δυναμικό του πεδίου σε κάποιο σημείο που δημιουργεί σημειακό φορτίο είναι αντίστροφα ανάλογο με την απόσταση του σημείου από το φορτίο. Επομένως σωστή απάντηση είναι η α.

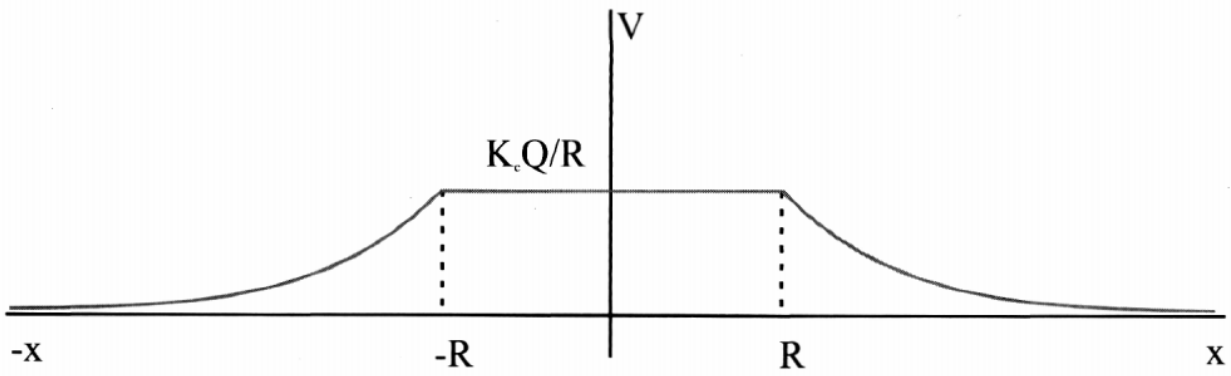
3.12 β

3.13 β

3.14 Κατά μήκος μιας δυναμικής γραμμής τα δυναμικά ελαττώνονται. Το πεδίο ασκεί στο φορτίο δύναμη με φορά αντίθετη από τη φορά των δυναμικών γραμμών. Επομένως το φορτίο θα κινηθεί προς τα μεγαλύτερα δυναμικά, δηλαδή σωστή απάντηση είναι η α.

3.15 Βλέπε στο βιβλίο του μαθητή στο τέλος της σελίδας 91.

3.16



Σχ. 3.2

Ομογενές ηλεκτρικό πεδίο

3.17 β

3.18 γ

3.19 γ

3.20 α, ε

3.21 α, β, γ

3.22 1-γ 2-α

3.23 Βλέπε στο βιβλίο του μαθητή σελίδες 101-102.

Πυκνωτής και διηλεκτρικά

3.24 δ

3.25 1-β 2-γ 3-α

3.26 γ

3.27 1-β 2-γ 3-α

3.28 1-β 2-β 3-α

3.29 γ, δ

3.30 Βλέπε στο βιβλίο του μαθητή στη σελίδα 110.

3.31 Αν ένας μονωτής τοποθετηθεί μέσα σε ηλεκτρικό πεδίο πολύ μεγάλης έντασης είναι πιθανό να καταστραφούν οι μονωτικές του ιδιότητες και να γίνει αγωγός. Η χαρακτηριστική τιμή της έντασης στην οποία αντέχει ένας μονωτής ονομάζεται διηλεκτρική αντοχή και μετριέται σε V/m

3.32 Βλέπε στο βιβλίο του μαθητή στη σελίδα 109.

3.33 Βλέπε στο βιβλίο του μαθητή στη σελίδα 110.

3.34 1-Β 2-Δ 3-Γ 4-Β 5-Α

Πεδίο βαρύτητας της Γης

3.35 Ένταση του πεδίου βαρύτητας σε ένα σημείο του, ονομάζεται το σταθερό πηλίκο της δύναμης που θα ασκηθεί σε μια μάζα m αν βρεθεί στο σημείο αυτό, προς τη μάζα. Η ένταση είναι διανυσματικό μέγεθος και έχει την ίδια κατεύθυνση με τη δύναμη. Μονάδα έντασης είναι το 1N/Kg ή $1m/s^2$.

3.36 α, β, δ

3.37 Όταν μια μάζα κινείται στο πεδίο βαρύτητας το έργο της δύναμης του πεδίου είναι ανεξάρτητο της διαδρομής που ακολουθεί το σώμα, εξαρτάται μόνο από την αρχική και τελική θέση του σώματος. Το πεδίο βαρύτητας, όπως και το ηλεκτρικό πεδίο, είναι πεδίο διατηρητικό. Την ιδιότητα αυτή του πεδίου βαρύτητας την εκμεταλλευόμαστε για να ορίσουμε το μέγεθος δυναμικό. Ονομάζουμε δυναμικό του πεδίου βαρύτητας της Γης σε ένα σημείο του το σταθερό πηλίκο του έργου της δύναμης του πεδίου κατά τη μετακίνηση μιας μάζας m από το σημείο αυτό στο άπειρο προς τη μάζα m.

3.38 Η ελκτική δύναμη που δέχεται από τη Γη ($F = G\frac{M_\Gamma m}{r^2}$) αυξάνεται, επομένως θα αυξάνεται και η επιτάχυνσή του $a = F/m$. Σωστή απάντηση είναι η γ.

3.39 α, γ, δ

3.40 α, ε

3.41 $g = \frac{g_O R_\Gamma^2}{(R_\Gamma + h)^2}$ $V = -\frac{g_O R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h}$ $\upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2 g_O R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h}}$

3.42 Τα πεδίο βαρύτητας είναι διατηρητικό. Η Γη στρέφεται γύρω από τον Ήλιο εξαιτίας της βαρυτικής δύναμης που δέχεται, επομένως η μηχανική της ενέργεια διατηρείται.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Ηλεκτρική ροή νόμος του Gauss

3.43 α) $\Phi = EA\,\sigma\upsilon\nu 0^o = E\pi r^2 = 62{,}8 Nm^2/C$

β) $\Phi = EA\,\sigma\upsilon\nu 90^o = 0$

γ) $\Phi = EA\,\sigma\upsilon\nu 60^o = \frac{E\pi r^2}{2} = 31{,}4 Nm^2/C$

3.44 $\Phi = \frac{Q_{\varepsilon\gamma\kappa}}{\varepsilon_O} = 1{,}13\times 10^6\ Nm^2/C$

3.45 $\Phi = \frac{Q_{\varepsilon\gamma\kappa}}{\varepsilon_O}$ άρα $Q_{\varepsilon\gamma\kappa} = 17{,}7\times 10^{-12} C$

3.46 Η ηλεκτρική ροή που διέρχεται από την κλειστή επιφάνεια που ορίζ από τη στεφάνη και το δίχτυ της απόχης είναι μηδέν, γιατί εσωτερικό της απόχης δεν υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο.

$\Phi = 0$ ή $\Phi_{\delta\iota\chi.} + \Phi_{\sigma\tau\varepsilon\phi.} = 0$ άρα

$\Phi_{\delta\iota\chi.} = -\Phi_{\sigma\tau\varepsilon\phi.} = -E\pi R^2$

3.47 Επιλέγουμε ως επιφάνεια Gauss την επιφάνεια σφαίρας που έχει κέντρο το κέντρο της Γης και ακτίνα R ελάχιστα μεγαλύτερη από την ακτίνα της Γης $(R \approx R_\Gamma)$

$$\Phi = \frac{Q_{\varepsilon\gamma\kappa}}{\varepsilon_O} \quad \text{ή} \quad -E\,4\pi R_\Gamma^2 = \frac{Q_{\varepsilon\gamma\kappa}}{\varepsilon_O} \quad \text{άρα} \quad Q_{\varepsilon\gamma\kappa} = -455295C$$

3.48 Ο λεπτός σφαιρικός φλοιός, που είναι φορτισμένος, ομοιόμορφα συμπεριφέρεται εξωτερικά σαν όλο του το φορτίο να είναι συγκεντρωμένο στο κέντρο του (σημειακό φορτίο), ενώ στο εσωτερικό του δεν υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο (βλέπε παράδειγμα 3-1 σελίδα 86 στο βιβλίο του μαθητή). Επομένως:

α) $E = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_O}\dfrac{Q}{r_1^2} = 1{,}35\times 10^6\, N/C$ β) μηδέν

3.49 Αφού το φορτίο είναι κατανεμημένο ομοιόμορφα σε όλο τον όγκο της σφαίρας το φορτίο ανά μονάδα όγκου είναι $\rho = \dfrac{Q}{V_R}$ όπου V_R ο όγκος της σφαίρας.

Το φορτίο που περικλείεται από σφαίρα ακτίνας r $(r \prec R)$ που έχει το ίδιο κέντρο με τη φορτισμένη σφαίρα είναι $q = \rho V_r$ επομένως:

$$q = \frac{Q}{V_R}V_r = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{\frac{4}{3}\pi R^3}Q = \left(\frac{r}{R}\right)^3 Q$$

Εφαρμόζουμε το νόμο του Gauss για τη σφαιρική επιφάνεια ακτίνας r:

α) $\Phi_1 = \dfrac{q}{\varepsilon_O} = \dfrac{Q}{\varepsilon_O}\left(\dfrac{r}{R}\right)^3 \approx 10^4\ Nm^2/C$

β) $\Phi_2 = \frac{q}{\varepsilon_O} = \frac{Q}{\varepsilon_O}\left(\frac{r}{R}\right)^3 \approx 29{,}2\times10^4\ Nm^2/C$

γ) $\Phi_3 = \frac{q}{\varepsilon_O} = \frac{Q}{\varepsilon_O}\left(\frac{r}{R}\right)^3 \approx 69{,}4\times10^4\ Nm^2/C$

δ, ε) Αν η ακτίνα της σφαίρας r είναι μεγαλύτερη της R, το φορτίο που περικλείει η R είναι Q. Από το νόμο του Gauss προκύπτει ότι για κάθε σφαιρική επιφάνεια ακτίνας $r > R$ θα είναι $\Phi = \frac{Q}{\varepsilon_O} = 135\times10^4\ Nm^2/C$

3.50 α) $E_1 = \frac{1}{2\pi\varepsilon_O}\frac{\lambda}{r_1} = 720\times10^3\ N/C$ (βλέπε παράδειγμα 3.2 στη σελίδα 87 του βιβλίου του μαθητή)

β) $E_2 = \frac{1}{2\pi\varepsilon_O}\frac{\lambda}{r_2} = 360\times10^3\ N/C$

Δυναμικό του ηλεκτρικού πεδίου – ενέργεια συστήματος φορτίων

3.51 $V = K_c\frac{Q}{r}$ επομένως $r = K_c\frac{Q}{V} = 6m$

2 Έστω Ο το σημείο στο οποίο βρίσκεται το φορτίο.

$V_A = K_c\frac{Q}{(OA)} = 90V \qquad V_B = K_c\frac{Q}{(\mathrm{OB})} = 180V$

$V_A - V_B = -90V$

3.53 $E = K_c\frac{Q}{r^2}$ (1) $\qquad V = K_c\frac{Q}{r}$ (2)

Διαιρώντας κατά μέλη τις (1) και (2) βρίσκουμε $\frac{V}{E} = r = 3m$

και από τη (2) έχουμε: $Q = \frac{Vr}{K_c} = 6 \times 10^{-8} C$

3.54 $W_{B\Gamma} = (V_B - V_\Gamma)q = (K_c \frac{Q}{r_1} - K_c \frac{Q}{r_2})q = K_c Qq(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}) = 13{,}5 \times 10^{-3} J$

3.55 α) Τα φορτία Q_1 και Q_2 δημιουργούν στο σημείο Α πεδία με δυναμικά

$V_1^{\text{A}} = K_c \frac{Q_1}{(\text{AB})} = 12000V$ και $V_2^{\text{A}} = K_c \frac{Q_1}{(\text{B}\Gamma)} = 11250V$ αντίστοιχα

Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας $V_A = V_1^A + V_2^A = 23250V$

β) $(\text{B}\Gamma) = \sqrt{(\text{AB})^2 + (\text{A}\Gamma)^2} = 5cm$ άρα $(\text{MB}) = (\text{M}\Gamma) = 2{,}5cm$

$V_1^M = K_c \frac{Q_1}{(\text{MB})} = 14400V$ $V_2^M = K_c \frac{Q_2}{(\text{M}\Gamma)} = 18000V$

$V_M = V_1^M + V_2^M = 32400V$

β) $W_{AM} = (V_A - V_M)q = -183 \times 10^{-8} J$

3.56 Η δυναμική ενέργεια του συστήματος είναι:

$U = K_c \frac{q^2}{a} + K_c \frac{q^2}{a} + K_c \frac{q^2}{a} = 3K_c \frac{q^2}{a} = 36 \times 10^{-2} J$

3.57 α) Έστω ότι το σημείο Γ από το οποίο το οποίο διέρχεται η φορτισμένη σφαίρα απέχει r_2 από το σημείο Α.

Από το θεώρημα έργου ενέργειας για τη σφαίρα m κατά την κίνησ από το σημείο Β στο Γ προκύπτει

$W = \Delta K$ ή $W = K_B$ ή $(V_B - V_\Gamma)q = \frac{1}{2} m\upsilon^2$

ή $(K_c \frac{Q}{r_1} - K_c \frac{Q}{r_2})q = \frac{1}{2} m\upsilon^2$ άρα $\upsilon = \sqrt{\frac{2K_c Qq}{m}(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2})}$ (1)

από την οποία βρίσκουμε $\upsilon = \sqrt{6} m/s$

β) Αν το σημείο Γ βρίσκεται σε άπειρη απόσταση από το σημείο Α η (1) παίρνει τη μορφή

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2K_c Qq}{mr_1}} = 2\sqrt{3} m/s$$

Ομογενές ηλεκτρικό πεδίο

3.58 Είναι $E = \frac{V_A - V_B}{x}$ (1), αλλά και

$E = \frac{V_B - V_\Gamma}{x}$ (2) Από τις (1) και (2) προκύπτει ότι

$\frac{V_A - V_B}{x} = \frac{V_B - V_\Gamma}{x}$ ή $V_A - V_B = V_B - V_\Gamma = 5V$

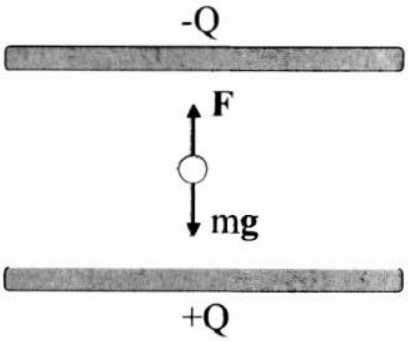
$V_A - V_\Gamma = (V_A - V_B) + (V_B - V_\Gamma) = 10V$

3.59 $V = Ex = 1500V$

3.60 Εφόσον το σωματίδιο ισορροπεί $\Sigma \mathbf{F} = 0$ ή $F = mg$

όμως $F = Eq = \frac{V}{l} q$ επομένως

άρα $V = \frac{mgl}{q} = 400V$



Σχ. 3.3

3.61 Αν θεωρήσουμε ότι η σφαίρα είναι θετικά φορτισμένη θα ισορροπεί όπως φαίνεται στο σχήμα 3.4

$T_x = T\eta\mu\phi$, $T_y = T\sigma\upsilon\nu\phi$

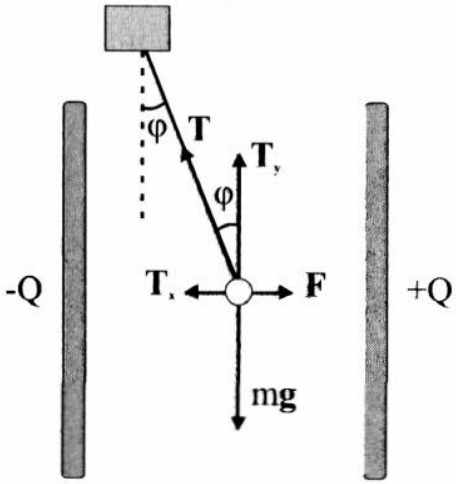
Είναι $\Sigma F_x = 0$ ή $F = T\eta\mu\phi$ (1)

και $\Sigma F_y = 0$ ή $T\sigma\upsilon\nu\phi = mg$ (2)

Από την (2) $T = \frac{mg}{\sigma\upsilon\nu\phi}$ (3)

Η (1) γίνεται από την (3)

$F = \frac{mg}{\sigma\upsilon\nu\phi}\eta\mu\phi$ ή $F = mg\varepsilon\varphi\phi$ (4)



Σχ. 3.4

Επειδή $F = Eq = \frac{V}{d}q$ η (4) γίνεται $\frac{V}{d}q = mg\varepsilon\varphi\varphi$ άρα

$$q = \frac{dmg\varepsilon\varphi\varphi}{V} = 10^{-9}C$$

3.62 α) $F = Ee = 1{,}456 \times 10^{-17} N$ $\quad a = \frac{F}{m_{\grave{e}}} = 16 \times 10^{12} m/s^2$

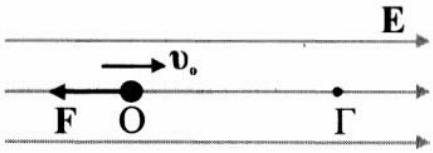
β) Η δύναμη που ασκείται στο ηλεκτρόνιο έχει κατεύθυνση αντίθετη από αυτή των δυναμικών γραμμών. Την ίδια κατεύθυνση, με τη δύναμη, έχει και η επιτάχυνση. Οι σχέσεις που περιγράφουν την κίνηση του ηλεκτρονίου είναι :

I) Αν η αρχική του ταχύτητα είναι ομόρροπη με τις δυναμικές γραμμές

$$\upsilon = \upsilon_o - at \qquad x = \upsilon_o t - \frac{1}{2}at^2$$

II) Αν είναι αντίρροπη $\quad \upsilon = \upsilon_o + at \qquad x = \upsilon_o t + \frac{1}{2}at^2$

3.63 Έστω Ο το σημείο από το οποίο βάλλεται το ηλεκτρόνιο τη χρονική στιγμή μηδέν. Στο ηλεκτρόνιο το πεδίο ασκεί δύναμη $F = Ee$ αντίθετης κατεύθυνσης από αυτή των δυναμικών γραμμών. Το σωματίδιο αποκτά επιτάχυνση $a = \frac{F}{m} = \frac{Ee}{m}$ (1) με φορά ίδια με τη φορά της δύναμης. Οι σχέσεις που περιγράφουν την κίνηση είναι



Σχ. 3.5

$$\upsilon = \upsilon_o - at \quad (1) \quad x = \upsilon_o t - \frac{1}{2}at^2 \quad (2)$$

Η χρονική στιγμή που μηδενίζεται η ταχύτητα του (στο σημείο Γ) βρίσκεται από τη σχέση (2) για υ=0 $\quad t_\Gamma = \frac{\upsilon_o}{\alpha} = \frac{m\upsilon_o}{Ee}$

Η χρονική στιγμή κατά την οποία το ηλεκτρόνιο ξαναπερνά από το σημείο Ο βρίσκεται από τη σχέση (2) για x=0

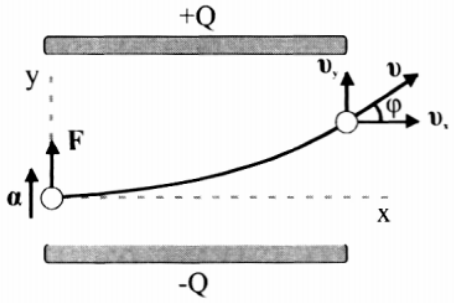
$$t_o = \frac{2\upsilon_o}{\alpha} = \frac{2m\upsilon_o}{Ee}$$

Η ταχύτητα που θα έχει όταν ξαναπεράσει από το σημείο Ο βρίσκεται από τη σχέση (1) για $t = t_o$

$\upsilon = -\upsilon_o$

Από τα αποτελέσματα προκύπτει ότι ο χρόνος κίνησης από το Ο στο Γ είναι ίσος με το χρόνο κίνησης από το Γ στο Ο. Επίσης ότι στο Ο το ηλεκτρόνιο επιστρέφει με ταχύτητα ίσου μέτρου.

3.64 Επιλέγουμε ως σύστημα ορθογωνίων αξόνων στους οποίους αναλύουμε την κίνηση τη διεύθυνση της αρχικής ταχύτητας (άξονας x) και τη διεύθυνση της έντασης (άξονας y).



Σχ. 3.6

Στον άξονα x: $x = \upsilon_o t$ (1)

Στον άξονα y: $a = \dfrac{F}{m_e} = \dfrac{Ee}{m_e}$ (2)

$\upsilon_y = at$ (3) $\quad y = \dfrac{1}{2}at^2$ (4)

Από την (1) για $x = l$ βρίσκουμε το χρόνο κίνησης του ηλεκτρονίου μέσα στο πεδίο. $t = \dfrac{l}{\upsilon_o}$ (5)

Θέτοντας στην (4) την (5) και τη (2) βρίσκουμε την απόκλιση της δέσμης τη στιγμή της εξόδου από το πεδίο $y = \dfrac{Eel^2}{2m_e\upsilon_o^2}$

Θέτοντας στην (3) την (5) και την (2) βρίσκουμε την ταχύτητα υ_y των ηλεκτρονίων τη στιγμή που εξέρχονται από το πεδίο.

$$\upsilon_y = \frac{Eel}{m_e\upsilon_o}$$

Τα ηλεκτρόνια βγαίνουν από το πεδίο με ταχύτητα μέτρου

$\upsilon = \sqrt{\upsilon_o^2 + \upsilon_y^2} = \sqrt{\upsilon_o^2 + \dfrac{E^2e^2l^2}{m_e^2\upsilon_o^2}}$ που σχηματίζει με τη διεύθυνση της αρχικής ταχύτητας γωνία για την οποία $\varepsilon\varphi\varphi = \dfrac{\upsilon_y}{\upsilon_o} = \dfrac{Eel}{m_e\upsilon_o^2}$

Χωρητικότητα – ενέργεια φορτισμένου πυκνωτή

3.65 $Q = CV = 72pC$

3.66 $C = \varepsilon_o \frac{A}{d} = \varepsilon_o \frac{\pi r^2}{d}$

$Q = CV = \varepsilon_o \frac{\pi r^2}{d} V = 444{,}6pC$

3.67 $E = \frac{V}{d} = 10^4 V/m$

$C = \varepsilon_o \frac{A}{d} = 53{,}1pF$

$Q = CV = 637{,}2pC$

3.68 Ο πυκνωτής έχει αρχικά χωρητικότητα $C = \varepsilon_o \frac{A}{d} = 10\mu F$ και φορτίο

$Q = CV = 1000\mu C$

Μετά την απομάκρυνση των οπλισμών του, ο πυκνωτής θα έχει χωρητικότητα

$C' = \varepsilon_o \frac{A}{2d} = \frac{C}{2} = 5\mu F$ και φορτίο $Q' = C'V = 500\mu C$ (Η τάση στους οπλισμούς του πυκνωτή δε μεταβάλλεται)

3.69 $U = \frac{1}{2}CV^2 = 2{,}5J$

3.70 Έστω Q_1 το φορτίο που αποκτά ο πυκνωτής C_1 όταν φορτιστεί σε τάση V_1 $Q_1 = C_1V_1$

Αν Q_1' και Q_2' τα φορτία των πυκνωτών μετά τη σύνδεση τους και V η κοινή τους τάση $Q_1' = C_1V$ (1) $Q_2' = C_2V$ (2)

Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης του φορτίου

$Q_1 = Q_1' + Q_2'$ ή $C_1V_1 = C_1V + C_2V$ άρα $V = \frac{C_1V_1}{C_1 + C_2} = 64V$

Από (1) και (2) $Q_1' = 1280\mu C$ και $Q_2' = 320\mu C$

Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια που χάνεται με τη σύνδεση των πυκνωτών είναι

$\frac{1}{2}C_1V_1^2 - \left[\frac{1}{2}C_1V^2 + \frac{1}{2}C_2V^2\right] = 12\times10^{-3}J$ Η ενέργεια αυτή έγινε θερμότητα στους αγωγούς σύνδεσης.

Διηλεκτρικά

3.71 $C' = KC = 60\mu F$

3.72 Έστω ότι η αρχική χωρητικότητα, το φορτίο και η τάση του πυκνωτή είναι, αντίστοιχα, C_o, Q_o, V_o. Μετά την εισαγωγή του διηλεκτρικού, το φορτίο του πυκνωτή παραμένει ίδιο ενώ η χωρητικότητα και η τάση του γίνονται C και V αντίστοιχα. Ισχύουν

$C_o = \frac{Q_o}{V_o}$ (1) και $C = \frac{Q_o}{V}$ (2)

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) βρίσκουμε

$K = \frac{C}{C_o} = \frac{V_o}{V} = 6$

3.73 Το αρχικό φορτίο του πυκνωτή ήταν $Q = CV = 50\mu C$

Το φορτίο του μετά την εισαγωγή του διηλεκτρικού γίνεται

$Q' = Q + \Delta Q = 200\mu C$

Αλλά $Q' = C'V$ ή $Q' = KCV$ άρα $K = \frac{Q'}{CV} = 4$

3.74 Η χωρητικότητα του πυκνωτή είναι $C = K\varepsilon_o \frac{A}{d}$,

επομένως $A = \frac{dC}{K\varepsilon_o}$ (1)

Το πεδίο στο εσωτερικό του πυκνωτή έχει ένταση $E = \frac{V}{d}$,

επομένως $d = \frac{V}{E}$ (2)

Αντικαθιστώντας την (2) στην (1) βρίσκουμε $A = \frac{VC}{K\varepsilon_o E} = 0,083m^2$

3.75 Το μέγιστο φορτίο του πυκνωτή αντιστοιχεί στη μέγιστη τάση μεταξύ των οπλισμών του $V = Ed$

Επομένως $Q = CV = K\varepsilon_o \frac{A}{d} Ed$ ή $Q = EK\varepsilon_o A = 169,9nC$

Πεδίο βαρύτητας

3.76 $$g = G\frac{M_\Gamma}{(R_\Gamma + h)^2} = \frac{g_o R_\Gamma^2}{(2R_\Gamma)^2} = \frac{g_o}{4} = 2,5m/s^2$$

$$V = -G\frac{M_\Gamma}{R_\Gamma + h} = -\frac{g_o R_\Gamma^2}{2R_\Gamma} = -\frac{g_o R_\Gamma}{2} = -32\times 10^6 J/Kg$$

3.77 Έστω ότι το σώμα βάλλεται από το σημείο Α στην επιφάνεια της Γης και φτάνει στο σημείο Γ, σε ύψος h.
Εφαρμόζοντας το θεώρημα έργου -ενέργειας κατά την κίνηση του σώματος από το σημείο Α στο Γ.

$W = \Delta K$ ή $(V_A - V_\Gamma)m = -K_A$ ή

$$(-\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma} + \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h})m = -\frac{1}{2}m\upsilon_o^2$$

ή $-\frac{g_o R_\Gamma^2}{R_\Gamma} + \frac{g_o R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h} = -\frac{1}{2}\upsilon_o^2$ άρα $h = \frac{2g_o R_\Gamma^2}{2g_o R_\Gamma - \upsilon_o^2} - R_\Gamma = 50Km$

3.78 α) Έστω g_Σ η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Σελήνης

$$g_\Sigma = \frac{GM_\Sigma}{R_\Sigma^2} \qquad g_o = \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma^2}$$

Διαιρώντας κατά μέλη βρίσκουμε $\frac{g_\Sigma}{g_o} = \frac{M_\Sigma}{M_\Gamma}\left(\frac{R_\Gamma}{R_\Sigma}\right)^2$ επομένως

$g_\Sigma = 1{,}66 m/s^2$

β) η μάζα του σώματος είναι $m = \frac{w_\Gamma}{g_o}$

Το βάρος του στη Σελήνη $w_\Sigma = mg_\Sigma = \frac{w_\Gamma}{g_o} g_\Sigma = 116{,}2N$

3.79 Έστω Α το σημείο εκτόξευσης .
Η μηχανική ενέργεια του συστήματος Γη-σώμα διατηρείται επομένως
$K_A + U_A = K_\infty + U_\infty$
Η ελάχιστη ταχύτητα με την οποία πρέπει να εκτοξευτεί το σώμα είναι εκείνη για την οποία φτάνει στο άπειρο με μηδενική ταχύτητα.

Επομένως $K_A + U_A = 0 + 0$ ή $\frac{1}{2} m\upsilon_\delta^2 - G\frac{M_\Gamma m}{R_\Gamma + h} = 0$ ή

$\frac{1}{2}\upsilon_\delta^2 - \frac{g_o R_\Gamma}{R_\Gamma + h} = 0$ άρα $\upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2g_o R_\Gamma}{R_\Gamma + h}}$

3.80 Η ταχύτητα διαφυγής από την επιφάνεια του πλανήτη είναι $\upsilon_\Pi = \sqrt{\frac{2GM_\Pi}{R_\Pi}}$ και από την επιφάνεια της Γης $\upsilon_\Gamma = \sqrt{\frac{2GM_\Gamma}{R_\Gamma}}$

Διαιρώντας τις σχέσεις κατά μέλη $\frac{\upsilon_\Pi}{\upsilon_\Gamma} = \sqrt{\frac{M_\Pi}{M_\Gamma}\frac{R_\Gamma}{R_\Pi}} = \sqrt{\frac{1}{8}\frac{R_\Gamma}{R_\Pi}}$ (1)

$\frac{M_\Gamma}{M_\Pi} = \frac{\rho V_\Gamma}{\rho V_\Pi} = \frac{\frac{4}{3}\pi R_\Gamma^3}{\frac{4}{3}\pi R_\Pi^3}$ άρα $\frac{R_\Gamma}{R_\Pi} = 2$

οπότε η (1) γίνεται $\frac{\upsilon_\Pi}{\upsilon_\Gamma} = \frac{1}{2}$ και επομένως $\upsilon_\Pi = 5{,}6 Km/s$

3.80 Έστω υ_o η ταχύτητα του μετεωρίτη όταν βρίσκεται πολύ μακριά από τη Γη (εκτός πεδίου βαρύτητας).

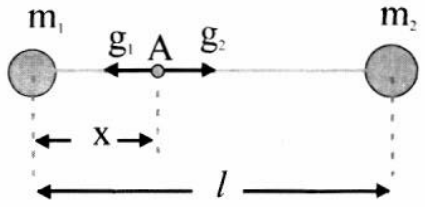
Από το θεώρημα έργου - ενέργειας κατά την κίνηση του από σημείο εκτός του πεδίου βαρύτητας της Γης μέχρι την επιφάνεια της.

$$W = \Delta K \quad \text{ή} \quad (V_\infty - V_\Gamma)m = \frac{1}{2}m\upsilon^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_o^2 \quad \text{ή}$$

$$\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma} = \frac{\upsilon^2 - \upsilon_o^2}{2} \quad \text{ή} \quad \frac{g_o R_\Gamma^2}{R_\Gamma} = \frac{\upsilon^2 - \upsilon_o^2}{2} \quad \text{και επομένως}$$

$$\upsilon_o = \sqrt{\upsilon^2 - 2g_o R_\Gamma} = 14 \times 10^3 m/s$$

3.82 Για να είναι μηδέν η ένταση σε κάποιο σημείο πρέπει η ένταση $\mathbf{g}_1$ που δημιουργεί η m_1 να είναι αντίθετη με την ένταση $\mathbf{g}_2$ που δημιουργεί η m_2. Τέτοιο σημείο υπάρχει μόνο μεταξύ των δύο μαζών. Έστω Α αυτό το σημείο.



Σχ. 3.7

Η ένταση που δημιουργεί στο σημείο Α η μάζα m_1 είναι $g_1 = G\dfrac{m}{x^2}$

Η ένταση που δημιουργεί στο σημείο Α η μάζα m_2 είναι $g_2 = G\dfrac{2m}{(l-x)^2}$

Εφόσον $g_1 = g_2 \quad G\dfrac{m}{x^2} = G\dfrac{2m}{(l-x)^2}$ ή $\dfrac{l-x}{x} = \pm\sqrt{2}$

Από όπου $x_1 = l(\sqrt{2}-1)$ και $x_2 = -l(1+\sqrt{2})$

Η αρνητική τιμή του x_2 σημαίνει ότι το σημείο Α βρίσκεται αριστερά του m_1. Η λύση αυτή απορρίπτεται.

Το δυναμικό του πεδίου στο σημείο Α είναι το αλγεβρικό άθροισμα των δυναμικών που δημιουργούν μόνες τους οι μάζες m_1 και m_2.

$$V_A = V_1^A + V_2^A = -G\frac{m}{x} - G\frac{2m}{l-x} = -G\frac{m}{l}(2\sqrt{2}+3)$$

3.83 Η ενέργεια του συστήματος των τριών μαζών είναι

$$U = -G\frac{m_1 m_2}{\gamma} - G\frac{m_1 m_3}{\beta} - G\frac{m_2 m_3}{\alpha}$$

Σύμφωνα με την αρχή της διατήρησης της ενέργειας, η ενέργεια που απαιτείται για να απομακρυνθούν οι μάζες αυτές σε άπειρη απόσταση είναι

$$E = E_{συστ}^{τελ} - E_{συστ}^{αρχ} = -U = G\frac{m_1 m_2}{\gamma} + G\frac{m_1 m_3}{\beta} + G\frac{m_2 m_3}{\alpha}$$

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

3.84 Επειδή το φορτίο της σφαίρας είναι ομοιόμορφα κατανεμημένο το πεδίο έχει ακτινική διεύθυνση και η ένταση έχει το ίδιο μέτρο σε όλα τα σημεία που απέχουν το ίδιο από το κέντρο της σφαίρας.

α) Στο εσωτερικό της σφαίρας. Επιλέγουμε ως επιφάνεια Gauss, σφαιρική επιφάνεια ακτίνας $r\,(r \prec R)$ ομόκεντρη με το σφαιρικό αγωγό και εφαρμόζουμε το νόμο του Gauss $\Phi = \dfrac{Q_{εγκ}}{\varepsilon_o}$ (1)

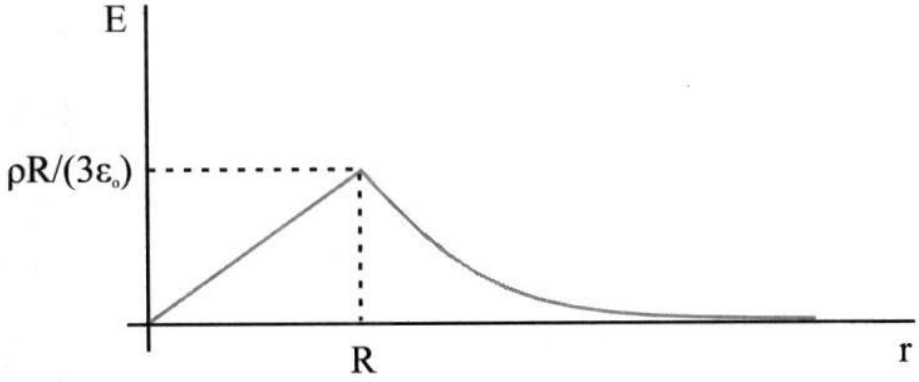
$\Phi = E\ 4\pi r^2$. Εξάλλου $Q_{εγκ} = \rho V = \rho\dfrac{4}{3}\pi r^3$. Αντικαθιστώντας στην (1) βρίσκουμε $E = \dfrac{\rho r}{3\varepsilon_o}$ για $r \to R$ $E = \dfrac{\rho R}{3\varepsilon_o}$

β) Στο εξωτερικό της σφαίρας. Επιλέγουμε ως επιφάνεια Gauss σφαιρική επιφάνεια ακτίνας $r\,(r \succ R)$ ομόκεντρη με το σφαιρικό αγωγό.

Εφαρμόζοντας το νόμο του Gauss $\Phi = \dfrac{Q_{εγκ}}{\varepsilon_o}$ (2)

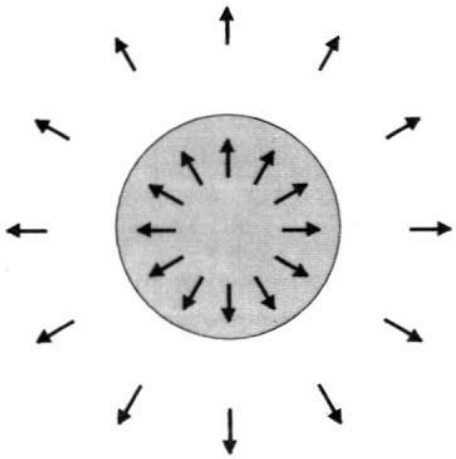
$\Phi = E\ 4\pi r^2$ $Q_{εγκ} = \rho V = \rho\dfrac{4}{3}\pi R^3$ αντικαθιστώντας στην (2) βρίσκουμε $E = \dfrac{\rho R^3}{3\varepsilon_o r^2}$ η οποία για $r = R$ δίνει $E = \dfrac{\rho R}{3\varepsilon_o}$

Το μέτρο της έντασης σε συνάρτηση με την απόσταση r από το κέντρο της σφαίρας παριστάνεται γραφικά στο σχήμα 3.8



Σχ. 3.8

3.85 Επειδή το φορτίο του κυλίνδρου είναι ομοιόμορφα κατανεμημένο, το πεδίο που δημιουργείται είναι ακτινικό και το μέτρο της έντασης ίδιο σε όλα τα σημεία που απέχουν το ίδιο από τον άξονα του κυλίνδρου. Στο σχήμα 3.9 παριστάνεται το πεδίο σε μια τομή του κυλίνδρου κάθετη στον άξονα του.



Σχ. 3.9

α) Στο εσωτερικό του κυλίνδρου. Επιλέγουμε ως επιφάνεια Gauss, κυλινδρική επιφάνεια ακτίνας $r\,(r \prec R)$, ύψους L, ομοαξονική με το φορτισμένο κύλινδρο και εφαρμόζουμε το νόμο του Gauss $\Phi = \dfrac{Q_{\varepsilon\gamma\kappa}}{\varepsilon_o}$ (1)

Αλλά $\Phi = \Phi_{\text{ΚΥΡΤΗΣ ΕΠΙΦ.}} + \Phi_{\text{ΒΑΣΕΩΝ}} = E\,2\pi rL + 0$

και $Q_{\varepsilon\gamma\kappa} = \rho V = \rho\,\pi r^2 L$

Αντικαθιστώντας στην (1)

$$E = \frac{\rho r}{2\varepsilon_o} \quad \text{για} \quad r \to R \quad E = \frac{\rho R}{2\varepsilon_o}$$

β) Στο εξωτερικό του κυλίνδρου. Επιλέγουμε ως επιφάνεια Gauss, κυλινδρική επιφάνεια ακτίνας $r\,(r \geq R)$, ύψους L, ομοαξονική με το φορτισμένο κύλινδρο.

Εφαρμόζουμε το νόμο του Gauss $\Phi = \dfrac{Q_{\varepsilon\gamma\kappa}}{\varepsilon_o}$ (1)

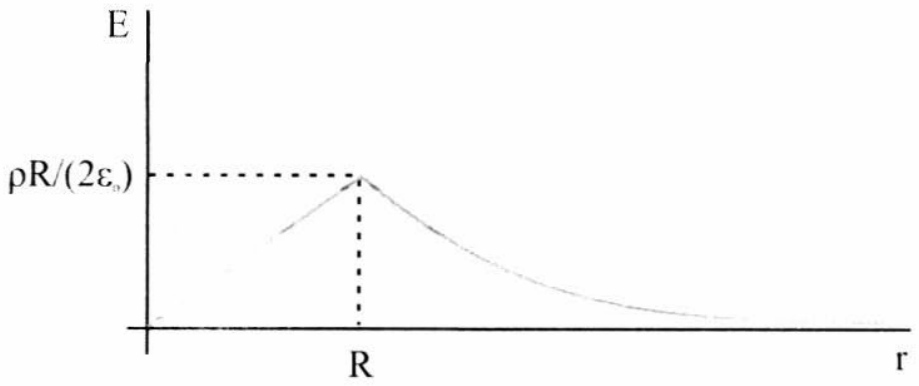
Αλλά $\Phi = \Phi_{\text{ΚΥΡΤΗΣ ΕΠΙΦ.}} + \Phi_{\text{ΒΑΣΕΩΝ}} = E\,2\pi r L + 0$

$Q_{\varepsilon\gamma\kappa} = \rho V = \rho\,\pi R^2 L$

Αντικαθιστώντας στην (1)

$E = \dfrac{\rho R^2}{2r\varepsilon_o}$ για $r = R$ $E = \dfrac{\rho R}{2\varepsilon_o}$

Το μέτρο της έντασης σε συνάρτηση με την απόσταση r από τον άξονα του κυλίνδρου παριστάνεται γραφικά στο διάγραμμα του σχήματος 3.9



Σχ. 3.10

3.86 Στο εσωτερικό φορτισμένου αγωγού το ηλεκτρικό πεδίο είναι μηδέν (παρατήρηση στη σελίδα 87 στο βιβλίο του μαθητή), επομένως για r_1=2cm και r_2=8cm έχουμε E=0.

Για τον υπολογισμό της έντασης στο εξωτερικό του αγωγού επιλέγουμε ως επιφάνεια Gauss, σφαιρική επιφάνεια ακτίνας $r\,(r > R)$ ομόκεντρη με το σφαιρικό αγωγό.

$\Phi = \dfrac{Q}{\varepsilon_o}$ ή $E\,4\pi r^2 = \dfrac{Q}{\varepsilon_o}$ ή $E = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_o}\dfrac{Q}{r^2}$

Για $r = r_3$ $E = 45\times10^3\ N/C$

3.87 Για κάθε σφαιρικής, το πεδίο που δημιουργεί η διάταξη πρέπει να είναι ακτινικό και το μέτρο της έντασης να έχει την ίδια τιμή σε όλα τα σημεία [illegible] που απέχουν το ίδιο από τον ομόκεντρο αγωγό.

α) Επιλέγουμε ως επιφάνεια Gauss μια κυλινδρική επιφάνεια ύψους L, ομοαξονική με το σύρμα και τον κυλινδρικό αγωγό, ακτίνας $r < R$ (όπου R η ακτίνα του κυλινδρικού αγωγού).

Εφαρμόζομε το νόμο του Gauss $\Phi = \dfrac{Q_{\varepsilon\gamma\kappa}}{\varepsilon_o}$

Αλλά $\Phi = \Phi_{\text{ΚΥΡΤΗΣ ΕΠΙΦ.}} + \Phi_{\text{ΒΑΣΕΩΝ}} = E\,2\pi rL + 0$ και

$Q_{\varepsilon\gamma\kappa} = \lambda L$

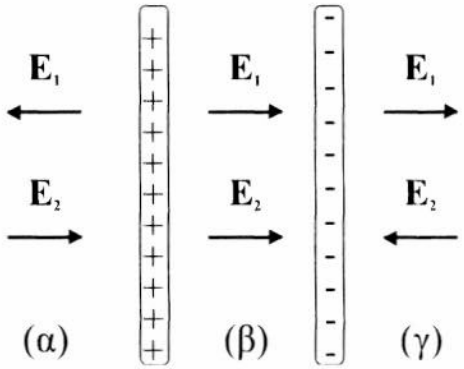
Επομένως $E = \dfrac{\lambda L}{2\pi rL\varepsilon_o} = \dfrac{1}{2\pi\varepsilon_o}\dfrac{\lambda}{r}$

β) Αν η επιφάνεια Gauss έχει ακτίνα $r \geq R$, το φορτίο που θα περικλείει θα είναι $Q_{\varepsilon\gamma\kappa} = +\lambda L + (-\lambda L) = 0$ επομένως $\Phi = 0$ και E=0

3.88 Το ηλεκτρικό πεδίο θα υπολογιστεί ως το αποτέλεσμα της επαλληλίας του πεδίου που δημιουργείται από το θετικά φορτισμένο φύλλο και του πεδίου που δημιουργεί το αρνητικά φορτισμένο φύλλο.

Μόνο του το θετικά φορτισμένο φύλλο θα δημιουργούσε γύρω του ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης μέτρου $E_1 = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_o}$ (παράδειγμα 3.3 στη σελίδα 88 στο βιβλίο του μαθητή)

Μόνο του το αρνητικά φορτισμένο φύλλο θα δημιουργούσε γύρω του ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης μέτρου $E_2 = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_o}$



Σχ. 3.11

Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας το πεδίο που δημιουργείται από τα δύο φορτισμένα φύλλα είναι σε κάθε σημείο $\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2$

Έτσι στην περιοχή (α) και στην περιοχή (γ) (σχήμα 3.11) $\mathbf{E} = 0$, ενώ στην περιοχή (β) το πεδίο έχει μέτρο $E = E_1 + E_2 = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_o}$

3.89 Από το θεώρημα έργου - ενέργειας βρίσκουμε

$W = \Delta K$, επομένως $Fel = \dfrac{1}{2}m_e\upsilon^2$ και $E = \dfrac{m_e\upsilon^2}{2el} = 3\times10^5\,N/C$

3.90 α) Η ελκτική δύναμη Coulomb που δέχεται το ηλεκτρόνιο από τον πυρήνα δρα ως κεντρομόλος: $k\frac{e^2}{r^2} = m\frac{\upsilon^2}{r}$ ή $k\frac{e^2}{r} = m\upsilon^2$ (1)

Η κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου είναι $K = \frac{1}{2}m\upsilon^2$ η οποία γίνεται από την (1) $K = \frac{1}{2}k\frac{e^2}{r}$

β) $U = -k\frac{e^2}{r}$

γ) $E = K + U = -\frac{1}{2}k.\frac{e^2}{r}$

δ) Το ελάχιστο ποσό ενέργειας που πρέπει να προσφερθεί είναι εκείνο για το οποίο η απόσταση μεταξύ του ηλεκτρονίου και του πυρήνα θα γίνει άπειρη και η κινητική ενέργεια του συστήματος μηδενική.
Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας

$$E = \Delta E_{\Sigma\Upsilon\Sigma\Tau\Eta\Mu\Alpha\Tau\Omega\Sigma} = 0 - \left(-\frac{1}{2}k\frac{e^2}{r}\right) = \frac{1}{2}k\frac{e^2}{r}$$

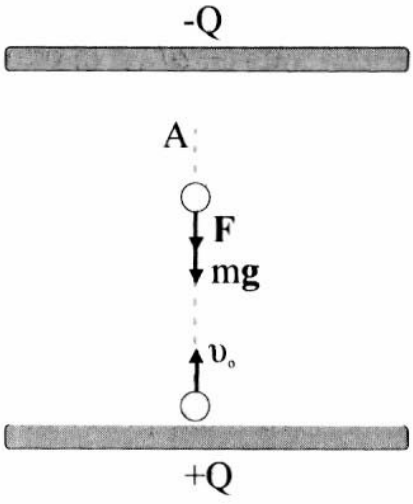
3.91 Εφαρμόζοντας το θεώρημα έργου - ενέργειας για την κίνηση του πρωτονίου από την αρνητική ως την θετική πλάκα

$W = \Delta K$ επομένως $(V_{(-)} - V_{(+)})e = 0 - \frac{1}{2}m\upsilon_o^2$

Όπου $V_{(-)}$ και $V_{(+)}$ τα δυναμικά της αρνητικής και της θετικής πλάκας αντίστοιχα και $V = V_{(+)} - V_{(-)}$ η τάση μεταξύ των πλακών. Επομένως

$Ve = \frac{1}{2}m\upsilon_o^2$ άρα $V = \frac{m\upsilon_o^2}{2e} = 1250V$

3.92 $E = \frac{V}{d} = 10^5 N/C$ Η δύναμη που δέχεται το σφαιρίδιο από το ηλεκτρικό πεδίο είναι $F = E|q| = 10^{-3} N$ και έχει φορά αντίθετη από τη φορά των δυναμικών γραμμών



Σχ. 3.12

Το βάρος του είναι $w = mg = 5 \times 10^{-3} N$ (δεν μπορεί να αγνοηθεί)

Επομένως το σφαιρίδιο κινείται με επιβράδυνση $a = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{F + w}{m} = 12 m/s^2$

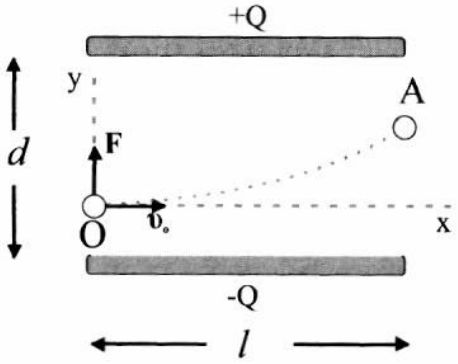
$\upsilon = \upsilon_o - at$ για $\upsilon = 0$ βρίσκουμε το χρόνο που χρειάζεται για να φτάσει στο σημείο Α στο οποίο στιγμιαία μηδενίζεται η ταχύτητα του. $t_A = \frac{\upsilon_o}{a}$

Η απόσταση y του σημείου Α από το σημείο βολής:

$$y = \upsilon_o t_A - \frac{1}{2} a t_A^2 = 3cm$$

Η ελάχιστη απόσταση του σφαιριδίου από τον αρνητικό οπλισμό είναι: $d - y = 1cm$

3.93 Αναλύουμε την κίνηση του ηλεκτρονίου στους άξονες x (διεύθυνση της αρχικής ταχύτητας) και y (διεύθυνση των δυναμικών γραμμών). Στον άξονα x η κίνηση του ηλεκτρονίου είναι ευθύγραμμη ομαλή, επομένως ο χρόνος κίνησής τους μέσα στο πεδίο είναι $t_{OA} = \frac{l}{\upsilon_o}$ (1)



Σχ. 3.13

Στον άξονα y τα ηλεκτρόνια έχουν επιτάχυνση

$$a = \frac{F}{m} = \frac{Ee}{m} = \frac{Ve}{dm} \quad (2)$$

Η απόκλιση της δέσμης κατά την έξοδο της από το πεδίο δίνεται από τη σχέση

$y = \frac{1}{2} a t_{OA}^2$ η οποία γίνεται από τις (1) και (2) $y = \frac{1}{2} \frac{Ve}{m} \frac{l^2}{\upsilon_o^2} = 12{,}6mm$

Αν Ο το σημείο εισόδου της δέσμης στο πεδίο και Α το σημείο εξόδου

$E = \frac{V_A - V_O}{y}$ ή $\frac{V}{d} = \frac{V_A - V_O}{y}$ άρα $V_A - V_O = y\frac{V}{d} = 50{,}4V$

3.94 α) Έστω Α το σημείο της επιφάνειας της σφαίρας από το οποίο ξέφυγε το ηλεκτρόνιο και Γ το σημείο της τροχιάς του που απέχει απόσταση r από το κέντρο της σφαίρας.

Εφαρμόζουμε το θεώρημα έργου ενέργειας κατά την κίνηση του ηλεκτρονίου από σημείο Α στο Γ.

$W = \Delta K$ επομένως $(V_A - V_\Gamma)(-e) = \frac{1}{2} m_e \upsilon^2$ ή

$(K_c \frac{Q}{R} - K_c \frac{Q}{r})(-e) = \frac{1}{2} m_e \upsilon^2$ άρα

$$\upsilon = \sqrt{\frac{-2K_c Qe}{m_e}\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r}\right)} = 2{,}66 \times 10^6 m/s$$

β) Το ηλεκτρόνιο επιταχύνεται εξαιτίας της απωστικής δύναμης που δέχεται από τη φορτισμένη σφαίρα. Θα πάψει να επιταχύνεται όταν θα βρίσκεται πολύ μακριά από τη σφαίρα (σε άπειρη απόσταση). Τότε θα έχει αποκτήσει τη μέγιστη ταχύτητα.

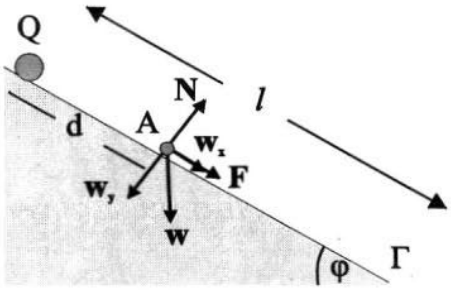
Το θεώρημα - έργου ενέργειας δίνει για την κίνηση του ηλεκτρονίου από το σημείο Α στο έως το άπειρο.

$W = \Delta K$ επομένως $V_A(-e) = \frac{1}{2} m_e \upsilon^2$ ή $-K_c \frac{Q}{R} e = \frac{1}{2} m_e \upsilon^2$

ή $\upsilon = \sqrt{\frac{-2K_c Qe}{m_e R}} = 3{,}26 \times 10^6 m/s$

3.95 Έστω Α το σημείο από το οποίο αφέθηκε το σωματίδιο Σ και Γ το σημείο της βάσης του πλαγίου επιπέδου από το οποίο θα περάσει.

Εφαρμόζουμε το θεώρημα έργου ενέργειας κατά την κίνηση του σωματιδίου από το Α στο Γ



Σχ. 3.14

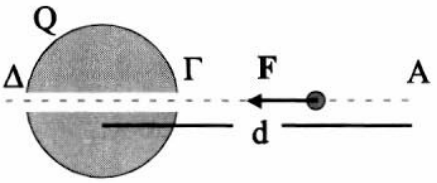
$W = \Delta K$ επομένως

$$mg\eta\mu\phi(l-d)+(V_A-V_\Gamma)q=\frac{1}{2}m\upsilon^2$$

ή $$mg\eta\mu\phi(l-d)+K_cQq(\frac{1}{d}-\frac{1}{l})=\frac{1}{2}m\upsilon^2$$ άρα

$$\upsilon=\sqrt{2g\eta\mu\phi(l-d)+\frac{2K_cQq}{m}(\frac{1}{d}-\frac{1}{l})}=9{,}6m/s$$

3.96 Έστω Α το σημείο από το οποίο αφήνεται το σημειακό φορτίο και Γ το ένα άκρο της οπής του σφαιρικού αγωγού.



Σχ. 3.15

Εφαρμόζουμε το θεώρημα έργου ενέργειας κατά τη μετακίνηση του σημειακού φορτίου από το σημείο Α στο Γ.

$W = \Delta K$ επομένως $(V_A-V_\Gamma)q=\frac{1}{2}m\upsilon^2$ ή

$$K_cQq(\frac{1}{d}-\frac{1}{R})=\frac{1}{2}m\upsilon^2$$ άρα

$$\upsilon=\sqrt{\frac{2K_cQq}{m}(\frac{1}{d}-\frac{1}{R})}=13{,}8m/s$$

Στο εσωτερικό του σφαιρικού αγωγού δεν υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο. Έτσι η κίνηση του σημειακού φορτίου, μέσα στην οπή, είναι ευθύγραμμη ομαλή.

Το σωματίδιο βγαίνει από την οπή μετά από χρόνο $t=\frac{2R}{\upsilon}=14{,}4ms$

3.97 Η ορμή του συστήματος των δύο σφαιρών διατηρείται:

$\mathbf{p}_{ΑΡΧ.}=\mathbf{p}_{ΜΕΤΑ}$ επομένως $0=m\upsilon_1-2m\upsilon_2$ άρα $\upsilon_1=2\upsilon_2$ (1)

Η μηχανική ενέργεια των δύο σφαιρών διατηρείται:

$K_{ΑΡΧ.}+U_{ΑΡΧ.}=K_{ΜΕΤΑ}+U_{ΜΕΤΑ}$ ή

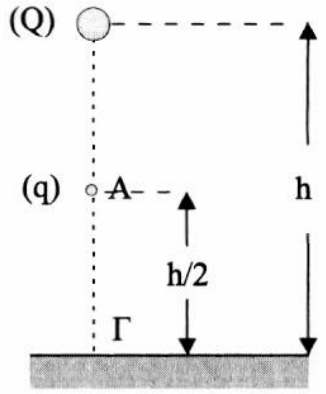
$$0+K_C\frac{q^2}{l}=\frac{1}{2}m\upsilon_1^2+\frac{1}{2}2m\upsilon_2^2+K_C\frac{q^2}{2l}\quad(2)$$

η (2) γίνεται από την (1)

$$K_C \frac{q^2}{l} = \frac{1}{2} m 4\upsilon_2^2 + \frac{1}{2} 2m\upsilon_2^2 + K_C \frac{q^2}{2l} \quad \text{άρα} \quad \upsilon_2 = q\sqrt{\frac{K_C}{6lm}}$$

και από την (1) έχουμε $\upsilon_2 = 2q\sqrt{\frac{K_C}{6lm}}$

3.98 α) Έστω ότι η σφαίρα είναι αφόρτιστη και κινείται με την επίδραση μόνο του βάρους της.
Εφαρμόζομε το θεώρημα έργου ενέργειας κατά την κίνηση της από το σημείο Α στο Γ.



Σχ. 3.16

$$W = \Delta K \quad \text{επομένως} \quad mg\frac{h}{2} = \frac{1}{2} m\upsilon^2$$

άρα $\upsilon = \sqrt{gh} = 6m/s$

Η ταχύτητα αυτή είναι μικρότερη από την ταχύτητα της σφαίρας. Επομένως η σφαίρα είναι φορτισμένη ομόσημα με το φορτίο Q.
β) Έστω q το φορτίο που φέρει η σφαίρα. Εφαρμόζουμε το θεώρημα έργου - ενέργειας κατά την κίνηση της από το σημείο Α στο Γ.

$$W_w + W_F = \Delta K \quad \text{επομένως} \quad mg\frac{h}{2} + (V_A - V_\Gamma)q = \frac{1}{2} m\upsilon^2 \quad \text{ή}$$

$$mg\frac{h}{2} + (K_C \frac{Q}{h/2} - K_C \frac{Q}{h})q = \frac{1}{2} m\upsilon^2 \quad \text{ή}$$

$$q = \frac{mh(\upsilon^2 - gh)}{2K_C Q} = 0{,}8 \times 10^{-6} C$$

3.99 $$AB = \sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 + h^2} = 50cm$$

Τα δυναμικά του πεδίου που δημιουργούν τα φορτία Q_1 και Q_2 στα σημεία Α και Μ είναι:

$$V_A = V_1^A + V_2^A = K_C \frac{Q_1}{AB} + K_C \frac{Q_2}{A\Gamma} \qquad V_A = 18 \times 10^4 V$$

$$V_M = V_1^M + V_2^M = K_C \frac{Q_1}{BM} + K_C \frac{Q_2}{\Gamma M} \quad V_M = 30 \times 10^4 V$$

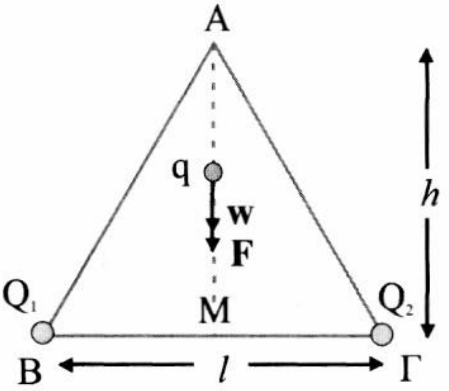
Από το θεώρημα έργου - ενέργειας κατά την κίνηση του q από το σημείο Α στο Μ

$$W_w + W_F = \Delta K$$

επομένως

$$mgh + (V_A - V_M)q = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \quad \text{άρα}$$

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2mgh + 2(V_A - V_M)q}{m}} = 4{,}2m/s$$



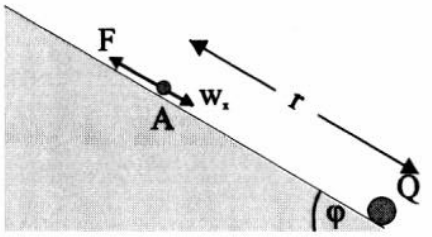
Σχ. 3.17

3.100 Η δύναμη

$$F = K_C \frac{Qq}{r^2} = 2{,}25 \times 10^{-3} N$$

που ασκείται στο φορτισμένο σώμα, στην αρχική του θέση Α, είναι μεγαλύτερη της συνιστώσας του βάρους

$$w_x = mg\,\eta\mu\phi = 0{,}25 \times 10^{-3}\,\text{N}$$



Σχ. 3.18

Επομένως το σώμα, όταν αφεθεί στο σημείο Α θα κινηθεί στο πλάγιο επίπεδο με κατεύθυνση προς τα πάνω.

α) Έστω Γ το σημείο στο οποίο θα μηδενιστεί στιγμιαία η ταχύτητα του και x η απόστασή του από το Q.

Από το θεώρημα - έργου ενέργειας κατά την κίνηση του m από το Α στο Γ παίρνουμε

$W_F + W_{wx} = \Delta K$ και επομένως $(V_A - V_\Gamma)q - mg\eta\mu\phi(x - r) = 0$ ή

$k_c Qq(\frac{1}{r} - \frac{1}{x}) - mg\eta\mu\phi(x - r) = 0$. Μετά τις αντικαταστάσεις παίρνουμε $x^2 - 1{,}3x + 0{,}36 = 0$ από όπου προκύπτει $x = 0{,}9m$

(η άλλη λύση της εξίσωσης είναι $x = 0{,}4m$, που αντιστοιχεί στην αρχική θέση του σώματος)

β) Το φορτισμένο σώμα κινείται με επιτάχυνση μέχρι τη στιγμή κατά την οποία η συνισταμένη των δυνάμεων που δέχεται γίνει ίση με μηδέν. Έστω ότι αυτό συμβαίνει στο σημείο Δ που απέχει από το Q απόσταση d.

$$F = w_x \quad \text{ή} \quad k_C \frac{Qq}{d^2} = mg\eta\mu\phi \quad \text{άρα} \quad d = 0{,}6m$$

Στη θέση αυτή αντιστοιχεί η μέγιστη τιμή της ταχύτητας
Από το θεώρημα έργου - ενέργειας κατά την κίνηση του m από το Α στο Δ παίρνουμε

$$W_F + W_w = \Delta K \quad \text{επομένως} \quad (V_A - V_\Delta)q - mg\eta\mu\phi(d-r) = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \quad \text{ή}$$

$$K_c Qq(\frac{1}{r} - \frac{1}{d}) - mg\eta\mu\phi(d-r) = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \quad \text{άρα}$$

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2K_c Qq}{m}(\frac{1}{r} - \frac{1}{d}) - 2mg\eta\mu\phi(d-r)} = 1m/s$$

3.101 α) $V = V_A - V_B = 100V$

β) Επειδή ο οπλισμός Α διατηρεί το φορτίο του, εξ επαγωγής, το διατηρεί και ο Β.
γ) Εφόσον το φορτίο του πυκνωτή δε μεταβάλλεται η τάση του θα παραμείνει 100V. Ο γειωμένος οπλισμός αποκτάει το δυναμικό της Γης δηλαδή $V_B = 0$ άρα $V_A = 100V$.

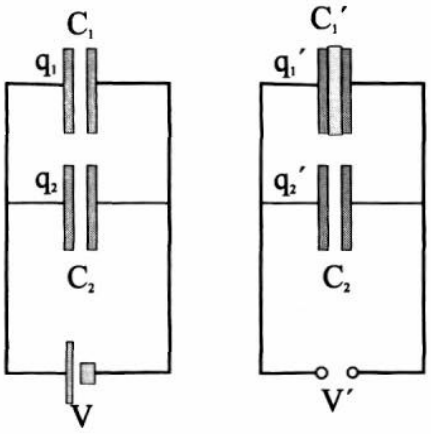
3.102 Το φορτίο του πυκνωτή είναι $Q = CV$
Επομένως το μέγιστο φορτίο αντιστοιχεί στη μέγιστη τιμή της τάσης μεταξύ των οπλισμών του $V = \frac{E}{d}$
Οι τιμές του μέγιστου φορτίου για το γυαλί και τον αέρα είναι αντίστοιχα

$$Q_\gamma = K\varepsilon_o \frac{A}{d}\frac{E_\gamma}{d} \quad \text{και} \quad Q_\alpha = \varepsilon_o \frac{A}{d}\frac{E_\alpha}{d}$$

από τις οποίες βρίσκουμε $\frac{Q_\gamma}{Q_\alpha} = \frac{KE_\gamma}{E_\alpha}$ ή $Q_\gamma = KQ_\alpha \frac{E_\gamma}{E_\alpha} = 46,7\mu C$

3.103 α) $q_1 = C_1 V = 120\mu C$ και

$q_2 = C_2 V = 120\mu C$



Σχ. 3.19

β) Με την εισαγωγή του διηλεκτρικού η χωρητικότητα του πυκνωτή C_1 γίνεται

$C_1' = KC_1 = 20\mu F$

Αν q_1', q_2' τα νέα φορτία που αποκτούν οι πυκνωτές και V' η κοινή τάση τους

$q_1' = C_1' V'$ (1) και

$q_2' = C_2' V'$ (2)

Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης του φορτίου $q_1 + q_2 = q_1' + q_2'$

Η σχέση αυτή, αν λάβουμε υπόψη τις (1) και (2), γίνεται

$q_1 + q_2 = (C_1' + C_2)V'$ από όπου βρίσκουμε $V' = 10V$

Επομένως οι πυκνωτές έχουν φορτία $q_1' = 200\mu F$ και $q_2' = 40\mu F$

3.104 α) Εφαρμόζουμε το θεώρημα έργου -ενέργειας για την κίνηση του διαστημικού οχήματος από το σημείο Α (που βρίσκεται σε ύψος h) μέχρι το σημείο Γ (που βρίσκεται στην επιφάνεια της Γης)

$W_w = \Delta K$ επομένως $(V_A - V_\Gamma)m = \frac{1}{2}m\upsilon^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_o^2$ ή

$$-G\frac{M_\Gamma}{R_\Gamma + h} + G\frac{M_\Gamma}{R_\Gamma} = \frac{1}{2}\upsilon^2 - \frac{1}{2}\upsilon_o^2 \quad \text{ή}$$

$$-\frac{g_o R_\Gamma^2}{2R_\Gamma} + \frac{g_o R_\Gamma^2}{R_\Gamma} = \frac{1}{2}\upsilon^2 - \frac{1}{2}\upsilon_o^2$$

άρα $\upsilon = \sqrt{g_o R_\Gamma + \upsilon_o^2} = 8\sqrt{2}\times 10^3 m/s$

β) Από το θεώρημα έργου - ενέργειας για την κίνηση του διαστημικού οχήματος από το σημείο Α μέχρι το σημείο Γ βρίσκουμε

$W_F + W_w = \Delta K$, επομένως $-Fh + (V_A - V_\Gamma)m = -\frac{1}{2}m\upsilon_o^2$ ή

$$-Fh + \left(-G\frac{M_\Gamma}{R_\Gamma + h} + G\frac{M_\Gamma}{R_\Gamma}\right)m = -\frac{1}{2}m\upsilon_o^2 \quad \text{ή}$$

$$-Fh+\frac{g_o R_\Gamma m}{2}=-\frac{1}{2}m\upsilon_o^2 \quad \text{και} \quad F=\frac{m(\upsilon_o^2+g_o R_\Gamma)}{2R_\Gamma}=8\times10^4\,\text{N}$$

3.105 α) Η μηχανική ενέργεια του συστήματος Γη-σταθμός διατηρείται, δηλαδή $U_1+K_1=U_2+K_2$

επομένως $-G\frac{M_\Gamma m}{r_1}+\frac{1}{2}m\upsilon_1^2=-G\frac{M_\Gamma m}{r_2}+\frac{1}{2}m\upsilon_2^2$

ή $-\frac{g_o R_\Gamma^2}{r_1}+\frac{\upsilon_1^2}{2}=-\frac{g_o R_\Gamma^2}{r_2}+\frac{\upsilon_2^2}{2}$ άρα

$$\upsilon_2=\sqrt{2g_o R_\Gamma^2\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_1}\right)+\upsilon_1^2}=6{,}16\times10^3\,m/s$$

β) Η ενέργεια E που πρέπει να προσφερθεί στη συσκευή ώστε να φτάσει στο άπειρο χωρίς κινητική ενέργεια, θα βρεθεί από την αρχή διατήρησης της ενέργειας.

$E_{\text{ΑΡΧ}}+E=E_{\text{ΤΕΛ}}$ (1) όπου $E_{\text{ΑΡΧ}}$, $E_{\text{ΤΕΛ}}$ η αρχική και τελική ενέργεια του συστήματος συσκευής – Γη. Επειδή κατά την περιφορά της συσκευής γύρω από τη Γη η μηχανική ενέργεια του συστήματος διατηρείται, η $E_{\text{ΑΡΧ}}$ είναι ίδια για όλα τα σημεία της τροχιάς.

Σύμφωνα με την (1)

$$-G\frac{M_\Gamma m}{r_1}+\frac{1}{2}m\upsilon_1^2+E=0 \quad \text{ή} \quad E=\frac{g_o R_\Gamma^2 m}{r_1}-\frac{m\upsilon_1^2}{2}=3{,}7\times10^9\,J$$

3.106 Η κίνηση του οχήματος μέχρι το ύψος h στο οποίο αποκτάει την ταχύτητα διαφυγής είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.

$\upsilon_\delta=at$ και $h=\frac{1}{2}at^2$ άρα $h=\frac{\upsilon_\delta^2}{2\alpha}$ (1)

$$\upsilon_\delta=\sqrt{\frac{2GM_\Gamma}{R_\Gamma+h}}=\sqrt{\frac{2g_o R_\Gamma^2}{R_\Gamma+h}} \quad (2)$$

Αντικαθιστώντας τη (2) στην (1) έχουμε $h=\frac{g_o R_\Gamma^2}{a(R_\Gamma+h)}$ ή

$h^2+64\times10^5 h-128\times10^{11}=0$ από όπου βρίσκουμε $h=1{,}6\times10^6\,m$

3.107 Εφαρμόζουμε το θεώρημα έργου - ενέργειας για την κίνηση του σώματος από την επιφάνεια της Γης (σημείο Γ) μέχρι το σημείο Α που βρίσκεται σε ύψος x και στο οποίο το σώμα αποκτάει την ταχύτητα διαφυγής.

$$W_F + W_w = \Delta K \quad \text{επομένως} \quad Fx + (V_\Gamma - V_A)m = \frac{1}{2}m\upsilon_\delta^2 \quad \text{ή}$$

$$Fx + \left(-G\frac{M_\Gamma}{R_\Gamma} + G\frac{M_\Gamma}{R_\Gamma + x}\right)m = \frac{1}{2}m\frac{2GM_\Gamma}{R_\Gamma + x} \quad \text{ή}$$

$$Fx + \left(-\frac{g_o R_\Gamma^2}{R_\Gamma} + \frac{g_o R_\Gamma^2}{R_\Gamma + x}\right)m = m\frac{g_o R_\Gamma^2}{R_\Gamma + x} \quad \text{ή} \quad Fx - g_o R_\Gamma m = 0$$

$$\text{άρα} \quad x = \frac{g_o R_\Gamma m}{F} = 3{,}2 \times 10^6\, m$$

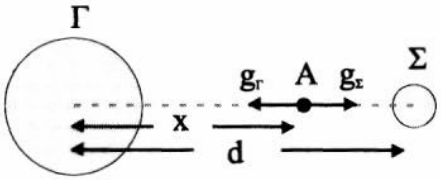
β) Από το θεώρημα έργου - ενέργειας για την κίνηση του σώματος από την επιφάνεια της Γης μέχρι το άπειρο, βρίσκουμε

$$W_F + W_w = \Delta K \quad \text{επομένως} \quad Fh + V_\Gamma m = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \quad \text{ή}$$

$$\text{ή} \quad Fh - \frac{g_o R_\Gamma^2}{R_\Gamma}m = \frac{1}{2}m\upsilon^2$$

$$\text{άρα} \quad \upsilon = \sqrt{\frac{2(Fh - g_o R_\Gamma m)}{m}} = 5{,}06 \times 10^3\, m/s$$

3.108 Έστω ότι η ένταση του πεδίου βαρύτητας είναι μηδέν στο σημείο Α που απέχει από το κέντρο της Γης απόσταση x. Στο σημείο αυτό:



Σχ. 3.20

$g_\Gamma = g_\Sigma$ επομένως

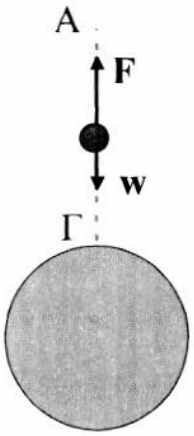
$$G\frac{M_\Gamma}{x^2} = G\frac{M_\Sigma}{(d-x)^2} \quad \text{ή}$$

$$\frac{x}{d-x} = \pm\sqrt{\frac{M_\Gamma}{M_\Sigma}} = \pm 9$$

Από $\dfrac{x}{d-x} = 9$ ή $\dfrac{x}{60R_\Gamma - x} = 9$ έχουμε $x = 54R_\Gamma$

Από $\dfrac{x}{d-x}=-9$ ή $\dfrac{x}{60R_\Gamma - x}=-9$ έχουμε $x=67{,}5R_\Gamma$. Η λύση αυτή απορρίπτεται γιατί το σημείο αυτό βρίσκεται πέρα από τη Σελήνη και στα σημεία αυτά οι εντάσεις που οφείλονται στη Γη και τη Σελήνη είναι ομόρροπες.

3.109 Εφαρμόζουμε το θεώρημα έργου - ενέργειας κατά την κίνηση του οχήματος από την επιφάνεια της Γης (σημείο Γ) μέχρι το ύψος h (σημείο Α).



Σχ. 3.21

$W_F + W_w = \Delta K$ (1)

Όμως $W_F = -2W_w$, επομένως η (1) γίνεται $-W_w = \Delta K$ ή

$$-(V_\Gamma - V_A)m = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \quad \text{η}$$

$$G\frac{M_\Gamma}{R_\Gamma} - G\frac{M_\Gamma}{R_\Gamma + h} = \frac{1}{2}\upsilon^2 \quad \text{ή}$$

$$\frac{g_o R_\Gamma^2}{R_\Gamma} - \frac{g_o R_\Gamma^2}{2R_\Gamma} = \frac{1}{2}\upsilon^2 \quad \text{από όπου} \quad \upsilon = \sqrt{g_o R_\Gamma} = 8\times 10^3\, m/s$$

3.110 α) Κατά την κυκλική κίνηση του δορυφόρου η δύναμη της βαρύτητας λειτουργεί ως κεντρομόλος $G\dfrac{M_\Gamma m}{(R_\Gamma + h)^2} = m\dfrac{\upsilon^2}{R_\Gamma + h}$

επομένως η ταχύτητα του δορυφόρου είναι $\upsilon = \sqrt{\dfrac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h}}$

Η μεταβολή στην κινητική ενέργεια του δορυφόρου κατά την αλλαγή της τροχιάς του είναι

$$\Delta K = \frac{1}{2}m\upsilon_2^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{GM_\Gamma}{16R_\Gamma/9} - \frac{GM_\Gamma}{2R_\Gamma}\right) \quad \text{ή}$$

$$\Delta K = \frac{1}{2}m\left(\frac{9g_o R_\Gamma^2}{16R_\Gamma} - \frac{g_o R_\Gamma^2}{2R_\Gamma}\right) = \frac{1}{32}mg_o R_\Gamma = 2\times 10^8\, J$$

β) Κατά την αλλαγή της τροχιάς, η βαρυτική δύναμη παράγει έργο

$$W_w = (V_2 - V_1)m = \left(-\frac{GM_\Gamma}{16R_\Gamma / 9} + \frac{GM_\Gamma}{2R_\Gamma} \right) m = 4 \times 10^8 J$$

Σύμφωνα με το θεώρημα έργου - ενέργειας κατά την κίνηση του δορυφόρου από την αρχική στην τελική τροχιά

$W_w - W_A = \Delta K$ ή $W_w - As = \Delta K$ άρα $s = 10^9 m$

3.111 α) Κατή την περιφορά του διαστημικού οχήματος γύρω από τη Σελήνη η δύναμη της βαρύτητας λειτουργεί ως κεντρομόλος

$$G\frac{M_\Sigma(\mathrm{M}+m)}{(R+h)^2} = (\mathrm{M}+m)\frac{\upsilon^2}{R+h}$$

επομένως η ταχύτητα του διαστημικού οχήματος και της σεληνακάτου είναι

$$\upsilon = \sqrt{\frac{GM_\Sigma}{R+h}} = \sqrt{\frac{20g_oR^2}{21R}} = \sqrt{\frac{20g_oR}{21}} \quad (1)$$

Κατά την απελευθέρωση της σεληνακάτου η ορμή του συστήματος όχημα –σεληνάκατος διατηρείται:

$\mathbf{p}_{\Pi\Pi\Pi\Pi} = \mathbf{p}_{ME\Pi A}$ επομένως $(M+m)\upsilon = Mv$ όπου v η ταχύτητα του διαστημικού οχήματος αμέσως μετά την απελευθέρωση της σεληνακάτου.

Λαμβάνοντας υπόψη και την (1) έχουμε $v = \frac{M+m}{M}\sqrt{\frac{20g_oR}{21}} = 1900 m/s$

β) Εφαρμόζοντας το θεώρημα έργου - ενέργειας από το σημείο στο οποίο ελευθερώθηκε η σεληνάκατος (σημείο Α) μέχρι την επιφάνεια της Σελήνης (σημείο Σ) :

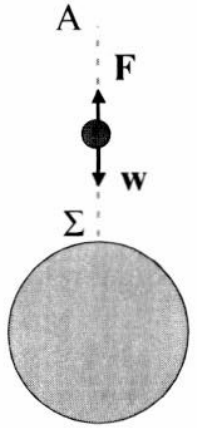
$W_F + W_w = \Delta K$

επομένως $W_F + (V_A - V_\Sigma)m = 0$ η

$$W_F + \left(-G\frac{M_\Sigma}{R+h} + G\frac{M_\Sigma}{R_\Sigma} \right) m = 0 \quad \text{ή}$$

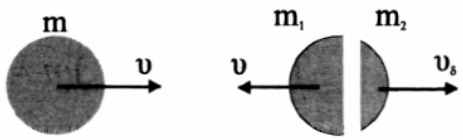
$$W_F + \left(-\frac{20g_oR^2}{21R} + \frac{g_oR^2}{R} \right) m = 0$$

άρα $W_F = -\frac{g_oR}{21} m = -192 \times 10^6 J$



Σχ. 3.22

3.112 Κατά την κυκλική κίνηση ενός δορυφόρου η δύναμη της βαρύτητας λειτουργεί ως κεντρομόλος



Σχ. 3.23

$$G\frac{M_\Gamma m}{(R_\Gamma + h)^2} = m\frac{\upsilon^2}{R_\Gamma + h}$$

επομένως η ταχύτητα ενός δορυφόρου είναι $\upsilon = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h}}$

Η ταχύτητα διαφυγής στο ύψος h είναι : $\upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2GM_\Gamma}{R_\Gamma + h}} = \upsilon\sqrt{2}$

Κατά την έκρηξη, η ορμή διατηρείται: $\mathbf{p}_{\text{ΑΜΕΣΩΣ ΠΡΙΝ}} = \mathbf{p}_{\text{ΑΜΕΣΩΣ ΜΕΤΑ}}$

Επομένως $m\upsilon = -m_1\upsilon + m_2\upsilon_\delta$ ή $m\upsilon = -m_1\upsilon + m_2\sqrt{2}\upsilon$ ή

$m = -m_1 + m_2\sqrt{2}$ (1)

Όμως $m = m_1 + m_2$ (2)

Από το σύστημα των εξισώσεων (1) και (2) βρίσκουμε

$m_1 = m(3 - 2\sqrt{2})$ και $m_2 = 2m(\sqrt{2} - 1)$

3.113 α) Οι πλανήτες περιστρέφονται περί το κέντρο μάζας τους με την ίδια γωνιακή ταχύτητα.

Μεταξύ των πλανητών ασκείται δύναμη $F = G\frac{m_1 m_2}{l^2}$. Η δύναμη αυτή λειτουργεί ως κεντρομόλος σε κάθε πλανήτη. Επομένως για τον πλανήτη μάζας m_1 ισχύει :

$$G\frac{m_1 m_2}{l^2} = m_1\frac{\upsilon_1^2}{r_1} \quad \text{ή} \quad G\frac{m_2}{l^2} = \frac{\omega^2 r_1^2}{r_1} \quad \text{ή} \quad G\frac{m_2}{l^2} = \omega^2 r_1 \quad (1)$$

και για τον πλανήτη μάζας m_2: $G\frac{m_1}{l^2} = \omega^2 r_2$ (2)

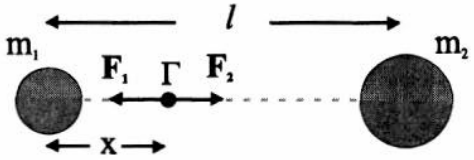
Διαιρώντας κατά μέλη τις (1) και (2) έχουμε $\frac{m_2}{m_1} = \frac{r_1}{r_2}$ ή $\frac{r_1}{r_2} = 4$ (3)

$r_1 + r_2 = l$ (4)

Από το σύστημα των εξισώσεων (3) και (4) βρίσκουμε :

$r_1 = 42{,}69 \times 10^6 m$ και $r_2 = 10{,}67 \times 10^6 m$

β) Το βλήμα αρκεί να φτάσει μέχρι το σημείο Γ στο οποίο οι ελκτικές δυνάμεις που δέχεται από τους δύο πλανήτες είναι αντίθετες.



Σχ. 3.24

$$G\frac{m_1 m}{x^2} = G\frac{m_2 m}{(l-x)^2} \quad \text{ή}$$

$$\left(\frac{l-x}{x}\right)^2 = 4 \qquad \text{άρα} \qquad x = \frac{l}{3} = \frac{40R_1}{3}$$

Αν Α το σημείο εκτόξευσης στην επιφάνεια του πρώτου πλανήτη

$$V_A = -G\frac{m_1}{R_1} - G\frac{m_2}{39R_1} = -\frac{43}{39}\frac{Gm_1}{R_1} \quad (5)$$

$$V_\Gamma = -G\frac{m_1}{40R_1/3} - G\frac{m_2}{40R_1 - 40R_1/3} = -\frac{18}{80}\frac{Gm_1}{R_1} \quad (6)$$

Εφαρμόζοντας το θεώρημα έργου - ενέργειας για την κίνηση του βλήματος από το σημείο Α ως το σημείο Γ έχουμε:

$$W_w = \Delta K \quad \text{επομένως} \quad (V_A - V_\Gamma)m = 0 - \frac{1}{2}m\upsilon^2$$

Αντικαθιστώντας τα δυναμικά από τις σχέσεις (5) και (6) βρίσκουμε $\upsilon = 1025{,}8 m/s$

ΜΑΓΝΗΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

4

Νόμος Biot-Savart 148

Νόμος Ampere 151

Νόμος Gauss 154

Κίνηση φορτισμένων σωματίων σε μαγνητικό πεδίο 157

Δύναμη Laplace 163

Σύνοψη 166

Ασκήσεις 167

4-1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Εικ. 4.1 Hans Christian Oersted (1777-1851). Καθηγητής φυσικής στην Κοπεγχάγη, ανακάλυψε τη μαγνητική δράση των ηλεκτρικών ρευμάτων, ανοίγοντας τους ορίζοντες για τη μελέτη του ηλεκτρομαγνητισμού.

Τα μεγάλα βήματα στην επιστήμη γίνονται στα ερευνητικά κέντρα που συγκεντρώνουν τους κορυφαίους επιστήμονες του καιρού τους και είναι εφοδιασμένα με τα πιο εξελιγμένα όργανα. Ο κανόνας, βέβαια, είχε τις εξαιρέσεις του.

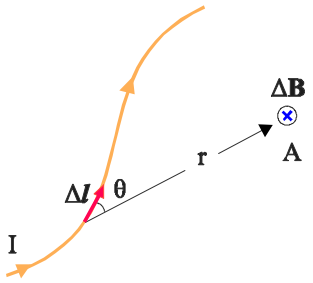
Στις εξαιρέσεις του κανόνα, ένας Δανός δάσκαλος της φυσικής σε σχολείο της Κοπεγχάγης, ο Hans Christian Oersted (Ερστεντ), κατά τη διάρκεια ενός πειράματος που έκανε στην τάξη του, παρατήρησε κάτι που στον καιρό του ήταν απίστευτο: το ηλεκτρικό ρεύμα επηρεάζει τη μαγνητική πυξίδα.

Μέχρι τότε γνώριζαν την ύπαρξη των μόνιμων μαγνητών και τη μεταξύ τους αλληλεπίδραση. Το πείραμα του Oersted έδειξε ότι και το ηλεκτρικό ρεύμα επιδρά στους μαγνήτες. Λίγο αργότερα, ο Γάλλος φυσικός Ampère, κάνοντας ένα βήμα μπροστά, υποστήριξε ότι το ηλεκτρικό ρεύμα είναι η μοναδική πηγή των μαγνητικών φαινομένων. Την ερμηνεία της σχέσης ανάμεσα στην κίνηση φορτίου και το μαγνητισμό την έδωσε πολύ αργότερα, το 1905, η θεωρία της σχετικότητας.

Οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ μαγνητών ή μεταξύ μαγνητών και κινούμενων φορτίων είναι αλληλεπιδράσεις από απόσταση και γι' αυτό η έννοια του πεδίου προσφέρεται για την περιγραφή τους. Αυτή τη φορά θα μιλήσουμε για το **μαγνητικό πεδίο**. Όπως κάναμε και στην περίπτωση των δυο άλλων πεδίων που μελετήσαμε, το μαγνητικό πεδίο θα το περιγράφουμε με την έντασή του (τη λένε και μαγνητική επαγωγή του πεδίου). Για λόγους απλότητας, θα λέμε «το μαγνητικό πεδίο **B**» και θα εννοούμε «το μαγνητικό πεδίο που έχει ένταση **B**».

Στο κεφάλαιο αυτό θα ασχοληθούμε αρχικά με τις πηγές του μαγνητικού πεδίου, που είναι τα ρεύματα, και στη συνέχεια με τις δυνάμεις που ασκούν τα μαγνητικά πεδία. Τα μαγνητικά πεδία που θα εξετάσουμε θα είναι σταθερά.

4-2 ΝΟΜΟΣ ΤΩΝ BIOT ΚΑΙ SAVART



Σχ. 4.1 Το μαγνητικό πεδίο Δ**B** που δημιουργεί το τμήμα Δ*l* του αγωγού στο σημείο Α, είναι κάθετο στο επίπεδο του βιβλίου και με φορά από τον αναγνώστη προς το βιβλίο. Η φορά δηλώνεται με το ⊗.

Λίγο μετά την ανακάλυψη του Oersted ότι το ηλεκτρικό ρεύμα δημιουργεί γύρω του μαγνητικό πεδίο, οι Biot και Savart (Μπιό και Σαβάρ), βασιζόμενοι σε πειραματικές μετρήσεις, κατέληξαν στο νόμο που δίνει το μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί ένας αγωγός ο οποίος διαρρέεται από ρεύμα.

Αν ένας αγωγός διαρρέεται από ρεύμα έντασης I, ένα πολύ μικρό τμήμα του, μήκους Δ*l*, δημιουργεί σε ένα σημείο Α που απέχει απόσταση r από το τμήμα Δ*l* μαγνητικό πεδίο ΔB μέτρου

$$\Delta B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\,\Delta l}{r^2}\eta\mu\theta \qquad (4.1)$$

Στη σχέση αυτή το θ είναι η γωνία που σχηματίζουν τα διανύσματα Δ***l*** και **r**. Η σταθερά μ_0 λέγεται **μαγνητική διαπερατότητα του κενού**. Το διάνυσμα Δ**B** είναι κάθετο στο επίπεδο που ορίζεται από το Δ***l*** και το **r** και η φορά του δίνεται από τον κανόνα του δεξιού χεριού.

Αν τοποθετήσουμε την παλάμη του δεξιού χεριού στο επίπεδο που ορίζεται από το $\Delta \boldsymbol{l}$ και το σημείο Α, έτσι ώστε ο αντίχειρας να δείχνει τη φορά του ρεύματος και τα υπόλοιπα δάχτυλα να βρίσκονται από την πλευρά του σημείου Α, τότε, αν τα κάμψουμε, τα υπόλοιπα δάχτυλα θα δείξουν τη φορά του $\Delta\mathbf{B}$.
Το τμήμα $\Delta \boldsymbol{l}$ θεωρείται προσανατολισμένο, με φορά ίδια με τη φορά του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό.

Το μαγνητικό πεδίο B, στο SI, μετριέται σε Tesla (T).
Η μαγνητική διαπερατότητα του κενού είναι $\mu_o = 4\pi \times 10^{-7}\ Tm/A$.

Ο νόμος των Biot και Savart, δίνει το μαγνητικό πεδίο που δημιουργείται από ένα μόνο πολύ μικρό τμήμα του αγωγού. Για να βρούμε το μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί σε ένα σημείο ολόκληρος ο αγωγός, πρέπει να χωρίσουμε τον αγωγό σε πολύ μικρά τμήματα και στη συνέχεια να αθροίσουμε (διανυσματικά) τα πεδία που δημιουργούν όλα τα μικρά τμήματα του αγωγού στο σημείο που εξετάζουμε.

$$\mathbf{B} = \Delta\mathbf{B}_1 + \Delta\mathbf{B}_2 + \Delta\mathbf{B}_3 + \ldots$$

Ο νόμος των Biot και Savart είναι θεμελιώδης νόμος στο μαγνητισμό και παίζει ρόλο ανάλογο με εκείνο του νόμου του Coulomb στο στατικό ηλεκτρισμό.

Εικ. 4.2 Jean Baptiste Biot (1774-1862). Γαλλία. Απόφοιτος της περίφημης École Polythechnique και καθηγητής στο Colège de France. Ασχολήθηκε σχεδόν με όλους τους τομείς της Φυσικής. Συνεργάστηκε με τον Savart σε μια θεωρία για το μαγνητισμό. Βραβεύθηκε από τη βασιλική εταιρεία επιστημών της Αγγλίας, κάτι ασυνήθιστο αν λάβει κανείς υπόψη του την εχθρότητα που υπήρχε στην εποχή του ανάμεσα στην Αγγλία και τη Γαλλία και στο επιστημονικό πεδίο.

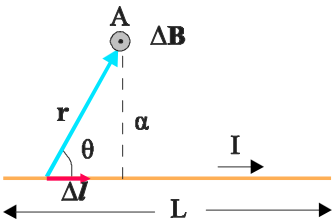
4-3 ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΟΥ ΝΟΜΟΥ ΤΩΝ BIOT ΚΑΙ SAVART

Το μαγνητικό πεδίο ευθύγραμμου ρευματοφόρου αγωγού

Έστω το ευθύγραμμο σύρμα του σχήματος 4.2, μήκους L που διαρρέεται από ρεύμα έντασης I. Για να υπολογίσουμε το μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί ο αγωγός στο σημείο Α, που απέχει απόσταση α από τον αγωγό, χωρίζουμε τον αγωγό σε πολύ μικρά τμήματα. Έστω ένα τέτοιο τμήμα μήκους Δl που απέχει απόσταση r από το σημείο Α. Το μικρό αυτό τμήμα δημιουργεί στο σημείο Α μαγνητικό πεδίο μέτρου

$$\Delta B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\,\Delta l}{r^2}\eta\mu\theta$$

Το $\Delta\mathbf{B}$ είναι κάθετο στο επίπεδο της σελίδας με φορά προς τον αναγνώστη.



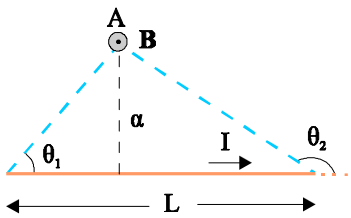
Σχ. 4.2 Στο σημείο Α το μαγνητικό πεδίο οφείλεται στη συνεισφορά όλων των πολύ μικρών τμημάτων Δl του ευθύγραμμου ρευματοφόρου αγωγού.

Για να βρούμε το πεδίο που δημιουργεί ολόκληρος ο αγωγός, στο σημείο Α, αθροίζουμε τα πεδία όλων των τμημάτων στα οποία έχουμε χωρίσει τον αγωγό. Ο υπολογισμός του αθροίσματος αυτού απαιτεί τη χρήση ολοκληρωμάτων και υπερβαίνει το επίπεδο των μαθηματικών αυτού του βιβλίου. Το άθροισμα δίνει:

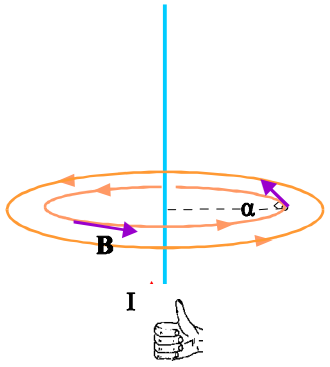
$$B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{\mathrm{I}}{\alpha}(\sigma\upsilon\nu\theta_1 - \sigma\upsilon\nu\theta_2) \qquad (4.2)$$

Αν το σύρμα έχει άπειρο μήκος (μήκος πολύ μεγαλύτερο από την απόσταση α) οι γωνίες θ_1 και θ_2 παίρνουν τιμές 0 και π αντίστοιχα, και η (4.2) δίνει:

$$B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\mathrm{I}}{\alpha} \qquad (4.3)$$



Σχ. 4.3 Στο σχήμα φαίνονται οι γωνίες θ_1 και θ_2 της σχέσης (4.2).



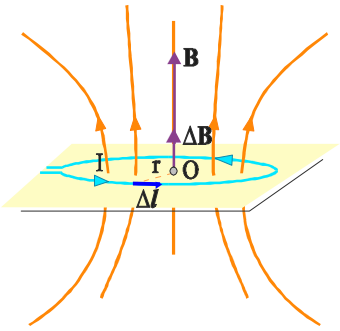
Σχ. 4.4 Με τον κανόνα του δεξιού χεριού μπορούμε να βρούμε τη φορά των δυναμικών γραμμών του πεδίου που δημιουργεί ο αγωγός.

Το μέτρο του **B** είναι σταθερό σε κάθε σημείο κύκλου ακτίνας α και η διεύθυνσή του, σε κάθε σημείο, κάθετη στο επίπεδο που ορίζεται από τον αγωγό και το σημείο. Οι δυναμικές γραμμές ενός τέτοιου πεδίου είναι ομόκεντροι κύκλοι με κέντρο πάνω στον αγωγό και με το επίπεδό τους κάθετο σ΄ αυτόν.

Το σχήμα 4.4 δίνει την τρισδιάστατη απεικόνιση του πεδίου που δημιουργεί ένας ευθύγραμμος ρευματοφόρος αγωγός πολύ μεγάλου μήκους. Η φορά των δυναμικών γραμμών μπορεί να βρεθεί εύκολα με τον κανόνα του δεξιού χεριού. Σύμφωνα με αυτόν, τοποθετούμε τον αντίχειρα του δεξιού χεριού στην κατεύθυνση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό και κάμπτουμε τα υπόλοιπα δάχτυλα. Η φορά των δυναμικών γραμμών είναι ίδια με τη φορά που καθορίζουν τα δάχτυλα.

Εικ. 4.3 Αισθητοποίηση του μαγνητικού πεδίου ευθύγραμμου αγωγού με ρινίσματα σιδήρου.

Το μαγνητικό πεδίο στο κέντρο κυκλικού ρευματοφόρου αγωγού.



Σχ. 4.5 Το μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί κυκλικός ρευματοφόρος αγωγός στο κέντρο του είναι κάθετο στο επίπεδο του κύκλου με φορά που βρίσκεται με τον κανόνα του δεξιού χεριού.

Το σχήμα 4.5 δείχνει ένα κυκλικό αγωγό ακτίνας r που διαρρέεται από ρεύμα έντασης I. Για να υπολογίσουμε το μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί ένας τέτοιος αγωγός στο κέντρο του, χωρίζουμε τον αγωγό σε πολύ μικρά τμήματα. Ένα τέτοιο τμήμα Δl_1, σύμφωνα με το νόμο των Biot και Savart, δημιουργεί στο κέντρο Ο μαγνητικό πεδίο μέτρου

$$\Delta B_1 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\,\Delta l_1}{r^2}\,\eta\mu 90^o = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\,\Delta l_1}{r^2}$$

Η διεύθυνση του $\Delta\mathbf{B}_1$ είναι κάθετη στο επίπεδο του κύκλου και η φορά του προς τα πάνω. Το επόμενο πολύ μικρό τμήμα, μήκους Δl_2 δημιουργεί στο σημείο Ο μαγνητικό πεδίο μέτρου

$$\Delta B_2 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\,\Delta l_2}{r^2}$$

ίδιας κατεύθυνσης με το $\Delta\mathbf{B}_1$

Το μαγνητικό πεδίο **B** που δημιουργεί ολόκληρος ο κυκλικός αγωγός προκύπτει από το διανυσματικό άθροισμα των πεδίων που δημιουργούν τα τμήματα του αγωγού, και επειδή όλα έχουν την ίδια κατεύθυνση,

$$B = \Delta B_1 + \Delta B_2 + \Delta B_3 + \ldots = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I(\Delta l_1 + \Delta l_2 + ..)}{r^2} \qquad (4.4)$$

Το άθροισμα $\Delta l_1 + \Delta l_2 + ..$ δίνει την περίμετρο του κυκλικού αγωγού $2\pi r$ και η σχέση (4.4) γίνεται

$$B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi I}{r}$$

Το **B**, στο Ο, είναι κάθετο στο επίπεδο του κυκλικού αγωγού και η φορά του δίνεται από τον κανόνα του δεξιού χεριού.

Εικ. 4.4 Αισθητοποίηση του μαγνητικού πεδίου κυκλικού αγωγού με ρινίσματα σιδήρου.

Εικ. 4.5 Andre Marie Ampère (1775-1836). Γαλλία. Καθηγητής της École Polythechnique. Διατύπωσε μια συνθετική θεωρία για τον ηλεκτρομαγνητισμό και απέδωσε τις μαγνητικές ιδιότητες κάποιων υλικών σε μικροσκοπικά κλειστά ρεύματα στο εσωτερικό της ύλης.

4-4 Ο ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ AMPERE (ΑΜΠΕΡ)

Ο νόμος του Ampère είναι μια γενική σχέση ανάμεσα στο μαγνητικό πεδίο και στις πηγές του.

Είδαμε ότι ένας ευθύγραμμος ρευματοφόρος αγωγός δημιουργεί γύρω του μαγνητικό πεδίο της μορφής του σχήματος 4.6, με ένταση μέτρου

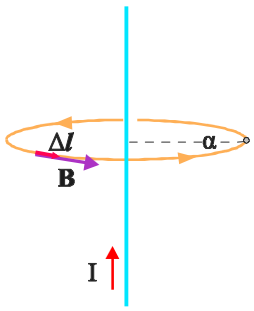
$$B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\mathrm{I}}{\alpha}$$

Ας χωρίσουμε μια δυναμική γραμμή σε πολύ μικρά τμήματα Δl και ας υπολογίσουμε το άθροισμα των γινομένων $B\,\Delta l\,\sigma\upsilon\nu\theta$ κατά μήκος της δυναμικής γραμμής. θ είναι η γωνία ανάμεσα στο $\Delta \boldsymbol{l}$ και στο **B.** Επειδή στο συγκεκριμένο πεδίο η γωνία αυτή είναι μηδέν, το συνημίτονο της γωνίας είναι μονάδα.

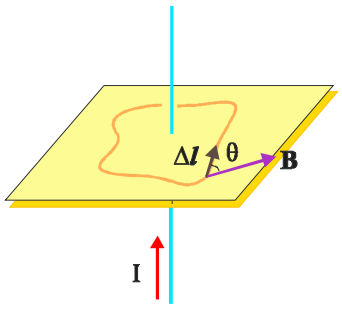
$\sum B\,\Delta l\,\sigma\upsilon\nu\theta = \sum B\,\Delta l$ και επειδή το μέτρο του B είναι σταθερό το άθροισμα γράφεται

$$\sum B\,\Delta l\,\sigma\upsilon\nu\theta = B\sum \Delta l = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{a}2\pi\alpha = \mu_o I$$

Αυτό σημαίνει ότι το άθροισμα του πρώτου μέλους είναι ανεξάρτητο της απόστασης α από τον αγωγό. Αποδεικνύεται ότι το αποτέλεσμα αυτό είναι γενικό και ισχύει για κάθε κλειστή διαδρομή μέσα από την οποία διέρχεται σταθερό ρεύμα. Στην περίπτωση που η κλειστή διαδρομή περικλείει περισσότερα του ενός ρεύματα - και δεν έχει σημασία αν οι αγωγοί είναι ευθύγραμμοι - κάθε ρεύμα που διέρχεται μέσα από το βρόχο (κλειστή διαδρομή) συνεισφέρει κατά $\mu_o I$.



Σχ. 4.6 Κατά μήκος της δυναμικής γραμμής τα Δl και **B** είναι συγγραμμικά (θ=0)



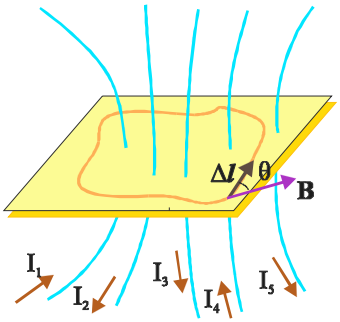
Σχ. 4.7 Το άθροισμα των γινομένων BΔ*l* συνθ κατά μήκος οποιασδήποτε κλειστής διαδρομής που περικλείει το ρεύμα I είναι ίσο με μ_o I.

Κατά μήκος μιας κλειστής διαδρομής το άθροισμα των γινομένων $B\,\Delta l\,\sigma\upsilon\nu\theta$ **ισούται με** $\mu_o I_{\varepsilon\gamma\kappa}$**, όπου** $I_{\varepsilon\gamma\kappa}$**, το αλγεβρικό άθροισμα των ρευμάτων που διέρχονται από την επιφάνεια η οποία περιβάλλεται από την κλειστή αυτή διαδρομή. (Νόμος Ampère).**

$$\sum B\,\Delta l\,\sigma\upsilon\nu\theta = \mu_o I_{\varepsilon\gamma\kappa}$$

Η φορά που αντιστοιχεί σε θετικό ρεύμα ορίζεται από τον κανόνα του δεξιού χεριού. Αν τα δάκτυλα του δεξιού χεριού, δείχνουν τη φορά κίνησης στο βρόχο, ο αντίχειρας ορίζει τη θετική φορά για τα ρεύματα.

Το B στην παραπάνω σχέση οφείλεται τόσο στα ρεύματα που περικλείει ο βρόχος (κλειστή διαδρομή) όσο και σε ρεύματα που βρίσκονται έξω από αυτόν.



Σχ. 4.8 Το άθροισμα των γινομένων BΔ*l*συνθ κατά μήκος κλειστής διαδρομής είναι ίσο με τη σταθερά μ_o επί το αλγεβρικό άθροισμα των ρευμάτων που περικλείει η κλειστή διαδρομή. Εδώ το αλγεβρικό άθροισμα των ρευμάτων είναι I_1-I_2-I_3+I_4.

Πρέπει να τονιστεί ότι ο νόμος του Ampère ισχύει μόνο για σταθερά ρεύματα και για σταθερά μαγνητικά πεδία.

Όπως ο νόμος του Gauss μάς επιτρέπει να υπολογίζουμε το ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται από συμμετρικές κατανομές φορτίου, έτσι και ο νόμος του Ampère μάς διευκολύνει να υπολογίζουμε την ένταση σε μαγνητικά πεδία που εμφανίζουν συμμετρία.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 4-1

Υπολογισμός του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ευθύγραμμος αγωγός με άπειρο μήκος, που διαρρέεται από ρεύμα σταθερής έντασης. (Το ίδιο πρόβλημα το έχουμε αντιμετωπίσει χρησιμοποιώντας το νόμο των Biot και Savart).

Απάντηση :

Η συμμετρία της διάταξης επιβάλλει το μέτρο του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ένας τέτοιος αγωγός να είναι ίδιο σε όλα τα σημεία που ισαπέχουν από τον αγωγό. Η διεύθυνση του πεδίου, σε κάθε σημείο, είναι κάθετη στο επίπεδο που σχηματίζει ο αγωγός και η απόσταση α του σημείου από αυτόν.
Δηλαδή το μέτρο του B είναι το ίδιο σε κάθε σημείο ενός κύκλου που έχει το κέντρο του πάνω στον αγωγό και το επίπεδό του κάθετο σ΄ αυτόν. Η διεύθυνσή του είναι εφαπτόμενη σε κάθε σημείο της περιφέρειας του κύκλου (σχ 4.9).

Για να εφαρμόσουμε το νόμο του Ampère επιλέγουμε μια κλειστή κυκλική διαδρομή ακτίνας α, με κέντρο πάνω στον αγωγό και το επίπεδό της κάθετο σ΄ αυτόν. Χωρίζουμε τη διαδρομή σε πολύ μικρά τμήματα Δ*l*.

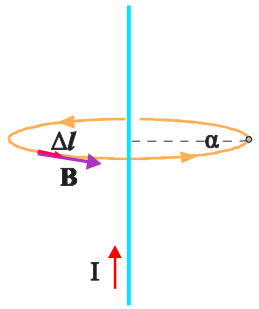
Θα υπολογίσουμε το άθροισμα των γινομένων $B\,\Delta l\,\sigma\upsilon\nu\theta$ κατά μήκος της κυκλικής διαδρομής. Η κατεύθυνση των τμημάτων $\Delta \boldsymbol{l}$ σε κάθε σημείο είναι ίδια με την κατεύθυνση του **B** σε εκείνο το σημείο επομένως η γωνία θ που σχηματίζουν είναι μηδέν και το συνημίτονό της μονάδα.

$\sum B\,\Delta l\,\sigma\upsilon\nu\theta = \sum B\,\Delta l$ και επειδή το μέτρο του **B** είναι σταθερό το άθροισμα γράφεται $\sum B\,\Delta l\,\sigma\upsilon\nu\theta = B\sum \Delta l = B\,2\pi\alpha$

Από το νόμο του Ampere έχουμε: $\sum B\,\Delta l\,\sigma\upsilon\nu\theta = \mu_o I_{\varepsilon\gamma\kappa} = \mu_o I$

Επομένως $B\,2\pi\alpha = \mu_o I$ ή $B = \dfrac{\mu_o}{2\pi}\dfrac{I}{\alpha}$ ή $B = \dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{2I}{\alpha}$

Φτάσαμε δηλαδή από άλλο δρόμο στη σχέση (4.3).



Σχ. 4.9 Εφαρμόζουμε το νόμο του Ampere σε κυκλική διαδρομή που συμπίπτει με μια δυναμική γραμμή.

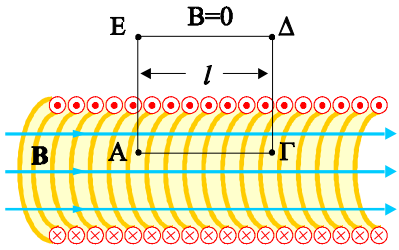
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 4-2

Υπολογισμός του μαγνητικού πεδίου σωληνοειδούς, απείρου μήκους, που διαρρέεται από ρεύμα σταθερής έντασης I.

Απάντηση :

Στο σχήμα 4.10 βλέπουμε μια τομή του σωληνοειδούς με επίπεδο που περιέχει τον άξονά του. Γνωρίζουμε (πειραματικά) ότι στο εσωτερικό ενός σωληνοειδούς μεγάλου μήκους το μαγνητικό πεδίο είναι ομογενές και παράλληλο με τον άξονά του. Έξω από το σωληνοειδές το πεδίο είναι ασθενές, συγκρινόμενο με το πεδίο στο εσωτερικό. Στην ιδανική περίπτωση που το μήκος του σωληνοειδούς είναι άπειρο, το μαγνητικό πεδίο έξω από αυτό μπορεί να θεωρηθεί μηδέν.

Για να εφαρμόσουμε το νόμο του Ampère επιλέγουμε μια διαδρομή σχήματος ορθογωνίου μήκους l, όπως στο σχήμα 4.10 .



Σχ. 4.10 Εφαρμόζουμε το νόμο του Ampère στη διαδρομή ΑΓΔΕΑ.

Το άθροισμα των γινομένων $B\,\Delta l\,\sigma\upsilon\nu\theta$ κατά μήκος της διαδρομής ΑΓ είναι Bl . Κατά μήκος των διαδρομών ΓΔ και ΕΑ το ίδιο άθροισμα είναι μηδέν γιατί, όπου υπάρχει, το μαγνητικό πεδίο είναι κάθετο στη διαδρομή. Επομένως $\sigma\upsilon\nu\theta = \sigma\upsilon\nu 90^o = 0$. Τέλος, κατά μήκος της ΔΕ είναι επίσης μηδέν γιατί στην περιοχή αυτή δεν υπάρχει μαγνητικό πεδίο (B=0). Επομένως

$$\sum B\,\Delta l\,\sigma\upsilon\nu\theta = Bl$$

Σύμφωνα με το νόμο του Ampere το άθροισμα αυτό είναι ίσο με το γινόμενο της σταθεράς μ_o επί το συνολικό ρεύμα που διαπερνά το ορθογώνιο πλαίσιο. Αν I το ρεύμα που διαρρέει κάθε σπείρα και N ο αριθμός των σπειρών που περιέχονται στο ορθογώνιο πλαίσιο, τότε το ολικό ρεύμα που διέρχεται είναι NI .

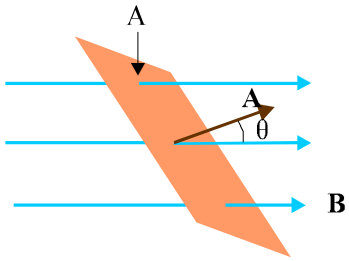
Επομένως $\sum B\,\Delta l\,\sigma\upsilon\nu\theta = \mu_o I_{\varepsilon\gamma\kappa} = \mu_o NI$ ή $Bl = \mu_o NI$ οπότε $B = \mu_o I\dfrac{N}{l}$ (4.5)

αν όπου N/l θέσουμε n , όπου το n αντιπροσωπεύει τον αριθμό των σπειρών ανά μονάδα μήκους, η σχέση (4.5) γίνεται:

$$B = \mu_0 In \qquad (4.6)$$

Παρόλο που η σχέση (4.6) βρέθηκε για σωληνοειδές απείρου μήκους, δίνει με μεγάλη ακρίβεια το μαγνητικό πεδίο στο εσωτερικό οποιουδήποτε σωληνοειδούς με μεγάλο μήκος. Στα άκρα του σωληνοειδούς η τιμή του B είναι μικρότερη, περίπου η μισή.

4-5 ΜΑΓΝΗΤΙΚΗ ΡΟΗ



Σχ. 4.11 Η επιφάνεια Α είναι τοποθετημένη σε ομογενές μαγνητικό πεδίο ώστε το κάθετο σ' αυτή διάνυσμα **A** να σχηματίζει γωνία θ με τις δυναμικές γραμμές.

Η ροή του μαγνητικού πεδίου ορίζεται με τρόπο ανάλογο με αυτόν που ορίστηκε η ροή του ηλεκτρικού πεδίου.

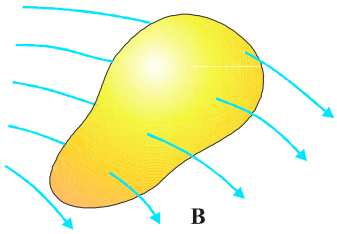
Έστω μια επίπεδη επιφάνεια εμβαδού Α μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο. Η μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια είναι

$$\Phi_m = BA\,\sigma\upsilon\nu\theta$$

όπου θ η γωνία ανάμεσα στις δυναμικές γραμμές και σε μια κάθετη στην επιφάνεια Α. Μονάδα της μαγνητικής ροής είναι το 1Wb (Βέμπερ).

Αν η επιφάνεια Α δεν είναι επίπεδη ή αν το μαγνητικό πεδίο δεν είναι ομογενές ή αν συμβαίνουν και τα δύο, για να υπολογίσουμε τη μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια χωρίζουμε την επιφάνεια σε στοιχειώδη τμήματα ΔΑ, τόσο μικρά ώστε να μπορούν να θεωρηθούν επίπεδα και το μαγνητικό πεδίο στην περιοχή καθενός να μπορεί να θεωρηθεί σταθερό. Υπολογίζουμε τη ροή που διέρχεται από κάθε επιφάνεια ΔΑ. Το άθροισμα των μαγνητικών ροών που διέρχονται από αυτά τα στοιχειώδη τμήματα θα είναι η ροή που περνάει από την επιφάνεια Α.

4-6 Ο ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ GAUSS ΣΤΟ ΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟ



Σχ. 4.12 Για κάθε κλειστή επιφάνεια ο αριθμός των δυναμικών γραμμών που εισέρχονται είναι ίσος με τον αριθμό των γραμμών που εξέρχονται.

Στην παράγραφο 3-3 είδαμε ότι η ηλεκτρική ροή που διέρχεται από μια κλειστή επιφάνεια είναι ανάλογη με το φορτίο που περικλείει η επιφάνεια. Αντίθετα με ό,τι συμβαίνει στο ηλεκτρικό πεδίο, στο οποίο οι δυναμικές γραμμές είναι ανοικτές (ξεκινούν από φορτία ή καταλήγουν σε φορτία), στο μαγνητικό πεδίο οι γραμμές είναι κλειστές, δεν έχουν αρχή και τέλος. Συνέπεια αυτής τους της ιδιότητας είναι ότι για κάθε κλειστή επιφάνεια μέσα στο μαγνητικό πεδίο, ο αριθμός των δυναμικών γραμμών που εισέρχονται είναι πάντα ίσος με τον αριθμό των γραμμών που εξέρχονται. Άρα η μαγνητική ροή που διέρχεται από μια οποιαδήποτε κλειστή επιφάνεια είναι μηδέν.

Η μαγνητική ροή που διέρχεται από μια κλειστή επιφάνεια είναι πάντοτε μηδενική. (Νόμος του Gauss στο μαγνητισμό)

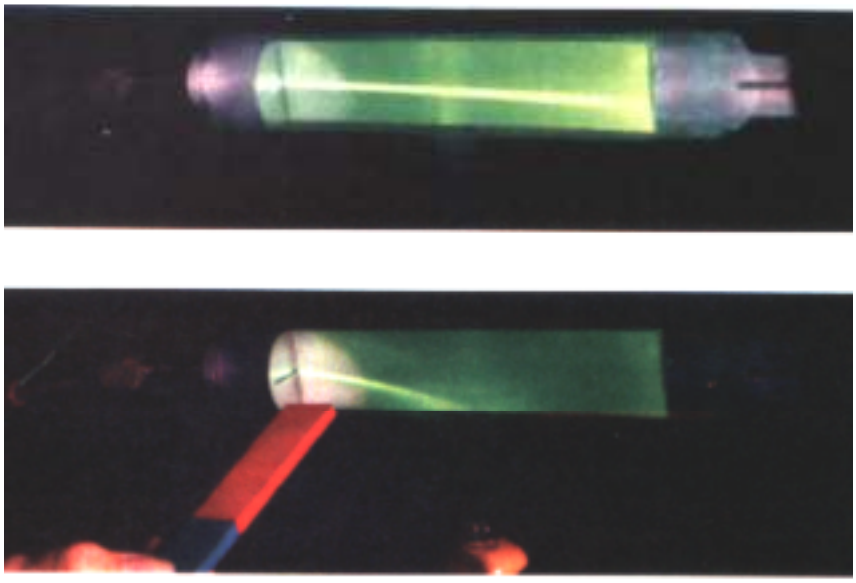
$$\Phi_m = 0 \qquad (4.7)$$

Το φυσικό περιεχόμενο αυτής της πρότασης είναι ότι δεν υπάρχουν σημειακές πηγές μαγνητικού πεδίου, όπως υπάρχουν στο ηλεκτρικό πεδίο Δηλαδή δεν υπάρχει μαγνητικό ανάλογο του φορτίου. Τόσο ο Coulomb, όσο και άλλοι πίστευαν ότι ο μαγνητισμός παράγεται από ΄΄κάτι΄΄ ανάλογο με το ηλεκτρικό φορτίο. Σήμερα αυτό το ανάλογο το αποκαλούμε μαγνητικό μονόπολο, που σημαίνει απομονωμένος μαγνητικός πόλος. Ο Ampère ήταν ο πρώτος που υποστήριξε ότι όλα τα μαγνητικά φαινόμενα προέρχονται από ηλεκτρικά ρεύματα (φορτία σε κίνηση), και δικαιώθηκε. Σε κανένα πείραμα μέχρι τώρα δεν έχουν βρεθεί μαγνητικά μονόπολα. Η ύπαρξη ενός μονόπολου θα ήταν εύκολο να ανιχνευτεί γιατί θα δημιουργούσε ακτινικό μαγνητικό πεδίο.

Η σχέση (4.7) δείχνει ότι δεν υπάρχουν άλλες πηγές μαγνητικού πεδίου εκτός από τα ρεύματα.

4-7 ΔΥΝΑΜΗ ΠΟΥ ΑΣΚΕΙ ΤΟ ΜΑΓΝΗΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ ΣΕ ΚΙΝΟΥΜΕΝΟ ΦΟΡΤΙΟ

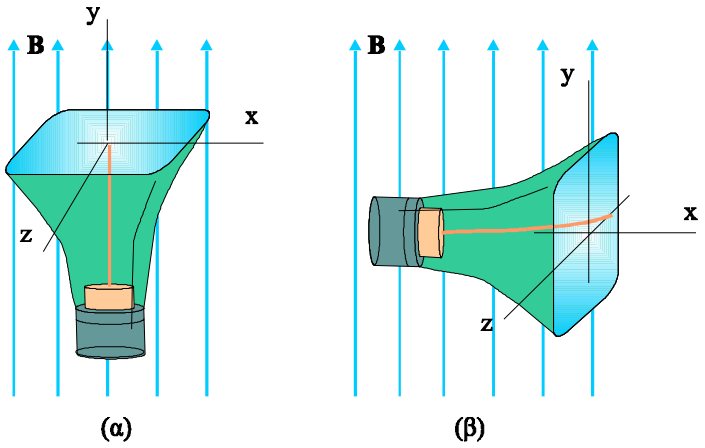
Ένα ακίνητο φορτισμένο σωματίδιο δεν αντιδρά μέσα σε ένα στατικό μαγνητικό πεδίο. Αν όμως κινείται εκτρέπεται από την πορεία του, ένδειξη ότι το σωματίδιο δέχεται δύναμη από το μαγνητικό πεδίο.



Εικ. 4.6 Η δέσμη ηλεκτρονίων που παράγεται στο σωλήνα καμπυλώνεται όταν πλησιάζουμε ένα μαγνήτη.

Υπάρχουν διάφορες τεχνικές που μας επιτρέπουν να παρακολουθήσουμε τη συμπεριφορά κινούμενων σωματιδίων μέσα στο μαγνητικό πεδίο Η εικόνα 4.6 δείχνει πώς μπορούμε να διαπιστώσουμε την εκτροπή που υφίσταται μια δέσμη ηλεκτρονίων από το μαγνητικό πεδίο.

Από την εκτροπή που υφίσταται ένα φορτισμένο σωματίδιο προκύπτει ότι η δύναμη που δέχεται από το μαγνητικό πεδίο είναι ανάλογη του μαγνητικού πεδίου, του φορτίου, της ταχύτητας του σωματίου και εξαρτάται και από την κατεύθυνση της κίνησης. Η δύναμη μεγιστοποιείται όταν το φορτισμένο σωματίδιο κινείται κάθετα στις δυναμικές γραμμές. Σε άλλες κατευθύνσεις ελαττώνεται και μηδενίζεται όταν κινείται παράλληλα στις δυναμικές γραμμές. Σε κάθε περίπτωση η δύναμη αυτή, όταν ασκείται, είναι κάθετη στη διεύθυνση του μαγνητικού πεδίου και στην ταχύτητα.



Σχ. 4.13 **(α)** Όταν η δέσμη των ηλεκτρονίων στον καθοδικό σωλήνα είναι παράλληλη με το διάνυσμα **B** δεν υφίσταται εκτροπή. **(β)** Όταν η δέσμη κινείται σε οποιαδήποτε άλλη διεύθυνση εκτρέπεται. Η μέγιστη εκτροπή παρατηρείται όταν η δέσμη είναι κάθετη στο **B**.

Η δύναμη που ασκεί το μαγνητικό πεδίο στα κινούμενα φορτία δεν έχει την ίδια διεύθυνση με την ένταση του πεδίου, όπως συμβαίνει με το ηλεκτρικό και το βαρυτικό πεδίο.

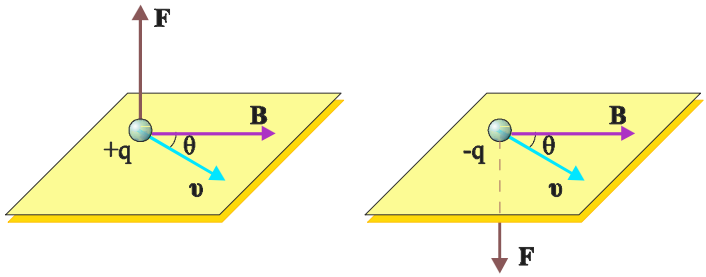
Η φορά της δύναμης εξαρτάται από το πρόσημο του φορτίου. Φορτία με αντίθετο πρόσημο δέχονται δυνάμεις αντίθετης κατεύθυνσης.

Πειράματα ακριβείας έδειξαν ότι :

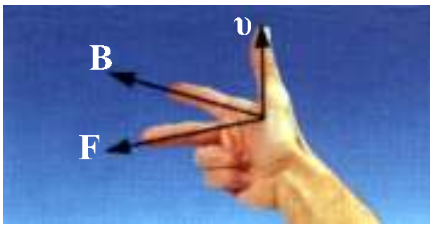
Το μαγνητικό πεδίο ασκεί στα κινούμενα ηλεκτρικά φορτία δύναμη [ονομάζεται δύναμη Lorentz (Λόρεντζ)] μέτρου

$$F = B|q|\upsilon\, \eta\mu\, \phi \qquad (4.8)$$

όπου φ η γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα του σωματιδίου με την κατεύθυνση του μαγνητικού πεδίου.
Η δύναμη αυτή είναι κάθετη στο επίπεδο που ορίζεται από την ταχύτητα και τη διεύθυνση του πεδίου και η φορά της δίνεται από τον κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού.



Σχ. 4.14 Η δύναμη που ασκείται από το μαγνητικό πεδίο σε ένα θετικό και ένα αρνητικό, σωματίδιο που κινείται με ταχύτητα υ.



Εικ. 4.7 Ο κανόνας των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού.

Ο κανόνας των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού εφαρμόζεται ως εξής :
Ο αντίχειρας, ο δείκτης και ο μέσος σχηματίζουν τρισορθογώνιο σύστημα. Τοποθετούμε τον αντίχειρα στην κατεύθυνση της κίνησης του θετικού φορτίου και στην αντίθετη αν πρόκειται για αρνητικό. Τοποθετούμε το δείκτη στην κατεύθυνση του μαγνητικού πεδίου (**B**). Ο μέσος δείχνει τότε την κατεύθυνση της δύναμης (εικ.4.7).

Εφόσον η δύναμη είναι πάντα κάθετη στην ταχύτητα του φορτίου, είναι κάθετη σε κάθε στοιχειώδη μετατόπισή του. Επομένως το έργο της σε κάθε τέτοια στοιχειώδη μετατόπιση είναι μηδέν. Συνδυάζοντας το συμπέρασμα αυτό με το θεώρημα έργου - ενέργειας συμπεραίνουμε ότι η δύναμη αυτή δε μπορεί να μεταβάλει την κινητική ενέργεια του φορτισμένου σωματιδίου.

Όταν ένα φορτισμένο σωματίδιο κινείται με ταχύτητα υ, μέσα σε μαγνητικό πεδίο, η δύναμη που του ασκεί το πεδίο μπορεί να μεταβάλει την κατεύθυνση αλλά όχι και το μέτρο της ταχύτητάς του.

4-8 ΚΙΝΗΣΗ ΦΟΡΤΙΣΜΕΝΩΝ ΣΩΜΑΤΙΔΙΩΝ ΜΕΣΑ ΣΕ ΜΑΓΝΗΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

Ένα φορτισμένο σωματίδιο που κινείται μέσα στο μαγνητικό πεδίο δέχεται από αυτό δύναμη που εξαρτάται από την ταχύτητά του. Θα μελετήσουμε ορισμένες ειδικές περιπτώσεις της κίνησης φορτισμένου σωματιδίου μέσα στο μαγνητικό πεδίο.

A) Κίνηση παράλληλα στις δυναμικές γραμμές

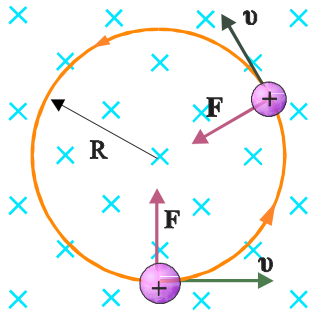
Αν ένα φορτισμένο σωματίδιο κινείται παράλληλα στις δυναμικές γραμμές, η γωνία φ στη σχέση (4.8) είναι ή 0° ή 180°. Και στις δυο περιπτώσεις το ημίτονο της γωνίας είναι μηδέν, οπότε από τη σχέση (4.8) προκύπτει ότι το μαγνητικό πεδίο δεν ασκεί δύναμη στο σωματίδιο. **Η κίνηση ενός τέτοιου σωματιδίου μέσα στο μαγνητικό πεδίο είναι ευθύγραμμη ομαλή.**

B) Κίνηση κάθετα στις δυναμικές γραμμές

Έστω ένα φορτισμένο σωματίδιο που κινείται με ταχύτητα υ κάθετη στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου που έχει κατεύθυνση κάθετη στο επίπεδο της σελίδας με φορά προς τα μέσα [1] (σχ.4.15). Το μαγνητικό πεδίο ασκεί στο σωματίδιο δύναμη το μέτρο της οποίας είναι

$$F = B|q|\upsilon \qquad (4.9)$$

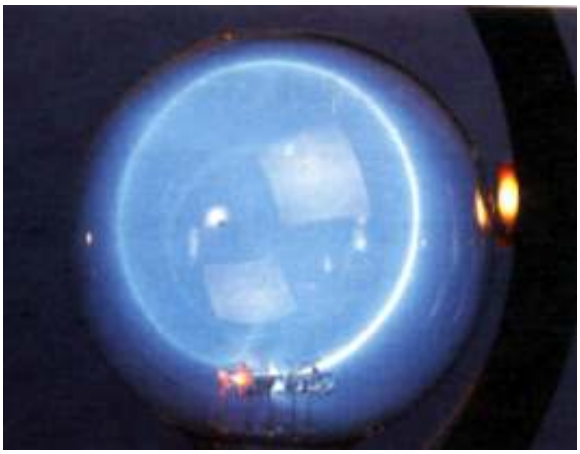
που προκύπτει από την (4.8), αν λάβουμε υπόψη ότι $\eta\mu 90^o = 1$



Σχ. 4.15 Θετικά φορτισμένο σωματίδιο που κινείται με ταχύτητα υ, κάθετα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου, δέχεται δύναμη σταθερού μέτρου, κάθετη στην ταχύτητά του. Το σωματίδιο διαγράφει κυκλική τροχιά μέσα στο μαγνητικό πεδίο.

Η κατεύθυνση της δύναμης, για θετικά φορτισμένο σωματίδιο, φαίνεται στο σχήμα 4.15 Η δύναμη αυτή έχει σταθερό μέτρο και είναι πάντα κάθετη στην ταχύτητα. Μια τέτοια δύναμη παίζει ρόλο κεντρομόλου δύναμης και αναγκάζει το σωματίδιο να κινηθεί κυκλικά.

Ένα φορτισμένο σωματίδιο που κινείται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο, κάθετα στις δυναμικές γραμμές, κάνει ομαλή κυκλική κίνηση.



Εικ 4.8 Πειραματική διάταξη για τη μελέτη της εκτροπής μιας δέσμης ηλεκτρονίων μέσα σε μαγνητικό πεδίο. Το μαγνητικό πεδίο είναι κάθετο στη διεύθυνση κίνησης της δέσμης. Τα ηλεκτρόνια κινούνται κυκλικά.

Εφόσον η δύναμη F παίζει ρόλο κεντρομόλου δύναμης, θα ισχύει

$$F = m\frac{\upsilon^2}{R} \qquad (4.10)$$

όπου R η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς που διαγράφει το σωματίδιο. Από τις σχέσεις (4.9) και (4.10) έχουμε

$$B|q|\upsilon = m\frac{\upsilon^2}{R}$$

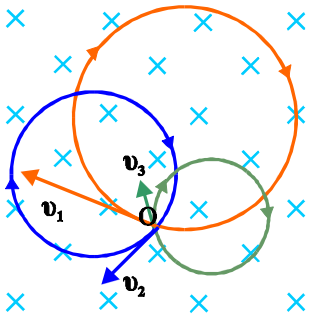
ή

$$R = \frac{m\upsilon}{B|q|} \qquad (4.11)$$

[1] Η κατεύθυνση αυτού του πεδίου συμβολίζεται με $\times$. Είναι σαν να βλέπουμε το πίσω μέρος ενός βέλους που διαπερνά κάθετα τη σελίδα του βιβλίου, κατευθυνόμενο από τον αναγνώστη προς αυτήν. Αντίθετα θα συμβολίζουμε με απλές κουκίδες ένα μαγνητικό πεδίο που κατευθύνεται από τη σελίδα προς τον αναγνώστη, απεικονίζοντας έτσι την αιχμή ενός βέλους.

Η περίοδος περιστροφής του σωματιδίου βρίσκεται αν πάρουμε υπόψη ότι $\upsilon = \frac{2\pi}{T} R$. Αν αντικαταστήσουμε την ακτίνα, από τη σχέση (4.11) προκύπτει

$$T = \frac{2\pi m}{B|q|} \qquad (4.12)$$

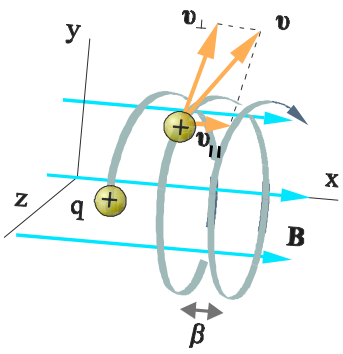


Σχ. 4.16 Τρία ηλεκτρόνια βάλλονται με διαφορετικές ταχύτητες κάθετα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου στο σημείο Ο. Η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς είναι ανάλογη της ταχύτητας. Η περίοδος είναι ίδια και στις τρεις περιπτώσεις.

Η τελευταία σχέση δείχνει ότι η περίοδος περιστροφής, δεν εξαρτάται από την ταχύτητα ή την ακτίνα της κυκλικής τροχιάς αλλά μόνο από το είδος του σωματιδίου (μάζα και φορτίο). Έτσι, αν σε ένα μαγνητικό πεδίο κινούνται κάθετα στις δυναμικές γραμμές του ηλεκτρόνια που έχουν διαφορετικές ταχύτητες, θα διαγράφουν κύκλους διαφορετικών ακτίνων αλλά οι περίοδοι περιστροφής τους θα είναι ίδιες (σχ.4.16).

Γ) Κίνηση με τυχαία γωνία ως προς τις δυναμικές γραμμές.

Έστω ένα σωματίδιο που εισέρχεται σε ομογενές μαγνητικό πεδίο και η κατεύθυνση της ταχύτητας σχηματίζει με τις δυναμικές γραμμές γωνία $0<\varphi<90^o$. Αναλύουμε την ταχύτητά του υ σε μια συνιστώσα παράλληλη ($\upsilon_{\parallel}$) και μια κάθετη ($\upsilon_{\perp}$) στις δυναμικές γραμμές. Αν το σωματίδιο είχε μόνο τη $\upsilon_{\parallel}$ θα έκανε ευθύγραμμη ομαλή κίνηση (περίπτωση Α). Αν είχε μόνο τη $\upsilon_{\perp}$ θα έκανε ομαλή κυκλική κίνηση (περίπτωση Β). Από τη σύνθεση των δύο κινήσεων προκύπτει μια ελικοειδής κίνηση (σχ. 4.17), με ακτίνα $R = \frac{m\upsilon_{\perp}}{B|q|}$ και περίοδο $T = \frac{2\pi m}{B|q|}$.



Σχ. 4.17 Κίνηση φορτισμένου σωματιδίου που βάλλεται πλάγια στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου.

Σε χρόνο μιας περιόδου το σωματίδιο προχωράει στη διεύθυνση του άξονα των x κατά $\beta = \upsilon_{\parallel} \cdot T = \upsilon_{\parallel} \frac{2\pi m}{B|q|}$. Η σταθερή αυτή απόσταση την οποία διανύει το σώμα στη διεύθυνση του πεδίου στο χρόνο κάθε περιόδου ονομάζεται βήμα της έλικας.

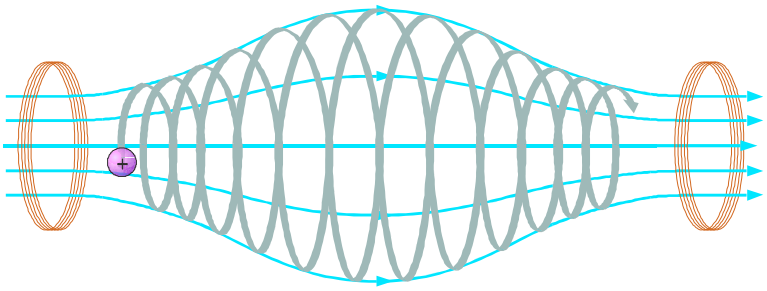
Δ) Κίνηση σε ανομοιογενές μαγνητικό πεδίο

Η τροχιά που διαγράφει ένα φορτισμένο σωματίδιο μέσα σε ανομοιογενές μαγνητικό πεδίο είναι γενικά πολύπλοκη και εξαρτάται κάθε φορά από τη μορφή του πεδίου.

Το σχήμα 4.18 δείχνει ένα ανομοιογενές πεδίο που δημιουργείται από δυο κυκλικά πηνία (πηνία που το μήκος τους είναι πολύ μικρότερο από τη διάμετρό τους), τα οποία έχουν τοποθετηθεί σε μεγάλη απόσταση, με τα επίπεδά τους παράλληλα. Ένα τέτοιο πεδίο είναι ισχυρό κοντά στα πηνία και ασθενές στο μέσο της διάταξης.

Ένα φορτισμένο σωματίδιο που ξεκινάει από το ένα άκρο του πεδίου κάνει ελικοειδή κίνηση. Όταν φτάσει στο άλλο άκρο του πεδίου η κίνησή του αναστρέφεται και το σωματίδιο, διαγράφοντας και πάλι ελικοειδή τροχιά,

επιστρέφει στο σημείο εκκίνησης. Η κίνηση αυτή του σωματιδίου επαναλαμβάνεται διαρκώς.



Σχ. 4.18 Μαγνητική φιάλη.

Ένα τέτοιο πεδίο παγιδεύει τα φορτισμένα σωματίδια και αναφέρεται συχνά ως «**μαγνητική φιάλη**».

Σε μαγνητικές φιάλες έχει επιτευχθεί η παγίδευση μεγάλων ποσοτήτων **πλάσματος** (δηλαδή «αερίου» που βρίσκεται σε θερμοκρασία πάνω από 10^6 K και αποτελείται από ηλεκτρόνια και θετικά ιόντα). Η παγίδευση του πλάσματος είναι ένα από τα προβλήματα που πρέπει να λυθούν προκειμένου να επιτύχουμε ελεγχόμενη θερμοπυρηνική σύντηξη και να εκμεταλλευτούμε για ειρηνικούς σκοπούς την ενέργεια που μας δίνει.

Μια μαγνητική φιάλη, που μόλις περιγράψαμε, σχηματίζει το μαγνητικό πεδίο της Γης. Όπως είναι γνωστό, οι δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου της Γης έχουν ίδια μορφή με τις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου ενός ευθύγραμμου μαγνήτη που θα είχε τους πόλους του κοντά στους γεωγραφικούς πόλους της Γης. Οι δυναμικές γραμμές αυτού του πεδίου είναι πυκνότερες στους πόλους.

Στην ατμόσφαιρα της Γης εισέρχονται φορτισμένα σωματίδια, κυρίως ηλεκτρόνια και πρωτόνια, που στο μεγάλο μέρος τους προέρχονται από τον Ήλιο. Μερικά από τα σωματίδια αυτά εγκλωβίζονται στο μαγνητικό πεδίο της Γης και κινούνται διαρκώς από τον ένα πόλο στον άλλο.

Το 1958, διαπιστώθηκε από τις καταγραφές των οργάνων που έφερε ο δορυφόρος Explorer 1 ότι η Γη περιβάλλεται από δυο ζώνες στις οποίες παρατηρήθηκε μεγάλη πυκνότητα φορτισμένων σωματιδίων. Οι ζώνες αυτές ονομάστηκαν ζώνες **Van Allen** (Βαν Άλεν) και αποτελούνται από δυο δακτυλίους που απέχουν από τη Γη 3.000 km, ο εσωτερικός, και 15.000 km, ο εξωτερικός.

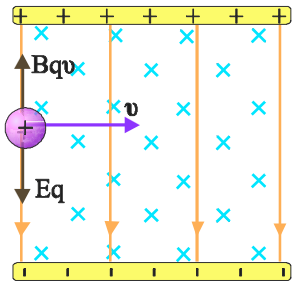
Η πυκνότητα των φορτισμένων σωματιδίων είναι ιδιαίτερα μεγάλη κοντά στους πόλους, όπου οι δυναμικές γραμμές του πεδίου πυκνώνουν. Εκεί, οι κρούσεις των φορτισμένων σωματιδίων με τα άτομα των αερίων της ατμόσφαιρας έχουν ως αποτέλεσμα την εκπομπή ορατής ακτινοβολίας. Η ακτινοβολία αυτή ονομάζεται «ακτινοβολία Cerenkov» (Τσερένκοφ).

Το **βόρειο σέλας**, που απεικονίζεται στο εξώφυλλο αυτού του βιβλίου και στην εικόνα 4.9, είναι αποτέλεσμα αυτής της ακτινοβολίας. Αντίστοιχο φαινόμενο, βέβαια, εκδηλώνεται και κοντά στο νότιο πόλο.

Εικ. 4.9 Βόρειο σέλας

4-9 ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΗΣ ΚΙΝΗΣΗΣ ΦΟΡΤΙΣΜΕΝΩΝ ΣΩΜΑΤΙΔΙΩΝ

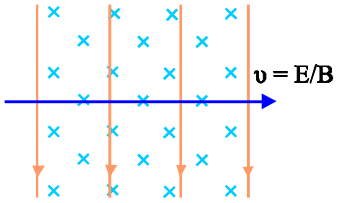
ΕΠΙΛΟΓΕΑΣ ΤΑΧΥΤΗΤΩΝ



Σχ. 4.19 Φορτισμένο σωματίδιο εισέρχεται με ταχύτητα υ, σε χώρο όπου υπάρχει ηλεκτρικό και μαγνητικό πεδίο, κάθετα μεταξύ τους και κάθετα στην ταχύτητα του σωματιδίου.

Ένα φορτισμένο σωματίδιο με μάζα m και φορτίο q εισέρχεται με ταχύτητα υ σε μια περιοχή όπου συνυπάρχουν ομογενές ηλεκτρικό και ομογενές μαγνητικό πεδίο, κάθετα μεταξύ τους. Η ταχύτητα του σωματιδίου είναι κάθετη στις δυναμικές γραμμές και των δύο πεδίων (σχ. 4.19). Το ηλεκτρικό πεδίο είναι κατακόρυφο προς τα κάτω ενώ το μαγνητικό πεδίο είναι κάθετο στο επίπεδο της σελίδας, με φορά προς τα μέσα. Αν το q είναι θετικό, από το ηλεκτρικό πεδίο δέχεται δύναμη μέτρου $|q|E$ με φορά προς τα κάτω, ενώ από το μαγνητικό δύναμη $B|q|\upsilon$ με φορά προς τα πάνω. Εάν επιλέξουμε τις εντάσεις των πεδίων ώστε η ηλεκτρική δύναμη να εξισορροπείται από τη μαγνητική, το σωματίδιο θα συνεχίσει ανεπηρέαστο την πορεία του. Εξισώνοντας τη μαγνητική και την ηλεκτρική δύναμη ($B|q|\upsilon = E|q|$), βρίσκουμε

$$\upsilon = \frac{E}{B} \qquad (4.13)$$

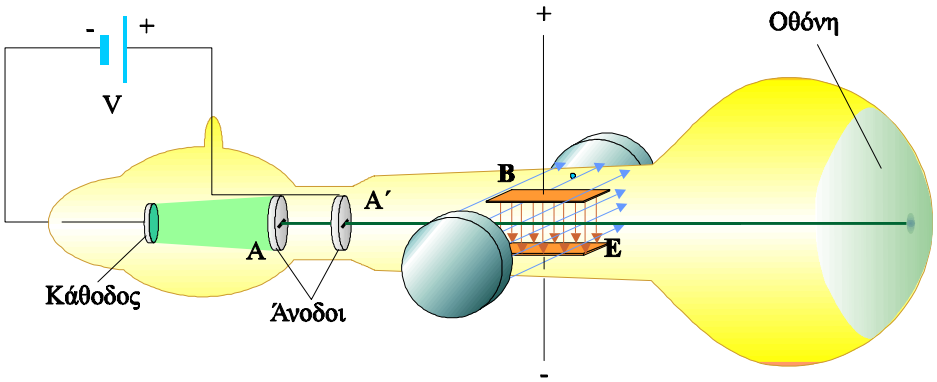


Σχ.4.20 Από τα θετικά φορτισμένα σωματίδια της δέσμης μόνο όσα έχουν ταχύτητα υ=E/B συνεχίζουν να κινούνται ευθύγραμμα ομαλά.

Αν όλα τα φορτισμένα σωματίδια μιας δέσμης έχουν ταχύτητα $\upsilon = \frac{E}{B}$ δεν εκτρέπονται από το σύνθετο πεδίο. Αν όμως η δέσμη αποτελείται από φορτισμένα σωματίδια με διαφορετικές ταχύτητες, τότε μόνο αυτά που έχουν ταχύτητα $\upsilon = \frac{E}{B}$ θα συνεχίσουν την ευθύγραμμη πορεία τους (σχ. 4.20). Μια τέτοια διάταξη επιτρέπει να απομονώσουμε τα σωματίδια ορισμένης ταχύτητας και γι' αυτό λέγεται «επιλογέας ταχυτήτων» ή «φίλτρο ταχυτήτων».

ΤΟ ΠΕΙΡΑΜΑ ΤΟΥ THOMSON (ΤΟΜΣΟΝ) ΚΑΙ Η ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΟΥ e/m

Αν και από την εποχή του Faraday υπέθεταν την ύπαρξη ηλεκτρικά φορτισμένων σωματιδίων μέσα στα άτομα, μόλις στο τέλος του προηγούμενου αιώνα (1897), ο J. J. Thomson απόδειξε πειραματικά την ύπαρξη ενός τέτοιου σωματιδίου, του ηλεκτρονίου. Το πείραμα του Thomson έγινε στο εργαστήριο του Cavendish του πανεπιστημίου του Cambridge, με μια συσκευή σαν αυτή που φαίνεται στο σχήμα 4.21.



Σχ. 4.21

Μέσα σε ένα καθοδικό σωλήνα, στον οποίο επικρατεί υψηλό κενό, ηλεκτρόνια που προέρχονται από μια πυρακτωμένη κάθοδο, επιταχύνονται από τη διαφορά δυναμικού V ανάμεσα στην κάθοδο και τις ανόδους Α και Α΄ και σχηματίζουν μια δέσμη. Σύμφωνα με το θεώρημα έργου-ενέργειας η κινητική ενέργεια που θα αποκτήσουν τα ηλεκτρόνια είναι ίση με το έργο της δύναμης του ηλεκτρικού πεδίου

$$\frac{1}{2}m\upsilon^2 = Ve \quad \text{ή} \quad \upsilon = \sqrt{\frac{2eV}{m}} \qquad (4.14)$$

όπου e το φορτίο του ηλεκτρονίου κατ' απόλυτη τιμή.

Εικ. 4.10 J.J.Thomson (1856-1940). Αγγλία. Από τους σημαντικότερους φυσικούς της τελευταίας εκατονταετίας. Οι εργασίες του συνέβαλαν ουσιαστικά στην ανάπτυξη της σύγχρονης ατομικής φυσικής. Τιμήθηκε με το βραβείο Νόμπελ (1906).

Η δέσμη των ηλεκτρονίων εισέρχεται σε ένα φίλτρο ταχυτήτων, σαν αυτό που περιγράψαμε προηγουμένως, και στη συνέχεια πέφτει σε μια οθόνη, στο άκρο του σωλήνα, η οποία είναι καλυμμένη με υλικό που φθορίζει. Στο σημείο που τα ηλεκτρόνια πέφτουν πάνω στην οθόνη το φθορίζον υλικό φωτοβολεί. Τα ηλεκτρόνια διέρχονται χωρίς απόκλιση από το φίλτρο ταχυτήτων μόνο όταν η ταχύτητά τους είναι $\upsilon = E/B$ ή σύμφωνα με την (4.14) όταν

$$\frac{E}{B} = \sqrt{\frac{2eV}{m}} \quad \text{από όπου βρίσκουμε ότι} \quad \frac{e}{m} = \frac{E^2}{2VB^2}$$

Οι ποσότητες E, V και B μπορούν να μετρηθούν και έτσι να προσδιοριστεί το πηλίκο e/m.

Ο Thomson βρήκε ότι το πηλίκο αυτό έχει πάντοτε την ίδια τιμή, ανεξάρτητα από το υλικό της καθόδου ή οποιαδήποτε άλλη συνθήκη του πειράματος. Το γεγονός αυτό έδειξε ότι τα σωματίδια της δέσμης, τα οποία τώρα πια ονομάζονται ηλεκτρόνια, είναι κοινό συστατικό όλης της ύλης. Έτσι, στον Thomson αποδίδεται η ανακάλυψη του ηλεκτρονίου.
Μια αποδεκτή σήμερα τιμή του πηλίκου αυτού είναι

$$e/m = 1{,}75881962 \times 10^{11}\, C/kg$$

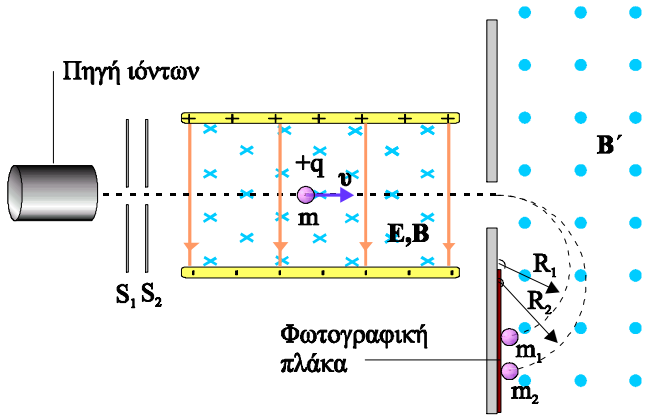
Ο Thomson απέδωσε τη μεγάλη τιμή του πηλίκου στη ΄΄μικρότητα της μάζας m ή στο μεγάλο φορτίο e, ή σε ένα συνδυασμό και των δύο΄΄. Δεκαπέντε χρόνια αργότερα ο Millikan υπολόγισε το στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο. Η τιμή του e και η τιμή του πηλίκου που υπολόγισε ο Thomson έκαναν δυνατό τον προσδιορισμό της μάζας του ηλεκτρονίου. Μια αποδεκτή σήμερα τιμή της μάζας του ηλεκτρονίου είναι $m_e = 9{,}1093897 \times 10^{-31}\, kg$.
Για την εργασία του ο Thomson τιμήθηκε με το βραβείο Νόμπελ.

ΦΑΣΜΑΤΟΓΡΑΦΟΣ ΜΑΖΑΣ

Ο φασματογράφος μάζας είναι ένα όργανο που διαχωρίζει ιόντα που έχουν διαφορετικό πηλίκο μάζας προς φορτίο.

Ο πρώτος φασματογράφος μάζας, κατασκευάστηκε το 1919 από τον Francis Aston (Άστον), μαθητή του Thomson. Στο σχήμα 4.22 φαίνεται μια παραλλαγή αυτού του φασματογράφου, που κατασκευάστηκε από τον Bainbridge (Μπέινμπριτζ)

Σχ. 4.22 Ο φασματογράφος μάζας του Bainbridge χρησιμοποιεί ένα φίλτρο ταχυτήτων για την παραγωγή δέσμης ιόντων με την ίδια ταχύτητα. Στην περιοχή του μαγνητικού πεδίου Β΄, τα ιόντα με τη μεγαλύτερη μάζα κινούνται σε τροχιά μεγαλύτερης ακτίνας.



Ιόντα από μια πηγή περνούν μέσα από τις σχισμές S_1 και S_2 σχηματίζοντας μια λεπτή δέσμη. Στη συνέχεια τα ιόντα περνούν μέσα από ένα φίλτρο ταχυτήτων με πεδία **E** και **B**, από όπου διέρχονται μόνο εκείνα που έχουν ταχύτητα

$$\upsilon = \frac{E}{B} \qquad (4.15)$$

Τέλος, τα ιόντα εισέρχονται σε μια περιοχή όπου υπάρχει ομογενές μαγνητικό πεδίο **B΄**, κάθετο στην ταχύτητά τους. Το μαγνητικό πεδίο τα αναγκάζει να κινηθούν σε ημικυκλική τροχιά, ακτίνας R, μέχρι να πέσουν πάνω σε μια φωτογραφική πλάκα. Από το ίχνος που αφήνουν στη φωτογραφική πλάκα μας είναι γνωστή η ακτίνα της τροχιάς που διέγραψαν.
Η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς μέσα στο μαγνητικό πεδίο είναι

$$R = \frac{m\upsilon}{B'q} \qquad (4.16)$$

Από (4.15) και (4.16) προκύπτει

$$\frac{m}{q} = \frac{RBB'}{E} \qquad (4.17)$$

Η ακτίνα R υπολογίζεται από το ίχνος που αφήνουν τα ιόντα στη φωτογραφική πλάκα ενώ τα πεδία E, B και B' είναι γνωστά.

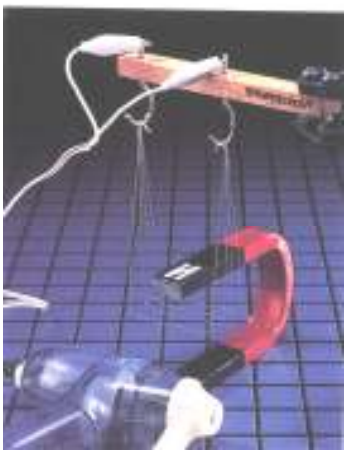
Δύο σωματίδια με ίδιο φορτίο αλλά με διαφορετική μάζα θα αφήσουν στη φωτογραφική πλάκα διαφορετικά ίχνη (σχ. 4.22).

Ένα από τα πρώτα αποτελέσματα που έδωσε ο φασματογράφος μάζας ήταν ότι το νέον αποτελείται από δύο είδη ατόμων, με γραμμοατομικές μάζες 20g/mol και 22g/mol αντίστοιχα. Αυτό οφείλεται στο διαφορετικό αριθμό νετρονίων που έχουν στον πυρήνα τους τα δύο αυτά είδη ατόμων νέου. Άτομα των οποίων οι πυρήνες έχουν τον ίδιο αριθμό πρωτονίων (ατομικός αριθμός) αλλά διαφορετικό αριθμό νουκλεονίων δηλαδή, πρωτονίων και νετρονίων (μαζικό αριθμό), ονομάζονται **ισότοπα**. Μεταγενέστερα πειράματα έδειξαν ότι πολλά στοιχεία έχουν ισότοπα. Για παράδειγμα το χλώριο υπάρχει με μαζικό αριθμό 35 (είναι και το 75% του χλωρίου στη φύση) και με μαζικό αριθμό 37 (το 25%), ο άνθρακας με μαζικό 12 αλλά και με μαζικό 14 κ.ο.κ.

Στην πράξη, με τη σχέση (4.17), μετράμε τις μάζες των διαφόρων ισοτόπων ενός δεδομένου ιόντος με γνωστό φορτίο. Επίσης, μπορούμε να μετρήσουμε και τους λόγους των μαζών, ακόμη και εάν δε γνωρίζουμε το φορτίο.

4-10 ΔΥΝΑΜΗ LAPLACE (ΛΑΠΛΑΣ)

Όπως είδαμε, ένα ηλεκτρικό φορτίο που κινείται μέσα σε μαγνητικό πεδίο δέχεται δύναμη από το πεδίο. Λογικό είναι να περιμένουμε ότι ένας ρευματοφόρος αγωγός που βρίσκεται μέσα σε μαγνητικό πεδίο θα δέχεται δύναμη από το πεδίο. Το ηλεκτρικό ρεύμα είναι το αποτέλεσμα της κίνησης πολλών φορτισμένων σωματιδίων μέσα στο αγωγό. Σε καθένα από αυτά τα σωματίδια το μαγνητικό πεδίο ασκεί δύναμη. Η συνολική δύναμη που δρα πάνω σε ένα αγωγό, είναι το μακροσκοπικό αποτέλεσμα των δυνάμεων που ασκεί το μαγνητικό πεδίο σε κάθε φορτισμένο σωματίδιο που κινείται μέσα στον αγωγό. Έτσι, μπορούμε, από τη δύναμη που δέχεται ένα σωματίδιο να υπολογίσουμε τη δύναμη που δέχεται ο ρευματοφόρος αγωγός. Ο υπολογισμός αυτός δίνεται στο τέλος της παραγράφου.



Εικ. 4.11 Όταν ο αγωγός που βρίσκεται ανάμεσα στους πόλους του μαγνήτη διαρρέεται από ρεύμα εκτρέπεται από τη θέση ισορροπίας του. Η εκτροπή του είναι αποτέλεσμα της δύναμης που δέχεται από το μαγνητικό πεδίο.

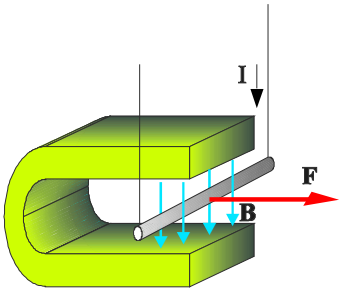
Το ότι το μαγνητικό πεδίο ασκεί δύναμη σε έναν αγωγό που διαρρέεται από ρεύμα, μπορούμε να το διαπιστώσουμε με τη διάταξη της εικόνας 4.11 Ένας οριζόντιος αγωγός ισορροπεί ανάμεσα στους πόλους ενός πεταλοειδούς μαγνήτη. Όταν ο αγωγός διαρρέεται από ρεύμα μετακινείται. Αν αντιστρέψουμε τη φορά του μαγνητικού πεδίου, ο αγωγός θα μετακινηθεί στην αντίθετη κατεύθυνση.

Η δύναμη που ασκεί το μαγνητικό πεδίο σε έναν αγωγό, ονομάζεται **δύναμη Laplace**.

Το μαγνητικό πεδίο ασκεί σε ευθύγραμμο ρευματοφόρο αγωγό που βρίσκεται μέσα σ΄ αυτό δύναμη

$$F = BIl\,\eta\mu\phi \qquad (4.18)$$

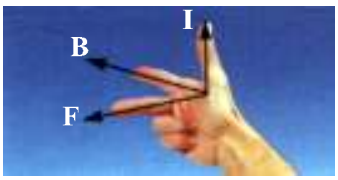
όπου φ η γωνία που σχηματίζει ο αγωγός με τις δυναμικές γραμμές, *l* το μήκος του αγωγού και I το ρεύμα που τον διαρρέει. Η δύναμη είναι κάθετη στο επίπεδο που ορίζεται από τον αγωγό και τις δυναμικές γραμμές και η φορά της δίνεται από τον κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού:



Σχ. 4.23 Η δύναμη Laplace που ασκεί το μαγνητικό πεδίο στον αγωγό είναι κάθετη στο επίπεδο που ορίζεται από τον αγωγό και τις δυναμικές γραμμές. Η φορά της δίνεται από τον κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού.

Σχηματίζουμε τρισορθογώνιο σύστημα με τα τρία δάκτυλα (αντίχειρας, δείκτης, μέσος) του δεξιού χεριού. Αν ο αντίχειρας δείχνει τη φορά του ρεύματος και ο δείκτης τη φορά του πεδίου, ο μέσος θα δείχνει τη φορά της δύναμης (εικ.4.12).

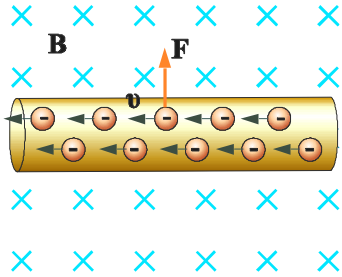
Από τη σχέση (4.18) προκύπτει ότι αν ο ρευματοφόρος αγωγός είναι παράλληλος στο μαγνητικό πεδίο ($\phi = 0^o$ ή $\phi = 180^o$) δε δέχεται δύναμη από αυτό, ενώ αν είναι κάθετος στο μαγνητικό πεδίο ($\phi = 90^o$) η δύναμη που δέχεται από το πεδίο παίρνει τη μέγιστη τιμή της $F = BIl$.



Εικ. 4.12 Επεξήγηση του κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού για τη δύναμη Laplace.

Αν ο αγωγός δεν είναι ευθύγραμμος, τον χωρίζουμε σε μικρά τμήματα, μήκους Δl, τόσο μικρά ώστε το καθένα από αυτά να μπορεί να θεωρηθεί ευθύγραμμο και υπολογίζουμε τη δύναμη που ασκείται σε κάθε ένα από αυτά. Η δύναμη που δέχεται ο αγωγός είναι η συνισταμένη αυτών των δυνάμεων.

Απόδειξη της σχέσης $F = BIl\,\eta\mu\phi$



Σχ. 4.24 Ένα στοιχειώδες τμήμα ρευματοφόρου αγωγού μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο. Τα ηλεκτρόνια που κινούνται στον αγωγό δέχονται δύναμη από το μαγνητικό πεδίο. Η δύναμη σημειώνεται ενδεικτικά πάνω σε ένα φορτίο.

Το κάθε φορτίο που κινείται μέσα στον αγωγό δέχεται δύναμη $Bq\upsilon\,\eta\mu\phi$

Για να βρούμε τη δύναμη που δέχεται ο αγωγός θα πολλαπλασιάσουμε τη δύναμη που δέχεται κάθε φορτίο με το συνολικό αριθμό των φορέων φορτίου μέσα στον αγωγό. Αν n είναι οι φορείς φορτίου ανά μονάδα όγκου, επειδή ο όγκος του σύρματος είναι $A \cdot l$ (A : η διατομή του σύρματος), ο ολικός αριθμός φορέων φορτίου είναι $nA \cdot l$.

Η ολική δύναμη που δέχεται ο αγωγός είναι

$$F = nAl\,Bq\upsilon\,\eta\mu\phi \qquad (4.19)$$

Όμως το γινόμενο $nAq\upsilon$ δίνει το ρεύμα που διαρρέει τον αγωγό. Πράγματι, η ταχύτητα των φορέων γράφεται $\upsilon = \Delta x/\Delta t$ οπότε $nAq\upsilon = nAq\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$.

Το γινόμενο $A\Delta x$ δίνει τον όγκο του τμήματος του αγωγού μήκους Δx , οπότε το γινόμενο $nA\Delta x$ είναι ο ολικός αριθμός φορέων σ΄ αυτό το τμήμα του αγωγού και το $qnA\Delta x$ είναι το ολικό φορτίο ΔQ που μετακινείται στο τμήμα Δx του αγωγού

$$nAq\upsilon = nAq\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = I \qquad (4.20)$$

και η σχέση (4.19) γίνεται $F = BIl\,\eta\mu\phi$

Ορισμός του B

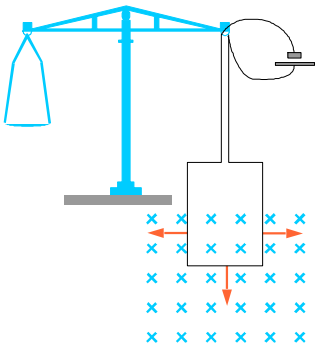
Το B ορίζεται από τη σχέση (4.18) στην περίπτωση που ο αγωγός είναι κάθετος στις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Τότε $\eta\mu\phi = \eta\mu 90^o = 1$ και

$$B = \frac{F}{Il}$$

Μονάδα του B είναι το 1T (Τέσλα) $1T = 1\dfrac{N}{Am}$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 4.3

Στο σχήμα 4.25 φαίνεται ένας ζυγός που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη μέτρηση μαγνητικών πεδίων. Ένας συρμάτινος βρόχος που διαρρέεται από γνωστό ρεύμα εμβαπτίζεται μερικώς μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο. Το μαγνητικό πεδίο ασκεί δύναμη στα τμήματα του βρόχου που βρίσκονται εντός του πεδίου. Οι δυνάμεις που ασκούνται στα κατακόρυφα τμήματα του βρόχου αλληλοεξουδετερώνονται, ενώ η δύναμη που ασκείται στο οριζόντιο τμήμα του μπορεί να μετρηθεί με το ζυγό. Αυτό δίνει τη δυνατότητα μέτρησης του μαγνητικού πεδίου. Έστω ότι το οριζόντιο τμήμα του αγωγού έχει μήκος 10cm διαρρέεται από ρεύμα 2A και η μαγνητική δύναμη που μετράμε με το ζυγό έχει τιμή είναι 0,1N. Πόσο είναι το μαγνητικό πεδίο;



Σχ. 4.25

Απάντηση :

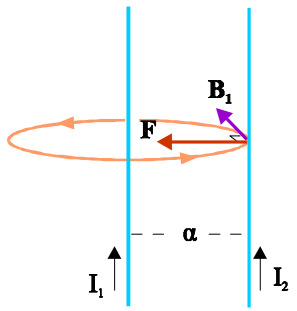
Επειδή το οριζόντιο τμήμα του βρόχου είναι κάθετο στο B η δύναμη που δέχεται από το μαγνητικό πεδίο και την οποία μετράμε με το ζυγό είναι

$$F = BIl$$

επομένως $$B = \frac{F}{Il} = \frac{0{,}1\,N}{2A \times 0{,}1m} = 0{,}5T$$

4-11 ΜΑΓΝΗΤΙΚΗ ΔΥΝΑΜΗ ΑΝΑΜΕΣΑ ΣΕ ΔΥΟ ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΥΣ ΑΓΩΓΟΥΣ

Στην προηγούμενη παράγραφο είδαμε ότι όταν ένας ρευματοφόρος αγωγός βρίσκεται μέσα σε μαγνητικό πεδίο δέχεται δύναμη από αυτό. Γνωρίζουμε επίσης ότι ένας αγωγός που διαρρέεται από ρεύμα δημιουργεί δικό του μαγνητικό πεδίο. Έτσι, αν τοποθετήσουμε κοντά δύο ρευματοφόρους αγωγούς, το μαγνητικό πεδίο του ενός θα ασκεί δύναμη στον άλλον.



Σχ.4.26 Ο αγωγός που διαρρέεται από ρεύμα έντασης I_1, δημιουργεί μαγνητικό πεδίο που στα σημεία του δεύτερου αγωγού έχει ένταση $\mathbf{B_1}$. Το μαγνητικό πεδίο $\mathbf{B_1}$ ασκεί στο δεύτερο αγωγό δύναμη Laplace **F**.

Οι παράλληλοι αγωγοί του σχήματος 4.26 έχουν πολύ μεγάλο μήκος, διαρρέονται από ομόρροπα ρεύματα I_1 και I_2 και απέχουν μεταξύ τους απόσταση α . Ο αγωγός που διαρρέεται από ρεύμα I_1, δημιουργεί, στην περιοχή που βρίσκεται ο αγωγός I_2, μαγνητικό πεδίο $\mathbf{B_1}$. Το $\mathbf{B_1}$ είναι κάθετο στον αγωγό, όπως φαίνεται στο σχήμα 4.27 και το μέτρο του είναι

$$B_1 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_1}{a} \qquad (4.21)$$

Σύμφωνα με το νόμο του Laplace, η μαγνητική δύναμη που δέχεται ένα τμήμα του δεύτερου αγωγού, μήκους l, επειδή βρίσκεται σε μαγνητικό πεδίο $\mathbf{B_1}$, είναι

$$F_2 = B_1 I_2 l$$

που, λόγω της (4.21), γίνεται

$$F_2 = \frac{\mu_o}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{a} l \qquad (4.22)$$

Μπορούμε να εκφράσουμε το αποτέλεσμα αυτό και ως δύναμη ανά μονάδα μήκους

$$\frac{F_2}{l} = \frac{\mu_o}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{a}$$

Με τον κανόνα των τριών δακτύλων, βρίσκουμε ότι η δύναμη $\mathbf{F_2}$ κατευθύνεται προς τον πρώτο αγωγό. Με ανάλογο τρόπο βρίσκουμε και τη δύναμη $\mathbf{F_1}$ που ασκεί ο δεύτερος αγωγός σε τμήμα μήκους l του πρώτου. Η δύναμη αυτή είναι αντίθετη της $\mathbf{F_2}$. Όταν λοιπόν οι αγωγοί διαρρέονται από ομόρροπα ρεύματα έλκονται. Όταν τα ρεύματα είναι αντίρροπα οι αγωγοί απωθούνται. Επομένως

Παράλληλοι αγωγοί που διαρρέονται από ομόρροπα ρεύματα έλκονται, ενώ παράλληλοι αγωγοί που διαρρέονται από αντίρροπα ρεύματα απωθούνται. Το μέτρο της δύναμης με την οποία έλκονται ή απωθούνται δίνεται από τη σχέση (4.22)

Η δύναμη αυτή χρησιμοποιείται για να ορίσουμε τη μονάδα έντασης ηλεκτρικού ρεύματος το ampere, ως εξής :

1A είναι το ρεύμα που όταν διαρρέει καθένα από δύο παράλληλους αγωγούς που βρίσκονται σε απόσταση 1m μεταξύ τους, ο ένας αγωγός ασκεί σε κάθε μέτρο του άλλου δύναμη 2×10^{-7} **N.**

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 4.4

Τρεις αγωγοί πολύ μεγάλου μήκους είναι παράλληλοι, βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο και διαρρέονται από ομόρροπα ρεύματα, ο πρώτος I_1=8A, ο δεύτερος I_2 και ο τρίτος I_3=2A, όπως στο σχήμα 4.27. Αν ο πρώτος και τρίτος αγωγός απέχουν μεταξύ τους απόσταση d=10cm, να βρεθεί πού πρέπει να βρίσκεται ο δεύτερος αγωγός ώστε να ισορροπεί.

Απάντηση :

Έστω ότι για να ισορροπεί ο δεύτερος αγωγός πρέπει να βρίσκεται σε απόσταση x από τον πρώτο. Ο πρώτος αγωγός ασκεί σε τμήμα του δεύτερου, μήκους *l*, ελκτική δύναμη

$$F_1 = \frac{\mu_o}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{x} l$$

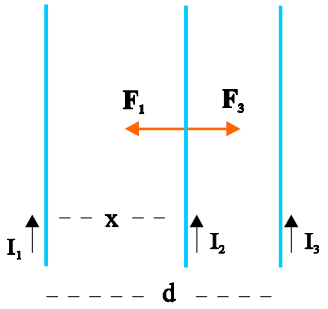
Ο τρίτος ασκεί στο ίδιο τμήμα του δεύτερου επίσης ελκτική δύναμη

$$F_3 = \frac{\mu_o}{2\pi}\frac{I_2 I_3}{(d-x)} l$$

Για να ισορροπεί ο αγωγός πρέπει

$$F_1 = F_3 \quad \text{επομένως} \quad \frac{\mu_o}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{x} l = \frac{\mu_o}{2\pi}\frac{I_2 I_3}{(d-x)} l \ .$$

Από την τελευταία σχέση προκύπτει $\frac{I_1}{x} = \frac{I_3}{d-x}$ ή $4d = 5x$ οπότε $x = 8cm$



Σχ. 4.27

ΣΥΝΟΨΗ

Νόμος των Biot και Savart. Ένα πολύ μικρό τμήμα Δ*l* αγωγού που διαρρέεται από σταθερό ρεύμα *I* δημιουργεί σε ένα σημείο Α που απέχει απόσταση *r* από αυτό μαγνητικό πεδίο Δ**B**, μέτρου

$$\Delta B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,\Delta l}{r^2}\eta\mu\theta$$

όπου θ η γωνία ανάμεσα στο Δ***l*** και στο **r**. Το μαγνητικό πεδίο Δ**B** είναι κάθετο στο επίπεδο που ορίζεται από τα Δ***l*** και **r** και η φορά του δίνεται από τον κανόνα του δεξιού χεριού.

Νόμος του Ampère. Το άθροισμα των γινομένων B Δ*l* συνθ κατά μήκος οποιασδήποτε κλειστής διαδρομής είναι ίσο με το γινόμενο $\mu_o I_{εγκ}$, όπου $I_{εγκ}$ το συνολικό ρεύμα που διέρχεται από την επιφάνεια που ορίζει η κλειστή διαδρομή.

$$\sum B\,\Delta l\,\sigma\upsilon\nu\theta = \mu_o I_{εγκ}$$

Νόμος του Gauss για το μαγνητισμό. Η μαγνητική ροή που διέρχεται από οποιαδήποτε κλειστή επιφάνεια είναι μηδέν.

$$\Phi_m = 0$$

Με άλλα λόγια δεν υπάρχουν μαγνητικά μονόπολα.

Αν ένα φορτίο q κινείται με ταχύτητα υ μέσα σε μαγνητικό πεδίο B, το μαγνητικό πεδίο τού ασκεί δύναμη.

$$F = B|q|\upsilon\,\eta\mu\phi\,,$$

όπου φ η γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα με το Β. Η δύναμη αυτή έχει διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο που ορίζεται από τα **υ** και **B** και φορά που δίνεται από τον κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού. Η δύναμη αυτή λέγεται δύναμη Lorentz.
Επειδή η **F** είναι διαρκώς κάθετη στη μετατόπιση, το έργο που παράγει είναι πάντα μηδενικό, με αποτέλεσμα να μεταβάλλει την κατεύθυνση της ταχύτητας, όχι όμως και το μέτρο της.

Όταν ένα φορτισμένο σωματίδιο κινείται κάθετα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου κάνει ομαλή κυκλική κίνηση. Η ακτίνα περιστροφής του είναι $R = \frac{m\upsilon}{Bq}$ και η περίοδος $T = \frac{2\pi m}{Bq}$
Όταν εισέρχεται με τυχαία γωνία σε ομογενές μαγνητικό πεδίο κάνει ελικοειδή κίνηση.

Ευθύγραμμος αγωγός μήκους *l*, που διαρρέεται από ρεύμα έντασης I και βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο, δέχεται δύναμη

$$F = BIl\,\eta\mu\phi$$

Η δύναμη αυτή ονομάζεται δύναμη Laplace, έχει διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο που ορίζεται από τον αγωγό και τις δυναμικές γραμμές και φορά που δίνεται από τον κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού.
Όταν ο αγωγός είναι κάθετος στις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου η δύναμη Laplace από τη σχέση $F = BIl$. Από τη σχέση αυτή ορίζεται το *B*. Μονάδα του Β είναι το $1T = 1\ N/Am$.

Όταν δύο παράλληλοι ευθύγραμμοι αγωγοί απείρου μήκους διαρρέονται από ρεύμα, ο ένας αγωγός ασκεί στον άλλο δύναμη. Η δύναμη που δέχεται κάθε αγωγός ανά μονάδα μήκους του είναι

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_o}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{a}$$

Η δύναμη είναι ελκτική αν οι αγωγοί διαρρέονται από ομόρροπα ρεύματα και απωστική αν διαρρέονται από αντίρροπα ρεύματα.

Αν η ανά μονάδα μήκους δύναμη που ασκείται σε κάθε έναν από δύο παράλληλους ευθύγραμμους αγωγούς μεγάλου μήκους που διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα και βρίσκονται σε απόσταση 1m μεταξύ τους, είναι 2×10^{-7} N/m, τότε, εξ ορισμού, η ένταση του ρεύματος που διαρρέει κάθε αγωγό είναι **1A**.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ

1. Το μαγνητικό πεδίο στο κέντρο ενός πλαισίου.

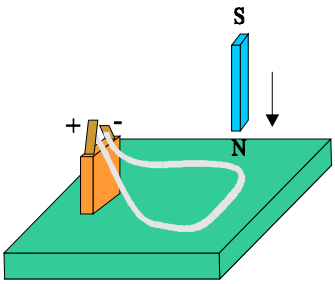
Χρησιμοποιήστε ένα λεπτό καλώδιο για να δημιουργήσετε ένα κατακόρυφο ορθογώνιο πλαίσιο, με μία ή περισσότερες σπείρες. Στο κέντρο του πλαισίου τοποθετήστε μια πυξίδα. Περιστρέψτε τη διάταξη ώστε η βελόνα της πυξίδας να είναι παράλληλη με το επίπεδο του πλαισίου.

Συνδέστε το σύρμα στους πόλους μιας μπαταρίας 4,5V. Η βελόνα στρέφεται. Τυλίξτε ακόμα μία φορά το σύρμα ώστε να προσθέσετε μία σπείρα στο πλαίσιο. Τι παρατηρείτε για τη γωνία που στράφηκε τώρα η βελόνα;

Συνεχίστε να τυλίγετε σπείρες στο πλαίσιο.

Τι εμποδίζει τη βελόνα να τοποθετηθεί κάθετα στο επίπεδο του πλαισίου;

Εικ. 4.13



Σχ. 4. 28

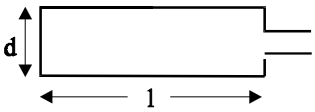
2. Ένας εύκολος τρόπος να παρατηρήσετε τη δύναμη Laplace.

Κόψτε μια λεπτή λωρίδα αλουμινόχαρτο και συνδέστε τη στους πόλους μπαταρίας 4,5V. Πλησιάστε το βόρειο πόλο ενός ευθύγραμμου μαγνήτη, που τον κρατάτε κατακόρυφο. Θα δείτε ότι το αλουμινόχαρτο μετακινείται.

Πλησιάστε στο αλουμινόχαρτο το νότιο πόλο του μαγνήτη. Τι παρατηρείτε; Ελέγξτε αν η φορά της δύναμης συμφωνεί με τον κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού.

3. Κατασκευάστε ένα πηνίο

Τυλίξτε γύρω από ένα χάρτινο κύλινδρο ένα μονωμένο χάλκινο σύρμα (από αυτό που χρησιμοποιούν για τις περιελίξεις των μοτέρ). Φροντίστε οι σπείρες να εφάπτονται ώστε να είναι παράλληλες μεταξύ τους. Φροντίστε επίσης να στηρίξετε τις σπείρες (π.χ. με κόλλα) για να μην φεύγουν από τον κύλινδρο. Ξύστε τις δύο άκρες του σύρματος ώστε να είναι αγώγιμες. Το πηνίο είναι έτοιμο.

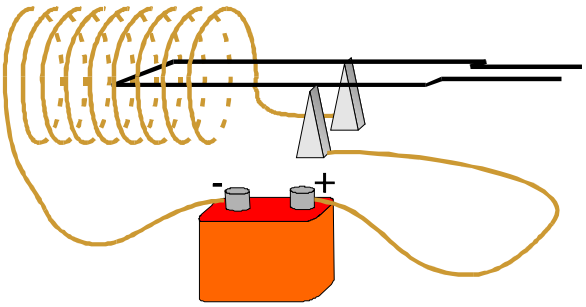


Σχ. 4. 29

4. Κατασκευάστε ένα μαγνητικό ζυγό.

Θα χρησιμοποιήσετε ένα συρμάτινο πλαίσιο από λεπτό σύρμα χωρίς μόνωση (σχ. 4.29). Το πλαίσιο είναι ανοιχτό στο ένα μέρος του. Η διάσταση d να επιλεγεί κατάλληλα ώστε να χωράει στο πηνίο που κατασκευάσατε. Η άλλη πλευρά του να έχει μήκος l=20cm.

Στηρίξτε το πλαίσιο σε δύο λεπίδες χαρτοκόπτη που είναι τοποθετημένες κατακόρυφα. Βρείτε τη θέση στην οποία το πλαίσιο ισορροπεί οριζόντια και σημειώστε τη. Τοποθετήστε το πηνίο έτσι ώστε η πλευρά d του πλαισίου να βρίσκεται μέσα στο πηνίο και ο άξονας του πηνίου να είναι παράλληλος με τις άλλες πλευρές του πλαισίου. Συνδέστε κατάλληλα το πλαίσιο και το πηνίο με τους πόλους μπαταρίας 4.5V έτσι ώστε και τα δύο να τροφοδοτούνται από το ίδιο ρεύμα (σχ. 4.30). Προσπαθήστε να ισορροπήσει το πλαίσιο βάζοντας στην ελεύθερη άκρη του μικρά κομματάκια από χαρτί.
[Δείτε και το αντίστοιχο πείραμα στον οδηγό του εργαστηρίου]



Σχ. 4.30

Ο νόμος των Biot και Savart

4.1 Συμπληρώστε τα κενά:

Ο νόμος των Biot και Savart δίνει το μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί ένα …….. ……. ……. ρευματοφόρου αγωγού. Για να υπολογίσουμε το μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί ολόκληρος ο αγωγός σε κάποιο σημείο, πρέπει να χωρίσουμε τον αγωγό σε πολύ μικρά τμήματα και στη συνέχεια να …… τη συνεισφορά όλων των τμημάτων στα οποία χωρίσαμε τον αγωγό.

4.2 Το μαγνητικό πεδίο $\Delta\mathbf{B}$ που δημιουργεί πολύ μικρό τμήμα Δl ρευματοφόρου αγωγού σε κάποιο σημείο, το οποίο απέχει απόσταση r από το τμήμα Δl

α) έχει τη διεύθυνση του **r**.
β) έχει τη διεύθυνση του αγωγού.
γ) έχει μέτρο αντίστροφα ανάλογο του r.
δ) έχει μέτρο αντίστροφα ανάλογο του r^2.

Επιλέξτε τη σωστή απάντηση.

4.3 Ο νόμος των Biot και Savart, ισχύει:

α) Για ευθύγραμμους αγωγούς
β) Για αγωγούς που έχουν γεωμετρικό σχήμα.
γ) Για αγωγούς που το μήκος τους θεωρείται άπειρο.
δ) Για κάθε αγωγό.

Σημειώστε τη σωστή απάντηση.

4.4 Υπολογίστε το μαγνητικό πεδίο στο κέντρο ενός ημικυκλικού αγωγού που διαρρέεται από ρεύμα έντασης I.

Ο νόμος το Ampère

4.5 Συμπληρώστε τα κενά:

Σύμφωνα με το νόμο του Ampère το άθροισμα των γινομένων $B\,\Delta l\,\sigma\upsilon\nu\theta$ κατά μήκος μιας κλειστής διαδρομής είναι ίσο με …… Ο νόμος του Ampère δίνει τη δυνατότητα να υπολογίζουμε εύκολα το μαγνητικό πεδίο σε διατάξεις που παρουσιάζουν ……

4.6 Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;

α) Ο νόμος του Ampère ισχύει μόνο σε περιπτώσεις συμμετρικών διατάξεων.
β) Για την εφαρμογή του νόμου του Ampère λαμβάνουμε υπόψη μόνο το πεδίο που οφείλεται σε ρεύματα που περικλείονται στο βρόχο.
γ) Ο νόμος του Ampère ισχύει μόνο αν τα ρεύματα που δημιουργούν το μαγνητικό πεδίο είναι σταθερά.
δ) Ο νόμος του Ampère εφαρμόζεται κατά μήκος κλειστής διαδρομής οποιουδήποτε σχήματος.

4.7 Κατάλληλη κλειστή διαδρομή για την εφαρμογή του νόμου του Ampère είναι,

Α) σε ευθύγραμμο αγωγό απείρου μήκους,

α) μια κυκλική διαδρομή κάθετη στον αγωγό.

β) μια κυκλική διαδρομή παράλληλη στον αγωγό.

γ) μια διαδρομή σχήματος ορθογωνίου με το επίπεδο του κάθετο στον αγωγό.

δ) μια διαδρομή σχήματος ορθογωνίου με το επίπεδο του παράλληλο στον αγωγό.

Β) σε σωληνοειδές,

α) μια κυκλική διαδρομή κάθετη στον άξονα του σωληνοειδούς.

β) μια κυκλική διαδρομή σε επίπεδο παράλληλο στον άξονα του σωληνοειδούς.

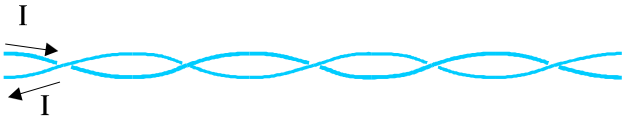
γ) μια διαδρομή σχήματος ορθογωνίου με το επίπεδο του κάθετο στον άξονα του σωληνοειδούς.

δ) μια διαδρομή σχήματος ορθογωνίου με το επίπεδο του παράλληλο στον άξονα του σωληνοειδούς.

Σημειώστε τις σωστές απαντήσεις.

4.8 Δύο μονωμένοι αγωγοί τυλίγονται όπως στο σχήμα 4.31 Οι αγωγοί διαρρέονται από αντίρροπα ρεύματα της ίδιας έντασης. Εξηγήστε γιατί ένα τέτοιο σύστημα δε δημιουργεί γύρω του μαγνητικό πεδίο.

Σχ. 4.31



4.9 Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία της αριστερής στήλης στα στοιχεία της δεξιάς.

1.	Ευθύγραμμος αγωγός	Α.	$\mu_o I \frac{N}{l}$
2.	Κυκλικός αγωγός	Β.	$\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{r}$
3.	Σωληνοειδές	Γ.	$\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi I}{r}$
		Δ.	$\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I}{2r}$

4.10 Το μαγνητικό πεδίο ευθύγραμμου ρευματοφόρου αγωγού πολύ μεγάλου μήκους παριστάνεται με δυναμικές γραμμές που

α) είναι παράλληλες και ισαπέχουσες.

β) έχουν την κατεύθυνση του αγωγού.

γ) είναι ομόκεντροι κύκλοι παράλληλοι στον αγωγό.

δ) είναι ομόκεντροι κύκλοι κάθετοι στον αγωγό με κέντρο τον αγωγό.

Ποια είναι η σωστή πρόταση;

4.11 Το μέτρο του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό σωληνοειδούς που διαρρέεται από ρεύμα είναι:

α) ανάλογο με το μήκος του σωληνοειδούς.
β) ανάλογο με την ένταση του ρεύματος που το διαρρέει.
γ) αντίστροφα ανάλογο του αριθμού των σπειρών του.
δ) Αντίστροφα ανάλογο της ακτίνας των σπειρών του.

Σημειώστε τη σωστή απάντηση.

4.12 Κύβος ακμής α περικλείει ένα ραβδόμορφο μαγνήτη. Να υπολογιστεί η ολική μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια του κύβου. Πόση θα είναι η μαγνητική ροή αν ο μαγνήτης τοποθετηθεί έξω από τον κύβο;

4.13 Πώς προκύπτει, από το νόμο του Gauss για το μαγνητισμό, το συμπέρασμα ότι αποκλείεται η ύπαρξη μαγνητικών μονοπόλων;

Δύναμη σε κινούμενο ηλεκτρικό φορτίο.

4.14 Μπορεί ένα ακίνητο πρωτόνιο να τεθεί σε κίνηση

α) από ένα μαγνητικό πεδίο;
β) από ένα ηλεκτρικό πεδίο;

Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

4.15 Η δύναμη που ασκεί το μαγνητικό πεδίο σε κινούμενο ηλεκτρικό φορτίο έχει

α) την κατεύθυνση των δυναμικών γραμμών αν πρόκειται για θετικό φορτίο και αντίθετη αν πρόκειται για αρνητικό.
β) τη διεύθυνση της ταχύτητας.
γ) διεύθυνση που σχηματίζει με τις δυναμικές γραμμές γωνία φ με $\eta\mu\phi = \dfrac{F}{Bq\upsilon}$
δ) διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο που ορίζεται από το B και την ταχύτητα.

Επιλέξτε τη σωστή απάντηση.

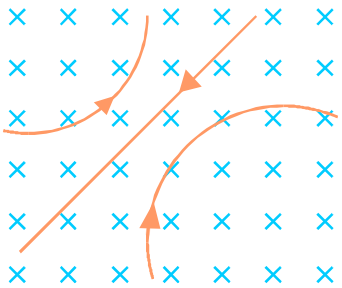
4.16 Η δύναμη που ασκεί το μαγνητικό πεδίο σε κινούμενο ηλεκτρικό φορτίο, εξαρτάται από:

α) το φορτίο του σωματιδίου.
β) τη μάζα του.
γ) τη διεύθυνση της ταχύτητας του.
δ) την τιμή του πηλίκου q/m.

Επιλέξτε την ή τις σωστές απαντήσεις.

4.17 Ένα ηλεκτρόνιο διέρχεται από κάποιο χώρο χωρίς να εκτραπεί από την πορεία του. Μπορούμε να συμπεράνουμε ότι δεν υπάρχει μαγνητικό πεδίο στο χώρο αυτό;

4.18 Στο σχ.4.32 βλέπουμε τις τροχιές τριών σωματιδίων μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο. Τι συμπέρασμα βγάζετε για το είδος του φορτίου κάθε σωματιδίου;



Σχ. 4. 32

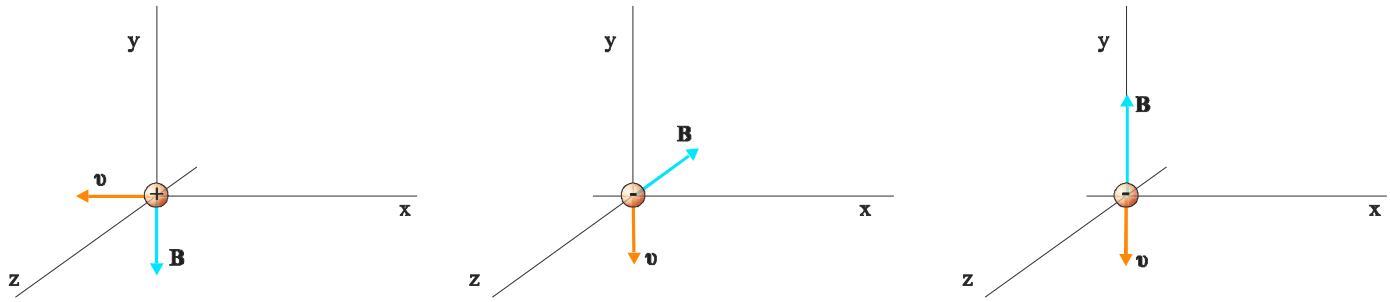
4.19 Ένα ηλεκτρόνιο εισέρχεται με ταχύτητα υ σε ένα σωληνοειδές που διαρρέεται από ρεύμα. Να περιγραφεί η κίνηση του ηλεκτρονίου, όσο

χρόνο παραμένει μέσα στο σωληνοειδές, α) αν εισέρχεται παράλληλα με τον άξονα του σωληνοειδούς, β) αν εισέρχεται κάθετα στον άξονα του σωληνοειδούς.

4.20 Η ένταση της κοσμικής ακτινοβολίας (φορτισμένα σωματίδια προερχόμενα από το Διάστημα που κινούνται με πολύ μεγάλες ταχύτητες) στην Αλάσκα είναι πολύ μεγαλύτερη απ' ότι στη χώρα μας. Πού νομίζετε ότι οφείλεται αυτό;

4.21 Γιατί χαλάει η εικόνα της τηλεόρασης εάν κοντά της τοποθετήσουμε ένα μαγνήτη;

4.22 Στο σχήμα 4.33 φαίνονται τρεις περιπτώσεις στις οποίες φορτισμένο σωματίδιο κινείται με ταχύτητα **υ** μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο **B**. Ποια είναι η κατεύθυνση της δύναμης Lorentz που θα δεχτεί το σωματίδιο σε κάθε περίπτωση;

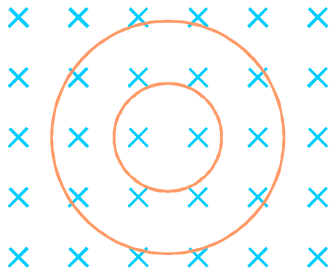


Σχ. 4. 33

4.23 Δύο ηλεκτρόνια κινούνται κυκλικά, στο ίδιο μαγνητικό πεδίο, με ταχύτητες υ_1 και υ_2 για τις οποίες ισχύει $\upsilon_1 > \upsilon_2$. Ποιες από τις επόμενες προτάσεις είναι ορθές;

Α. Για τις ακτίνες περιστροφής τους ισχύει α) $R_1 = R_2$ β) $R_1 > R_2$ γ) $R_1 < R_2$.

Β. Για τις συχνότητες περιστροφής ισχύει α) $f_1 = f_2$ *β)* $f_1 > f_2$ *γ)* $f_1 < f_2$.



Σχ. 4.34

4.24 Στο σχήμα 4.34 φαίνονται οι τροχιές ενός πρωτονίου και ενός ηλεκτρονίου που κινούνται με ταχύτητα ίδιου μέτρου μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο **B**.

α) Ποιο από τα δύο σωματίδια αντιστοιχεί στην τροχιά μεγαλύτερης ακτίνας;

β) Ποια είναι η φορά της κίνησης κάθε σωματιδίου;

4.25 Φορτισμένο σωματίδιο κινείται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο κάθετα στις δυναμικές γραμμές του.

Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;

α) Το μαγνητικό πεδίο δε μεταβάλλει την ορμή του.

β) Το μαγνητικό πεδίο δεν επιταχύνει το σωματίδιο.

γ) Το μαγνητικό πεδίο δε μεταβάλλει την κινητική ενέργεια του σωματιδίου.

δ) Η δύναμη του μαγνητικού πεδίου δεν παράγει έργο.

4.26 Ένα φορτισμένο σωματίδιο εισέρχεται σε ομογενές μαγνητικό πεδίο με ταχύτητα υ_0 κάθετη στις δυναμικές του γραμμές και αφού διαγράψει ημικύκλιο, όπως δείχνει το σχ. 4.35, εξέρχεται από αυτό σε χρόνο t_1.

Α. Τι είδους φορτίο έχει το σωματίδιο;

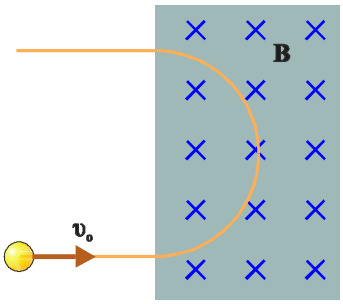
Β. Ποια σχέση συνδέει την ταχύτητα υ_1 με την οποία βγαίνει από το πεδίο με την ταχύτητα υ_0;

Γ. Ένα δεύτερο όμοιο σωματίδιο μπαίνει στο μαγνητικό πεδίο με ταχύτητα $2\upsilon_0$.

i. Για το χρόνο t_2 παραμονής του δεύτερου σωματιδίου στο πεδίο ισχύει α) $t_1 = t_2$; β) $t_1 > t_2$; γ) $t_1 < t_2$;

ii. Για την ακτίνα της τροχιάς του δευτέρου σωματιδίου R_2 ισχύει α) $R_1 = R_2$; β) $R_1 > R_2$; γ) $R_1 < R_2$;

Σημειώστε τις σωστές απαντήσεις.



Σχ. 4.35

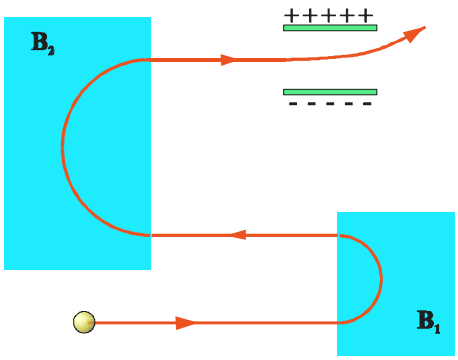
4.27 Στο σχήμα 4.36 η κόκκινη γραμμή δείχνει την τροχιά ενός φορτισμένου σωματιδίου. Το σωματίδιο κατά την κίνησή του περνάει από δύο μαγνητικά πεδίο $\mathbf{B_1}$ και $\mathbf{B_2}$ (είναι οι γαλάζιες περιοχές του σχήματος) όπου διαγράφει ημικυκλικές τροχιές. Στη συνέχεια εισέρχεται στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, που δημιουργείται στο εσωτερικό φορτισμένου πυκνωτή.

α) Τι είδους φορτίο φέρει το σωματίδιο;

β) Ποιες είναι οι κατευθύνσεις των δύο μαγνητικών πεδίων;

γ) Ποιο μαγνητικό πεδίο είναι πιο ισχυρό;

δ) Σε ποιο από τα δύο μαγνητικά πεδία το σωματίδιο παραμένει περισσότερο χρόνο;



Σχ. 4.36

4.28 Τι κίνηση κάνει ένα φορτισμένο σωματίδιο που εισέρχεται σε ομογενές μαγνητικό πεδίο με τυχαία γωνία ως προς τις δυναμικές γραμμές του; Αιτιολογήστε την απάντηση σας.

4.29 Συμπληρώστε τα κενά.

Ο φασματογράφος μάζας είναι μια διάταξη που μετράει το πηλίκο …… προς …… …….. ενός ιόντος. Χρησιμοποιείται για το διαχωρισμό …….. ……

4.30 Να περιγραφούν τα βασικά μέρη από τα οποία αποτελείται ένας φασματογράφος μάζας και να εξηγηθεί η λειτουργία τους.

4.31 Με ποια διάταξη μπορούμε από μια δέσμη φορτισμένων σωματιδίων, με διαφορετικές ταχύτητες να πάρουμε δέσμη στην οποία όλα τα σωματίδια θα έχουν την ίδια ταχύτητα; Περιγράψτε τη διάταξη και τη λειτουργία της.

Δύναμη Laplace – μαγνητική δύναμη ανάμεσα σε παράλληλους αγωγούς

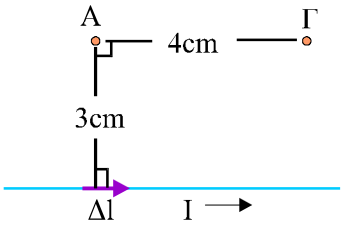
4.32 Περιγράψτε τρεις τρόπους με τους οποίους μπορούμε να διαπιστώσουμε την ύπαρξη μαγνητικού πεδίου.

4.33 Ευθύγραμμος αγωγός που διαρρέεται από ρεύμα βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο. Ποιος πρέπει να είναι ο προσανατολισμός του αγωγού ώστε η δύναμη που δέχεται από το μαγνητικό πεδίο να είναι η μέγιστη δυνατή;

4.34 Συμπληρώστε τα κενά :
Ευθύγραμμος αγωγός, που διαρρέεται από ρεύμα, βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο. Η δύναμη που δέχεται ο αγωγός είναι κάθετη στο επίπεδο που ορίζεται από ……και η φορά της δίνεται από ……

4.35 Συμπληρώστε τις επόμενες προτάσεις :
Δύο παράλληλοι αγωγοί πολύ μεγάλου μήκους που διαρρέονται από …….. ρεύματα έλκονται, ενώ αν διαρρέονται από …….. ρεύματα …….. Η δύναμη που ασκεί ο ένας αγωγός σε μήκος l του άλλου είναι ανάλογη με το γινόμενο……. και με το μήκος l και αντίστροφα ανάλογη …… …… …… ……

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

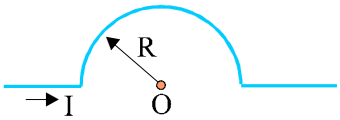


Σχ. 4.37

Νόμος των Biot και Savart

4.36 Ο ευθύγραμμος αγωγός του σχήματος 4.37 διαρρέεται από ρεύμα έντασης I=10A. Υπολογίστε το μαγνητικό πεδίο **B** που δημιουργεί τμήμα Δl, του αγωγού μήκους Δl=0,2cm (το Δl να θεωρηθεί στοιχειώδες) στα σημεία Α και Γ. Δίνεται $\mu_o = 4\pi \times 10^{-7}\ Tm/A$.

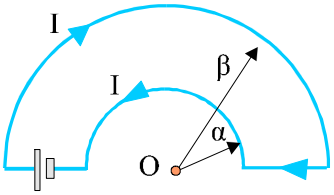
[Απ : $0{,}22 \times 10^{-5}$ T, $0{,}048 \times 10^{-5}$ T]



Σχ. 4.38

4.37 Ο αγωγός του σχήματος 4.38 αποτελείται από δύο ευθύγραμμα τμήματα μεγάλου μήκους και ένα ημικυκλικό, ακτίνας R. Να υπολογιστεί το μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί ο αγωγός στο σημείο Ο, κέντρο του ημικυκλίου, όταν διαρρέεται από ρεύμα έντασης I.

[Απ : $\dfrac{\mu_0 I}{4R}$]



Σχ. 4.39

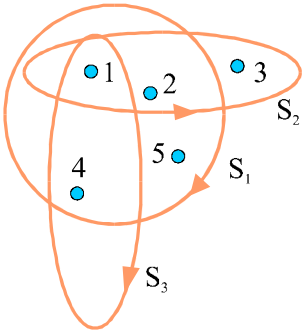
4.38 Ο αγωγός του σχήματος 4.39 διαρρέεται από ρεύμα έντασης I και αποτελείται από δύο ομόκεντρα ημικυκλικά τμήματα, ακτίνων α και β, που είναι συνδεδεμένα μεταξύ τους με δύο ακτινικά ευθύγραμμα τμήματα. Να υπολογιστεί το μαγνητικό πεδίο στο κέντρο των ημικυκλικών τμημάτων. [Απ : $\dfrac{\mu_0 I(\beta-\alpha)}{4\alpha\beta}$]

Νόμος Ampère - μαγνητική ροή -νόμος του Gauss στο μαγνητισμό

4.39 Πέντε σύρματα που διαρρέονται το καθένα από ρεύμα έντασης I=10A κόβουν κάθετα τη σελίδα στα σημεία που φαίνονται στο σχήμα 4.40 Στα σύρματα με περιττό αριθμό τα ρεύματα έχουν φορά προς τον αναγνώστη ενώ στα σύρματα με άρτιο αριθμό, η φορά του ρεύματος είναι από τον αναγνώστη προς τη σελίδα. Υπολογίστε το άθροισμα των γινομένων $B\,dl\,\sigma\upsilon\nu\theta$ πάνω σε κάθε κλειστή διαδρομή S_1, S_2, S_3 που φαίνονται στο σχήμα, με τη φορά που δείχνει το βέλος.

Δίνεται : $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ Tm/A$.

[Απ : 0, $4\pi \times 10^{-6}\ Tm$, 0]



Σχ. 4.40

4.40 Πηνίο αποτελείται από N=400 σπείρες και έχει μήκος l=10cm. Η κάθε σπείρα έχει διάμετρο Δ=2cm. Το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα έντασης I=10A. Να υπολογιστεί η μαγνητική ροή που διέρχεται από κάθε σπείρα του πηνίου. Δίνεται $\mu_o = 4\pi \times 10^{-7}\ Tm/A$.

[Απ : $16\pi^2 \times 10^{-7}\ Wb$]

Δύναμη που ασκεί το μαγνητικό πεδίο σε κινούμενο ηλεκτρικό φορτίο

4.41 Ηλεκτρόνιο βάλλεται με ταχύτητα υ=10^4 m/s, κάθετα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης B=2×10^{-2}T. Να υπολογιστεί η ακτίνα και η περίοδος περιστροφής του ηλεκτρονίου. Δίνονται το στοιχειώδες φορτίο e=$1{,}6\times10^{-19}$C και η μάζα του ηλεκτρονίου m_e=$9{,}1\times10^{-31}$kg.

[Απ : $2{,}84\times10^{-6}\ m$, $17{,}86\times10^{-10}\ s$]

4.42 Φορτισμένο σωματίδιο διαγράφει κυκλική τροχιά ακτίνας R=20cm, μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο με B=2T. Αν το φορτίο του σωματιδίου είναι $2\times1{,}6\times10^{-19}$C να υπολογιστεί το μέτρο της ορμής του.

[Απ: $1{,}28\times10^{-19}$kg m/s]

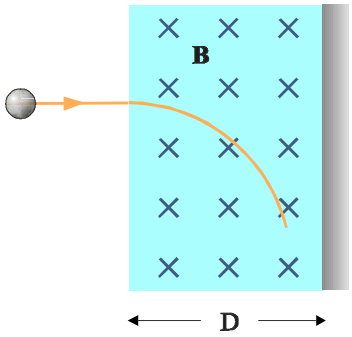
4.43 Τι τιμή πρέπει να έχει ένα μαγνητικό πεδίο στο διάστημα, ώστε να αναγκάσει ένα πρωτόνιο που κινείται με ταχύτητα υ=10^7m/s κάθετα στις δυναμικές του γραμμές, να διαγράψει κυκλική τροχιά ακτίνας ίσης με την ακτίνα της Γης. Δίνονται m_p=$1{,}6\times10^{-27}$kg e=$1{,}6\times10^{-19}$C και $R_Γ$=6400km.

[Απ: $15{,}6\times10^{-9}$T]

4.44 Ένα πρωτόνιο και ένα σωμάτιο α (πυρήνας του ηλίου ${}^4_2He$) έχουν ίσες κινητικές ενέργειες και μπαίνουν σε ομογενές μαγνητικό πεδίο, κάθετα στις δυναμικές γραμμές. Αν η ακτίνα περιστροφής του πρωτονίου είναι R_p=10cm να υπολογιστεί η ακτίνα περιστροφής του σωματίου α. Δίνεται ότι η μάζα του σωματίου α είναι τετραπλάσια της μάζας του πρωτονίου και ότι το φορτίο του α διπλάσιο του φορτίου του πρωτονίου.

[Απ : $R_\alpha = 10\ cm$]

4.45 Ηλεκτρόνιο που κινείται με ταχύτητα $\upsilon=2\times10^{2}$ m/s μπαίνει σε χώρο όπου συνυπάρχουν ομογενές ηλεκτρικό και ομογενές μαγνητικό πεδίο με τις δυναμικές τους γραμμές κάθετες μεταξύ τους. Το ηλεκτρόνιο μπαίνει κάθετα στις δυναμικές γραμμές των δυο πεδίων και κινείται ευθύγραμμα και ομαλά. Αν το μαγνητικό πεδίο είναι B=0,02T να υπολογιστεί η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου.
[Απ : 4 V/m]



Σχ. 4.41

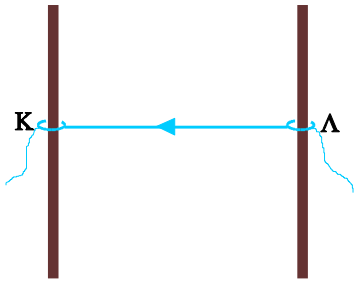
4.46 Μια δέσμη από ηλεκτρόνια με κινητική ενέργεια *K* κατευθύνεται προς μεταλλική επιφάνεια που είναι τοποθετημένη κάθετα στη διεύθυνση της δέσμης. Μπροστά από τη μεταλλική επιφάνεια υπάρχει ομογενές μαγνητικό πεδίο με τις δυναμικές του γραμμές παράλληλες στην επιφάνεια. Το εύρος του μαγνητικού πεδίου είναι D (σχ. 4.41). Ποια είναι η ελάχιστη τιμή B του μαγνητικού πεδίου ώστε τα ηλεκτρόνια να μην πέφτουν πάνω στη μεταλλική επιφάνεια. Δίνονται: η μάζα του ηλεκτρονίου m_e και το στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο *e*.
[Απ: $B=\sqrt{\dfrac{2m_eK}{e^2D^2}}$]

4.47 Ένα ηλεκτρόνιο το οποίο έχει κινητική ενέργεια K=20eV ($1eV=1,6\times10^{-19}J$) μπαίνει σε περιοχή όπου υπάρχει ομογενές μαγνητικό πεδίο $B=5\times10^{-4}T$. Αν η ταχύτητα του ηλεκτρονίου σχηματίζει γωνία $\varphi=60^{o}$ με τις δυναμικές γραμμές του πεδίου, βρείτε το βήμα της έλικας που θα διαγράψει.
Δίνονται $m_e=9,1\times10^{-31}kg$ και $e=1,6\times10^{-19}C$.
[Απ: 9,4 cm]

4.48 Ένα πρωτόνιο επιταχύνεται σε τάση V=2000V και στη συνέχεια εισέρχεται σε ομογενές μαγνητικό πεδίο κάθετα στις δυναμικές γραμμές. Να υπολογιστεί η ακτίνα της τροχιάς που θα διαγράψει μέσα στο μαγνητικό πεδίο. Δίνονται το μαγνητικό πεδίο $B=2\times10^{-2}T$, το στοιχειώδες φορτίο $e=1,6\times10^{-19}C$ και η μάζα του πρωτονίου $m_p=1,6\times10^{-27}kg$.
[Απ : 0,316 m]

Δύναμη Laplace

4.49 Αγωγός μήκους *l*=40cm που διαρρέεται από ρεύμα έντασης I=8A, βρίσκεται ανάμεσα στους πόλους ισχυρού ηλεκτρομαγνήτη που δημιουργεί μαγνητικό πεδίο B=1,2T. Να υπολογιστεί η δύναμη που δέχεται ο αγωγός,
α) αν είναι κάθετος στις δυναμικές γραμμές του πεδίου, και
β) αν σχηματίζει γωνία 30°, με τις δυναμικές γραμμές του πεδίου.
[Απ : α) 3,84 N , β) 1,92 N]



Σχ. 4.42

4.50 Ο αγωγός ΚΛ (σχ. 4.42) έχει μάζα 40g και μήκος *l*=0,5m, είναι οριζόντιος και μπορεί να ολισθαίνει χωρίς τριβές πάνω σε δύο κατακόρυφους οδηγούς από μονωτικό υλικό. Τα άκρα Κ και Λ του αγωγού συνδέονται με πηγή, οπότε ο αγωγός διαρρέεται από ρεύμα έντασης 10A. Όλο το σύστημα βρίσκεται μέσα σε οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο **B**, κάθετο στο επίπεδο που ορίζεται από τον ΚΛ και τους κατακόρυφους οδηγούς.

α) Ποια είναι η φορά και το μέτρο του μαγνητικού πεδίου ώστε ο αγωγός ΚΛ να ισορροπεί;

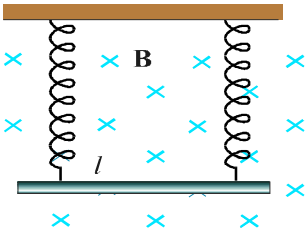
β) Ποιο πρέπει να είναι το μέτρο του μαγνητικού πεδίου **B** ώστε ο αγωγός να κινείται προς τα κάτω με επιτάχυνση $\alpha=2m/s^2$.

Δίνεται $g=10m/s^2$.

[Απ: α) $8\times10^{-2}T$ β) $6,4\times10^{-2}T$]

4.51 Ο ευθύγραμμος αγωγός του σχήματος 4.43 έχει μάζα m=10gr, μήκος *l*=1m και κρέμεται κατακόρυφα από δύο όμοια ελατήρια. Όλο το σύστημα βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο B=0,2T. Να σχεδιαστεί η φορά του ρεύματος που πρέπει να διαρρέει τον αγωγό και να υπολογιστεί η τιμή του ώστε αυτός να ισορροπεί χωρίς να δέχεται δύναμη από τα ελατήρια (τα ελατήρια να διατηρούν το φυσικό τους μήκος). Δίνεται $g=10m/s^2$.

[Απ : 0,5 A]



Σχ. 4.43

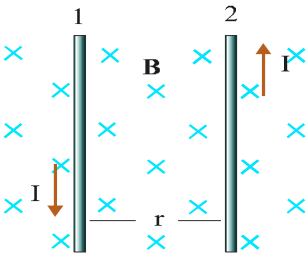
Δυνάμεις μεταξύ παράλληλων ρευμάτων

4.52 Δύο παράλληλοι αγωγοί, πολύ μεγάλου μήκους διαρρέονται από ομόρροπα ρεύματα I_1=10A και I_2=30A. Οι αγωγοί απέχουν μεταξύ τους απόσταση d=8cm. Τρίτος αγωγός που διαρρέεται από ρεύμα I_3=10A είναι παράλληλος με τους δύο πρώτους, βρίσκεται στο ίδιο επίπεδο με αυτούς και στο μέσον της απόστασής τους. Αν το ρεύμα που διαρρέει τον τρίτο αγωγό έχει αντίθετη φορά από τα ρεύματα I_1 και I_2, να υπολογιστεί η δύναμη που δέχεται ο τρίτος αγωγός, ανά μονάδα μήκους του, από τους άλλους δύο. Δίνεται $\mu_o = 4\pi\times10^{-7}\ Tm/A$.

[Απ : 10^{-3} N/m]

4.53 Δύο παράλληλοι αγωγοί μεγάλου μήκους διαρρέονται από αντίρροπα ρεύματα I=10A και βρίσκονται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο $B=0,5\times10^{-4}$ T, με το επίπεδο που ορίζουν κάθετο στις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου (σχ. 4.44). Ο αγωγός 1 είναι ακλόνητα στερεωμένος και ο αγωγός 2 ελεύθερος να κινηθεί. Να υπολογιστεί ποια πρέπει να είναι η μεταξύ τους απόσταση *r* ώστε ο αγωγός 2 να ισορροπεί. Δίνεται $\mu_o = 4\pi\times10^{-7}\ Tm/A$.

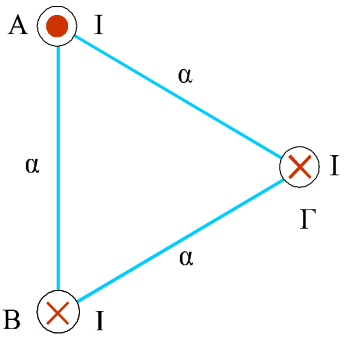
[Απ : 4cm]



Σχ. 4.44

4.54 Τρεις παράλληλοι μεταλλικοί αγωγοί Α, Β, και Γ διαρρέονται από ρεύματα της ίδιας έντασης I=50A και απέχουν ανά δύο απόσταση α=30cm. Στο σχήμα 4.45 παριστάνεται η τομή των τριών αγωγών με επίπεδο κάθετο σε αυτούς. Οι αγωγοί Β και Γ διαρρέονται από ομόρροπα ρεύματα ενώ οι αγωγοί Α και Β διαρρέονται με αντίρροπα ρεύματα. Να υπολογιστεί το μέτρο της δύναμης που δέχεται η μονάδα μήκους του αγωγού Γ από τους άλλους δύο αγωγούς. Δίνεται $\mu_o = 4\pi\times10^{-7}\ Tm/A$.

[Απ : $166,7\times10^{-5}\ N/m$]



Σχ. 4.45

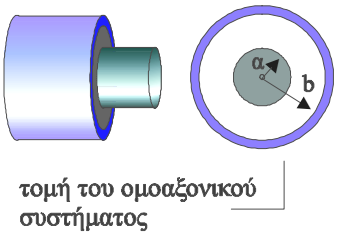
4.55 Κυλινδρικός αγωγός έχει διατομή ακτίνας R=4cm και διαρρέεται από ρεύμα έντασης I=10A. Το ρεύμα είναι ομοιόμορφα κατανεμημένο στη διατομή του αγωγού, δηλαδή η πυκνότητα των ελεύθερων ηλεκτρονίων που δημιουργούν το ρεύμα είναι ίδια σ' όλη την έκταση του αγωγού.

α) Υπολογίστε το μαγνητικό πεδίο σε αποστάσεις r_1=2cm και r_2=10cm από τον άξονα του κυλινδρικού αγωγού

β) Να παρασταθεί γραφικά το μέτρο του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ο αγωγός σε συνάρτηση με την απόσταση από τον άξονά του.

Δίνεται $\mu_o = 4\pi \times 10^{-7}\ Tm/A$.

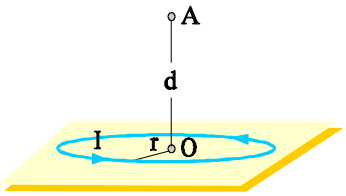
[Απ : α) $2{,}5\times10^{-5}\ T$, $2\times10^{-5}\ T$]



Σχ. 4.46

4.56 Ευθύγραμμο σύρμα που έχει διατομή ακτίνας α περιβάλλεται από λεπτό κυλινδρικό αγώγιμο κέλυφος ακτίνας b. Ο άξονας του κελύφους συμπίπτει με τον άξονα του σύρματος (σχ. 4.46). Μεταξύ του σύρματος και του κελύφους υπάρχει μονωτικό υλικό. (Η διάταξη ονομάζεται ομοαξονικό σύστημα αγωγών ή ομοαξονικό καλώδιο). Οι δύο αγωγοί διαρρέονται από ρεύματα I_1 και I_2 αντίθετης φοράς. Υπολογίστε το μαγνητικό πεδίο σε ένα σημείο που απέχει απόσταση r από τον κοινό άξονα και βρίσκεται α) μεταξύ των δύο αγωγών ($\alpha < r < b$) και β) έξω από το σύστημα των δύο αγωγών ($r > b$). Εξετάστε και την περίπτωση όπου I_1=I_2. Η μαγνητική διαπερατότητα του μονωτικού υλικού θα θεωρηθεί ίση με ένα.

[Απ : α) $B = \dfrac{\mu_0 I_1}{2\pi r}$, β) $B = \dfrac{\mu_0 |I_1 - I_2|}{2\pi r}$]

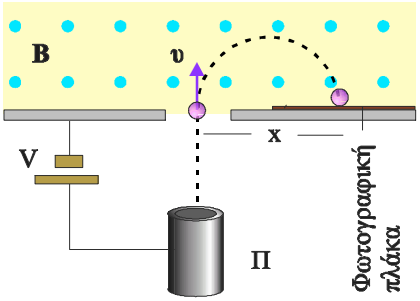


Σχ. 4.47

4.57 Κυκλικός αγωγός (σχ. 4.47) έχει ακτίνα r=3cm και διαρρέεται από ρεύμα I=10A. Να υπολογιστεί το μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί ο αγωγός σε σημείο Α που βρίσκεται πάνω σε ευθεία που είναι κάθετη στο επίπεδο του κύκλου, διέρχεται από το κέντρο του κύκλου Ο και απέχει απόσταση d=4cm από το Ο. Δίνεται $\mu_o = 4\pi \times 10^{-7}\ Tm/A$.

<u>Υπόδειξη</u>: Χωρίστε τον κυκλικό αγωγό σε πολύ μικρά τμήματα. Αναλύστε το διάνυσμα Δ**B** σε κάθετες συνιστώσες, η μια των οποίων θα έχει τη διεύθυνση ΑΟ. Συγκρίνετε την ένταση του πεδίου που δημιουργούν δύο αντιδιαμετρικά μικρά τμήματα του αγωγού.

[Απ : $0{,}452\times10^{-4}\ T$]



Σχ. 4.48

4.58. Στο σχήμα 4.48 παριστάνεται ένας φασματογράφος μάζας. Τα ιόντα που παράγονται από την πηγή Π αφού επιταχυνθούν από ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται από τάση V, εισέρχονται σε περιοχή όπου υπάρχει ομογενές μαγνητικό πεδίο B, κάθετα στις δυναμικές γραμμές του. Εκεί, αφού διαγράψουν ημικυκλική τροχιά, πέφτουν σε φωτογραφική πλάκα όπου αποτυπώνεται το ίχνος τους. Γνωρίζοντας το φορτίο των ιόντων, την τάση V, το μαγνητικό πεδίο **B** και την απόσταση x, του ίχνους στη φωτογραφική πλάκα από το σημείο εισόδου, μπορούμε να υπολογίσουμε τη μάζα των ιόντων. Αν V=95V, B=0,08T το φορτίο κάποιου ιόντος είναι q=$1{,}6\times10^{-19}$C και η απόσταση x βρέθηκε 0,5m υπολογίστε τη μάζα του ιόντος.

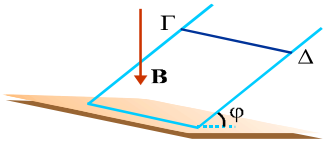
[Απ: $3{,}368\times10^{-25}$ kg]

4.59 Σε ομογενές μαγνητικό πεδίο B=1T εισέρχεται ηλεκτρόνιο με ταχύτητα $\upsilon=10^7$m/s. Το διάνυσμα της ταχύτητας σχηματίζει γωνία $\varphi=60^o$ με τη διεύθυνση των δυναμικών γραμμών του πεδίου. Να υπολογιστεί πόσες κυκλικές περιφορές θα κάνει το ηλεκτρόνιο μέχρι να διατρέξει απόσταση x=1m κατά τη διεύθυνση των δυναμικών γραμμών. Δίνονται: $m_e=9,1\times10^{-31}$kg και $e=1,6\times10^{-19}$C.
[Απ: 5600 περιφορές]

4.60 Ηλεκτρόνιο μπαίνει σε χώρο δύο πεδίων, ενός ηλεκτρικού και ενός μαγνητικού, με δυναμικές γραμμές παράλληλες και αντίρροπες. Η ταχύτητα του ηλεκτρονίου είναι κάθετη στις δυναμικές γραμμές των πεδίων. Να μελετηθεί η κίνησή του.

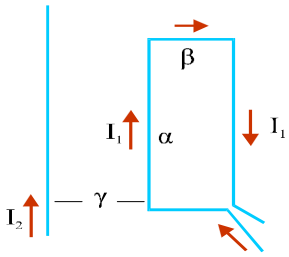
4.61 Το χλώριο αποτελείται από δύο ισότοπα. Οι μάζες των ισοτόπων είναι $m_1=37\times1,673\times10^{-27}$ kg και $m_2=35\times1,673\times10^{-27}$kg. Μονοσθενή ιόντα χλωρίου επιταχύνονται από την ηρεμία με τάση V=7 kV. Στη συνέχεια κινούνται μέσα στο ομογενές μαγνητικό πεδίο B=0,5T ενός φασματογράφου μάζας και πέφτουν στη φωτογραφική πλάκα. Βρείτε πόσο θα απέχουν τα ίχνη των δύο ισοτόπων στη φωτογραφική πλάκα. Δίνεται το στοιχειώδες φορτίο $e=1,6\times10^{-19}$C.
[Απ: 8×10^{-3} m]

4.62 Αγωγός ΓΔ μάζας m=60gr και μήκους l=20cm, μπορεί να ολισθαίνει χωρίς τριβές μένοντας συνεχώς οριζόντιος, πάνω σε δύο παράλληλες ράβδους από μονωτικό υλικό που σχηματίζουν γωνία $\varphi=30^o$ με την οριζόντια διεύθυνση. Το όλο σύστημα βρίσκεται μέσα σε ομογενές κατακόρυφο μαγνητικό πεδίο, B=1T (σχ. 4.49) Να βρείτε τη φορά και την ένταση του ρεύματος που πρέπει να διαρρέει τον αγωγό ΓΔ ώστε να ισορροπεί. Δίνεται $g=10m/s^2$.
[Απ : $\sqrt{3}A$]



Σχ. 4.49

4.63 Ορθογώνιο πλαίσιο έχει πλευρές α και β και διαρρέεται από ρεύμα έντασης I_1 (σχ. 4.50). Ένας ευθύγραμμος αγωγός πολύ μεγάλου μήκους βρίσκεται στο ίδιο επίπεδο με το πλαίσιο, διαρρέεται από ρεύμα I_2, είναι παράλληλος με τις πλευρές του πλαισίου μήκους α και απέχει από την πιο κοντινή πλευρά απόσταση γ. Να υπολογιστεί η συνολική δύναμη που δέχεται το πλαίσιο από τον ευθύγραμμο αγωγό. Δίνονται τα μ_o, I_1, I_2, α, β, γ.
[Απ : $F=\dfrac{\mu_0 I_1 I_2 \alpha\beta}{2\pi\gamma(\gamma+\beta)}$]



Σχ. 4.50

4.64 Λεπτή δέσμη μονοσθενών ιόντων χλωρίου εισέρχεται σε περιοχή όπου συνυπάρχουν ομογενές μαγνητικό πεδίο και ομογενές ηλεκτρικό πεδίο κάθετα μεταξύ τους και κάθετα στη διεύθυνση της δέσμης. Το μαγνητικό πεδίο είναι $B_1=4\times10^{-2}$T και το ηλεκτρικό πεδίο E=2000V/m. Μερικά από τα ιόντα δεν εκτρέπονται και συνεχίζοντας την πορεία τους διέρχονται από λεπτή οπή διαφράγματος που η επιφάνειά του είναι κάθετη στη διεύθυνση της δέσμης. Αμέσως μετά τη διοδό τους από την οπή, τα ιόντα εισέρχονται σε ομογενές μαγνητικό πεδίο που η έντασή του έχει μέτρο B_2=0,1 T και είναι κάθετη στη διεύθυνση της δέσμης. Τα ιόντα εκτελώντας τώρα καμπυλόγραμμη κίνηση επιστρέφουν στο

διάφραγμα και δημιουργούν πάνω σε φωτογραφική πλάκα δύο στίγματα που απέχουν μεταξύ τους απόσταση d=2cm.

α) Σχεδιάστε την όλη διάταξη

β) Εξηγήστε γιατί μερικά ιόντα αποκλίνουν μέσα στο σύνθετο πεδίο ενώ άλλα συνεχίζουν ανεπηρέαστα την πορεία τους.

γ) Εξηγήστε γιατί τα ιόντα σχηματίζουν δύο στίγματα.

δ) Κατά πόσα νετρόνια διαφέρουν τα δυο ισότοπα του χλωρίου;

Δίνονται : το στοιχειώδες φορτίο $e=1,6\times10^{-19}C$ και η μάζα του νετρονίου $m_n=1,6\times10^{-27}kg$.

[Απ : 2]

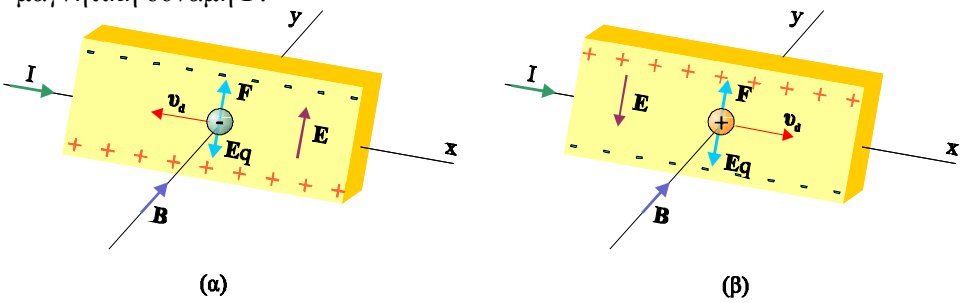
ΕΝΘΕΤΟ

ΤΟ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ HALL (Χολ)

Το 1879 ο Edwin Hall διαπίστωσε ότι σε ένα πλακίδιο που διαρρέεται από ρεύμα, τοποθετημένο μέσα σε μαγνητικό πεδίο, δημιουργείται διαφορά δυναμικού σε διεύθυνση που είναι κάθετη στο ρεύμα και στο μαγνητικό πεδίο. **Το φαινόμενο** αυτό, που είναι γνωστό ως φαινόμενο Hall **οφείλεται στην απόκλιση που υφίστανται οι φορείς του ρεύματος, εξ αιτίας της δύναμης που δέχονται από το μαγνητικό πεδίο**.

Η ανάλυση των αποτελεσμάτων του φαινομένου Hall σε ένα αγώγιμο πλακίδιο δίνει πληροφορίες για τους φορείς του ηλεκτρικού ρεύματος και για την πυκνότητά τους. Το φαινόμενο το εκμεταλλευόμαστε στη μέτρηση μαγνητικών πεδίων.

Έστω ένας αγωγός σε σχήμα πλάκας που διαρρέεται από ρεύμα κατά τη θετική κατεύθυνση του άξονα x. Στην κατεύθυνση y υπάρχει ομογενές μαγνητικό πεδίο **B**. Εάν οι φορείς του ηλεκτρικού ρεύματος είναι ελεύθερα ηλεκτρόνια, (σχ. 4.51α) αυτά θα κινούνται προς την αρνητική κατεύθυνση του άξονα x με μια μέση ταχύτητα υ_d (ταχύτητα διολίσθησης). Στα ηλεκτρόνια αυτά το μαγνητικό πεδίο ασκεί δύναμη **F** με κατεύθυνση προς τα επάνω, και συνεπώς αποκλίνουν από την πορεία τους και συσσωρεύονται στο επάνω μέρος της πλάκας. Με τη συσσώρευση των ηλεκτρονίων στο επάνω μέρος της πλάκας δημιουργείται περίσσεια θετικού φορτίου στο κάτω μέρος της. Η συσσώρευση ίσων ποσοτήτων θετικού και αρνητικού φορτίου στο κάτω και επάνω μέρος της πλάκας συνεπάγεται τη δημιουργία στο εσωτερικό της πλάκας ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου το οποίο ασκεί στα ελεύθερα ηλεκτρόνια δύναμη **E**q, με φορά προς τα κάτω. Η συσσώρευση ηλεκτρικού φορτίου συνεχίζεται μέχρις ότου η ηλεκτρική δύναμη **E**q εξισορροπήσει τη μαγνητική δύναμη **F**.



Σχ. 4.51

Με ένα ευαίσθητο γαλβανόμετρο μπορούμε να μετρήσουμε τη διαφορά δυναμικού που δημιουργείται μεταξύ του κάτω και του επάνω μέρους της πλάκας εξαιτίας της συσσώρευσης ηλεκτρικού φορτίου. Αυτή η διαφορά δυναμικού **ονομάζεται τάση Hall (V_H)**.

Εάν οι φορείς του ηλεκτρικού ρεύματος είναι θετικοί, (όπως συμβαίνει σε ορισμένους ημιαγωγούς) (σχ. 4.51β) αυτοί θα εκτραπούν προς τα πάνω και έτσι στο επάνω μέρος συσσωρεύεται θετικό φορτίο ενώ στο κάτω αρνητικό. Στην περίπτωση αυτή το πρόσημο της τάσης Hall είναι αντίθετο από ότι πριν, όταν οι φορείς ήταν ηλεκτρόνια. Προσδιορίζοντας λοιπόν την πολικότητα της τάσης Hall προσδιορίζεται το πρόσημο των φορέων φορτίου.

Μπορούμε να βρούμε μια έκφραση για την τάση Hall αν θυμηθούμε ότι στην κατάσταση ισορροπίας η δύναμη του μαγνητικού πεδίου $F = Bq\upsilon_d$ εξισορροπείται από τη δύναμη του ηλεκτρικού πεδίου Eq

$$Bq\upsilon_d = Eq \quad \text{ή} \quad B\upsilon_d = E \qquad (4.23)$$

Εάν το πλάτος του αγωγού είναι d, τότε $E = \dfrac{V_H}{d}$ και η σχέση (4.23) γίνεται

$$B\upsilon_d = \frac{V_H}{d} \quad \text{οπότε} \quad V_H = Bd\upsilon_d \qquad (4.24)$$

Από τη σχέση (4.24) παρατηρούμε ότι αν γνωρίζουμε την τάση Hall το B και το d, μπορούμε να υπολογίσουμε την ταχύτητα διολίσθησης των φορέων του ρεύματος.

Η ένταση του ρεύματος μπορεί να εκφρασθεί και ως συνάρτηση του αριθμού *n* των φορέων φορτίου ανά μονάδα όγκου, όπως υπολογίστηκε στη σχέση (4.20)

$$I = nqA\upsilon_d \quad \text{ή} \quad \upsilon_d = \frac{I}{nqA}\ , \qquad (4.25)$$

όπου A το εμβαδόν της διατομής της πλάκας. Θέτοντας στη σχέση (4.24) την (4.25) βρίσκουμε

$$V_H = \frac{IBd}{nqA}$$

Από τη σχέση αυτή μπορούμε να υπολογίσουμε την πυκνότητα φορέων ρεύματος του αγωγού.

Τέλος γνωρίζοντας τις ιδιότητες του αγώγιμου πλακιδίου, δηλαδή την πυκνότητα φορέων ρεύματος και το είδος των φορέων φορτίου, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το φαινόμενο για τη μέτρηση άγνωστων μαγνητικών πεδίων.

Το φαινόμενο Hall έχει πολλές πρακτικές εφαρμογές σε διάφορους χώρους, μεταξύ αυτών και στην ιατρική.

Το αίμα περιέχει ιόντα τα οποία κινούνται με την ταχύτητα ροής του. Μπορούμε να θεωρήσουμε την κίνηση των ιόντων σαν ηλεκτρικό ρεύμα. Εφαρμόζουμε ένα μαγνητικό πεδίο κάθετα σε μια αρτηρία και μετράμε την τάση Hall που αναπτύσσεται στα τοιχώματά της. Από τη σχέση που δίνει τη τάση Hall μπορούμε να υπολογίσουμε την ένταση του ρεύματος και στη συνέχεια από τη σχέση (4.25) την ταχύτητα των ιόντων που είναι και η ταχύτητα ροής του αίματος. Γνωρίζοντας την ταχύτητα ροής του αίματος στην αρτηρία οι γιατροί μπορούν να βγάλουν συμπεράσματα για την κατάσταση του κυκλοφορικού συστήματος του ασθενή.

4 ΜΑΓΝΗΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

Ο νόμος των Biot και Savart

4.1 Ο νόμος των Biot και Savart δίνει το μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί ένα στοιχειώδες τμήμα ρευματοφόρου αγωγού. Για να υπολογίσουμε το μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί ολόκληρος ο αγωγός σε κάποιο σημείο, πρέπει να χωρίσουμε τον αγωγό σε στοιχειώδη τμήματα και στη συνέχεια να αθροίσουμε τη συνεισφορά όλων των τμημάτων στα οποία χωρίσαμε τον αγωγό.

4.2 δ

4.3 δ

4.4 Χωρίζουμε τον αγωγό σε πολύ μικρά τμήματα Δl_1, Δl_2, $\Delta l_3 \ldots$ Τα τμήματα αυτά δημιουργούν στο κέντρο του ημικυκλικού αγωγού μαγνητικό πεδίο $\Delta \mathbf{B}_1$, $\Delta \mathbf{B}_2$, $\Delta \mathbf{B}_3 \ldots$ που έχουν όλα την ίδια διεύθυνση και φορά, επομένως:

$$B = \Delta B_1 + \Delta B_2 + \ldots = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I(\Delta l_1 + \Delta l_2 + \ldots)}{r^2} = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\pi r}{r^2}$$

άρα $B = \dfrac{\mu_o}{4}\dfrac{I}{r}$

Ο νόμος του Ampere

4.5 Σύμφωνα με το νόμο του Ampere το άθροισμα των γινομένων κατά μήκος μιας κλειστής διαδρομής είναι ίσο με $\mu_o I_{\varepsilon\gamma\kappa}$. Ο νόμος του Ampere δίνει τη δυνατότητα να υπολογίζουμε εύκολα το μαγνητικό πεδίο σε διατάξεις που παρουσιάζουν συμμετρία.

4.6 γ, δ

4.7 Α-α Β-δ

4.8 Η συμμετρία της διάταξης επιβάλλει το μέτρο του μαγνητικού πεδίου να είναι ίδιο σε όλα τα σημεία που ισαπέχουν από τους δύο αγωγούς. Για την εφαρμογή του νόμου του Ampere επιλέγουμε μια κλειστή διαδρομή που έχει κέντρο πάνω στους αγωγούς και επίπεδο κάθετο σε αυτούς.
$\Sigma B\,\Delta l\,\sigma\upsilon\nu\theta = \mu_o I_{\varepsilon\gamma\kappa}$ επειδή $I_{\varepsilon\gamma\kappa} = 0 \quad B = 0$

4.9 1-Β 2-Γ 3-Α

4.10 δ

4.11 β

4.12 Σύμφωνα με το νόμο του Gauss για το μαγνητισμό, η μαγνητική ροή που διέρχεται από οποιαδήποτε κλειστή επιφάνεια είναι μηδέν.

4.13 Αν υπήρχαν μαγνητικά μονόπολα θα δημιουργούσαν γύρω τους ακτινικό μαγνητικό πεδίο. Η μαγνητική ροή που θα διερχόταν από μια κλειστή επιφάνεια που θα περιέκλειε ένα τέτοιο μονόπολο δεν θα ήταν μηδέν. Όμως, σύμφωνα με το νόμο του Gauss για το μαγνητισμό, η μαγνητική ροή που διέρχεται από κάθε κλειστή επιφάνεια είναι μηδέν.

Δύναμη σε κινούμενο ηλεκτρικό φορτίο

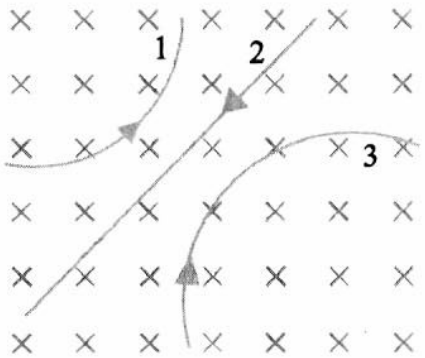
4.14 Σωστή η β. Το ηλεκτρικό πεδίο ασκεί δύναμη σε κάθε φορτισμένο σώμα. Το μαγνητικό πεδίο μόνο στα κινούμενα ηλεκτρικά φορτία.

4.15 δ

4.16 α, γ

4.17 Όχι, γιατί μπορεί να υπάρχει μαγνητικό πεδίο και το ηλεκτρόνιο να κινείται παράλληλα με τις δυναμικές γραμμές του.

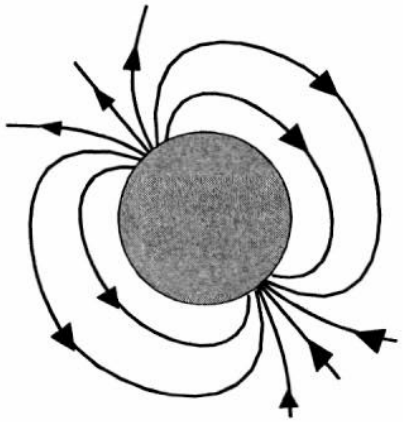
4.18 Στο σχήμα 4.1 η τροχιά 1 αντιστοιχεί σε θετικά φορτισμένο σωματίδιο. Η 2 σε ηλεκτρικά ουδέτερο και η 3 σε αρνητικά φορτισμένο.



Σχ. 4. 1

4.19 α) Ευθύγραμμη ομαλή. β) Ομαλή κυκλική.

4.20 Τα φορτισμένα σωματίδια που κατευθύνονται προς τους πόλους δεν εκτρέπονται από την πορεία τους γιατί το μαγνητικό πεδίο της Γης είναι, στην περιοχή αυτή, παράλληλο με την ταχύτητα τους.
Αντίθετα, τα φορτισμένα σωματίδια που κατευθύνονται προς άλλα σημεία της Γης, συναντούν το μαγνητικό της πεδίο με γωνία διαφορετική από 0° ή 180° και εκτρέπονται από αυτό. Επειδή το μαγνητικό πεδίο της Γης έχει τη μορφή μαγνητικής φιάλης, πολλά εγκλωβίζονται από αυτό και κινούνται διαρκώς από τον ένα πόλο στον άλλο.



Σχ. 4. 2

4.21 Ο μαγνήτης εκτρέπει τη δέσμη ηλεκτρονίων που φτάνουν στην οθόνη της τηλεόρασης.

4.22 Η δύναμη Lorenz έχει την κατεύθυνση
α) Του θετικού ημιάξονα Oz.
β) Του αρνητικού ημιάξονα Ox΄.
γ) Το σωματίδιο κινείται παράλληλα στις δυναμικές γραμμές επομένως $F = 0$

4.23 Α-β Β-α

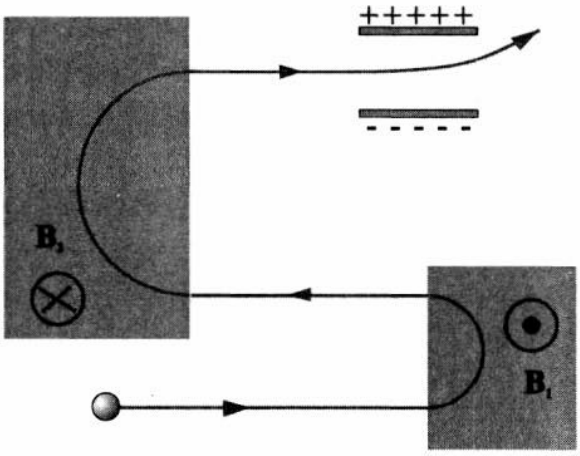
4.24 α) Το πρωτόνιο. β) Το πρωτόνιο κινείται αριστερόστροφα, το ηλεκτρόνιο δεξιόστροφα.

Σημείωση: Το σχήμα δεν είναι ρεαλιστικό. Η ακτίνα περιστροφής του πρωτονίου είναι πολύ μεγαλύτερη από την ακτίνα περιστροφής του ηλεκτρονίου.

4.25 γ, δ

4.26 Α: Θετικό. Β: $\boldsymbol{\upsilon}_1 = -\boldsymbol{\upsilon}_o$ Γ: $t_1 = t_2$ $R_1 \prec R_2$

4.27 α) Από την εκτροπή που υφίσταται όταν διέρχεται από τον πυκνωτή συμπεραίνουμε πως το φορτίο του είναι αρνητικό.
β) Σχήμα 4.3
γ) Το $\mathbf{B}_1$ γιατί σε αυτό η ακτίνα περιστροφής είναι μικρότερη.
δ) Η περίοδος περιστροφής είναι αντίστροφα ανάλογη του μαγνητικού πεδίου. Εφόσον το φορτισμένο σωματίδιο διαγράφει ημικύκλιο σε κάθε μαγνητικό πεδίο, περισσότερο χρόνο παραμένει στο πιο ασθενές πεδίο, το $\mathbf{B}_2$.



Σχ. 4.3

4.28 Βλέπε βιβλίο του μαθητή σελίδα 158

4.29 Ο φασματογράφος μάζας είναι μια διάταξη που μετράει το πηλίκο της μάζας προς το φορτίο ενός ιόντος. Χρησιμοποιείται για τη μέτρηση και το διαχωρισμό των ισοτόπων.

4.30 Βλέπε βιβλίο του μαθητή σελίδα 161-162.

4.31 Βλέπε βιβλίο του μαθητή σελίδα 160.

Δύναμη Laplace – μαγνητική δύναμη ανάμεσα σε παράλληλους αγωγούς.

4.32 α) Από την εκτροπή μιας μαγνητική βελόνας. β) Από την εκτροπή δέσμης φορτισμένων σωματιδίων. γ) Από την εκτροπή ρευματοφόρου αγωγού.

4.33 Πρέπει να είναι κάθετο στη διεύθυνση του πεδίου.

4.34 Ευθύγραμμος αγωγός, που διαρρέεται από ρεύμα, βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο. Η δύναμη που δέχεται ο αγωγός είναι κάθετη στο επίπεδο που ορίζεται από <u>τον αγωγό και τη διεύθυνση του μαγνητικού πεδίου</u> και η φορά της δίνεται από <u>τον κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού</u>.

4.35 Δύο παράλληλοι αγωγοί πολύ μεγάλου μήκους που διαρρέονται από <u>ομόρροπα</u> ρεύματα, έλκονται, ενώ αν διαρρέονται από <u>αντίρροπα</u> ρεύματα <u>απωθούνται</u>. Η δύναμη που ασκεί ο ένας αγωγός σε μήκος l του άλλου είναι ανάλογη <u>των ρευμάτων που διαρρέουν του αγωγούς</u> του μήκους l και αντίστροφα ανάλογη <u>της μεταξύ τους απόστασης</u>.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

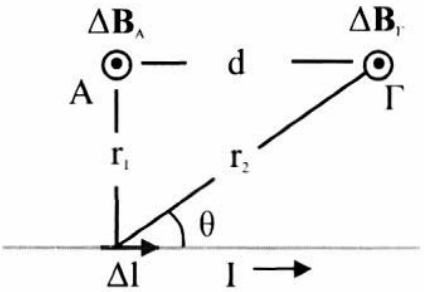
Ο νόμος των Biot και Savart

4.36 $$\Delta B_A = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\,\Delta l}{r_1^2}\eta\mu 90^o = 0{,}22\times 10^{-5}\,\mathrm{T}$$

$$\Delta B_\Gamma = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\,\Delta l}{r_2^2}\eta\mu\theta = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\,\Delta l}{r_2^2}\frac{r_1}{r_2} \quad \text{ή}$$

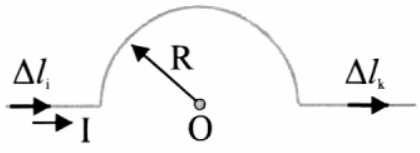
$$\Delta B_\Gamma = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\,\Delta l\;\; r_1}{r_2^3} \quad \text{άρα}$$

$$\Delta B_\Gamma == \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\,\Delta l\;\; r_1}{(\sqrt{r_1^2+d^2})^3} = 0{,}048\times 10^{-5}\,T$$



Σχ. 4.37

4.37 Χωρίζουμε τα ευθύγραμμα τμήματα του αγωγού σε πολύ μικρά τμήματα. Το μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί το τμήμα Δl_i στο σημείο Ο (σχήμα 4.5) έχει μέτρο:



Σχ. 4.5

$$\Delta B_i = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\,\Delta l_i}{r^2}\eta\mu 0 = 0$$

Το στοιχειώδες τμήμα Δl_k : $\Delta B_k = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\,\Delta l_k}{r^2}\eta\mu 180^o = 0$

Επομένως τα ευθύγραμμα τμήματα δεν δημιουργούν μαγνητικό πεδίο στο σημείο Ο.

Το ημικυκλικό τμήμα του αγωγού δημιουργεί στο σημείο Ο μαγνητικό πεδίο μέτρου

$$\Delta B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{\pi I}{R} = \frac{\mu_o I}{4R}$$ (βλέπε ερώτηση 4.4)

Το πεδίο αυτό είναι κάθετο στο επίπεδο της σελίδας με κατεύθυνση από τον αναγνώστη προς τη σελίδα.

4.38 Τα ευθύγραμμα τμήματα του αγωγού δε δημιουργούν μαγνητικό πεδίο στο σημείο Ο (βλέπε προηγούμενη άσκηση).

Το μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί το ημικυκλικό τμήμα ακτίνας α, στο σημείο Ο έχει μέτρο

$B_1 = \frac{\mu_o I}{4a}$ διεύθυνση κάθετη στη σελίδα και φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη (βλέπε ερώτηση 4.4).

Το μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί το ημικυκλικό τμήμα ακτίνας β, στο σημείο Ο έχει μέτρο

$B_2 = \frac{\mu_o I}{4\beta}$ διεύθυνση κάθετη στη σελίδα και φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα.

$$B = B_1 - B_2 = \frac{\mu_o I}{4}\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\beta}\right) = \frac{\mu_o I}{4}\frac{\beta - \alpha}{\alpha\beta}$$

Νόμος Ampere – μαγνητική ροή – νόμος του Gauss στο μαγνητισμό

4.39 Στη διαδρομή S_1:

$$\sum B\,\Delta l\,\sigma\upsilon\nu\theta = \mu_o I_{\varepsilon\gamma\kappa} = \mu_o(-I_1 - I_5 + I_2 + I_4) = 0$$

Στη διαδρομή S_2:

$$\sum B\,\Delta l\,\sigma\upsilon\nu\theta = \mu_o I_{\varepsilon\gamma\kappa} = \mu_o(I_1 + I_3 - I_2) = \mu_o I$$

Επομένως : $\sum B\,\Delta l\,\sigma\upsilon\nu\theta = 4\pi \times 10^{-6}\,Tm$

Στη διαδρομή S_3:

$$\sum B\,\Delta l\,\sigma\upsilon\nu\theta = \mu_o I_{\varepsilon\gamma\kappa} = \mu_o(-I_1 + I_4) = 0$$

4.40 $$B = \mu_o I \frac{N}{l}$$

$$\Phi = BA = \mu_o I \frac{N}{l}\pi\left(\frac{\Delta}{2}\right)^2 = 16\pi^2 \times 10^{-7}\,Wb$$

Δύναμη που ασκεί το μαγνητικό πεδίο σε κινούμενο ηλεκτρικό φορτίο.

4.41 $$R = \frac{m\upsilon}{Be} = 2{,}84 \times 10^{-6}\,m$$

$$T = \frac{2\pi m}{Be} = 17{,}86 \times 10^{-10}\,s$$

4.42 $R = \dfrac{m\upsilon}{Bq}$ ή $R = \dfrac{p}{Bq}$ άρα $p = BqR = 1{,}28 \times 10^{-19}\,Kg\,m/s$

4.43 $R = \dfrac{m_p\upsilon}{Bq}$ άρα $B = \dfrac{m_p\upsilon}{Rq} = 15{,}6 \times 10^{-9}\,T$

4.44 $R_a = \dfrac{m_a\upsilon_a}{Bq_a}$ (1) $R_p = \dfrac{m_p\upsilon_p}{Be}$ (2)

Διαιρώντας κατά μέλη τις (1) και (2)

$$\frac{R_a}{R_p} = \frac{m_a}{m_p}\frac{\upsilon_\alpha}{\upsilon_p}\frac{e}{q_a} = 4\frac{\upsilon_\alpha}{\upsilon_p}\frac{e}{2e} = 2\frac{\upsilon_\alpha}{\upsilon_p} \quad (3)$$

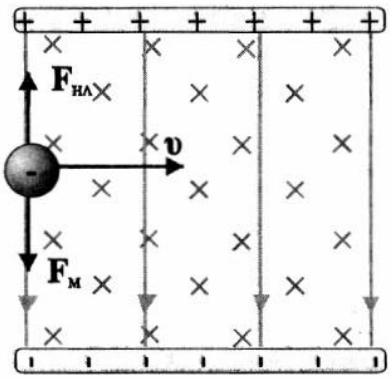
Αλλά $K_a = K_p$ και επομένως $\frac{1}{2}m_a\upsilon_\alpha^2 = \frac{1}{2}m_p\upsilon_\pi^2$

ή $\left(\frac{\upsilon_\alpha}{\upsilon_p}\right)^2 = \frac{m_p}{m_a} = \frac{1}{4}$

άρα $\frac{\upsilon_\alpha}{\upsilon_p} = \frac{1}{2}$ οπότε η (3) δίνει:

$\frac{R_a}{R_p} = 1$ άρα $R_a = R_p = 10cm$

4.45 $F_{\text{ΗΛ}} = F_M$ επομένως $Eq = Bq\upsilon$ άρα $E = B\upsilon = 4V/m$ (Σχήμα 4.6)



Σχ. 4.6

4.46 Πρέπει $R \le D$ επομένως $\frac{m_e\upsilon}{Be} \le D$

ή $B \ge \frac{m_e\upsilon}{De}$

άρα $B_{\min} = \frac{m_e\upsilon}{De}$ (1)

$K = \frac{1}{2}m_e\upsilon^2$ άρα $\upsilon = \sqrt{\frac{2K}{m_e}}$ (2)

Η (1) γίνεται από τη (2) $B_{\min} = \sqrt{\frac{2m_eK}{e^2D^2}}$

4.47 Αναλύουμε την ταχύτητα του ηλεκτρονίου σε συνιστώσες μια κάθετη και μια παράλληλη προς τις δυναμικές γραμμές. Η παράλληλη συνιστώσα της ταχύτητας έχει μέτρο $\upsilon\,\sigma\upsilon\nu\phi$

Το βήμα της έλικας είναι $\beta = \upsilon\,\sigma\upsilon\nu\phi\,T = \upsilon\,\sigma\upsilon\nu\phi\,\frac{2\pi m_e}{Be}$ (1)

$K = \frac{1}{2}m_e\upsilon^2$ άρα $\upsilon = \sqrt{\frac{2K}{m_e}}$

οπότε η (1) γίνεται $\beta = \sqrt{2Km_e}\,\sigma\upsilon\nu\phi\,\frac{2\pi}{Be} = 9{,}4cm$

4.48 Εφαρμόζοντας το θεώρημα έργου - ενέργειας για την κίνηση του πρωτονίου μέσα στο ηλεκτρικό πεδίο.

$$W = \Delta K \quad \text{επομένως} \quad Ve = \frac{1}{2} m_p \upsilon^2 \quad \text{ή} \quad \upsilon = \sqrt{\frac{2Ve}{m_p}}$$

Επομένως θα διαγράψει τροχιά ακτίνας

$$R = \frac{m_p \upsilon}{Be} = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2Vm_p}{e}} = 0{,}316m$$

Δύναμη Laplace

4.49 α) $F_L = BIl = 3{,}84N$ β) $F_L = BIl\ \eta\mu 30 = 1{,}92N$

4.50 α) Για να ισορροπεί ο αγωγός η F_L πρέπει να είναι αντίθετη του βάρους, επομένως το μαγνητικό πεδίο να έχει τη φορά που φαίνεται στο σχήμα 4.7

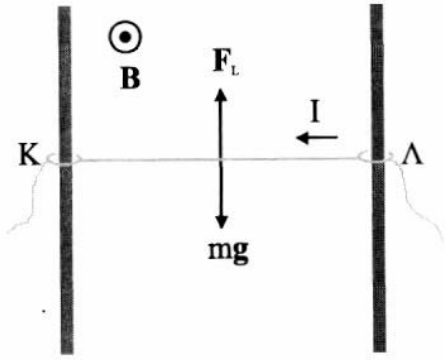
$F_L = mg$ ή $BIl = mg$

άρα $B = \dfrac{mg}{Il} = 8\times10^{-2}T$

β) $mg - F_L = ma$

ή $BIl = m(g-a)$

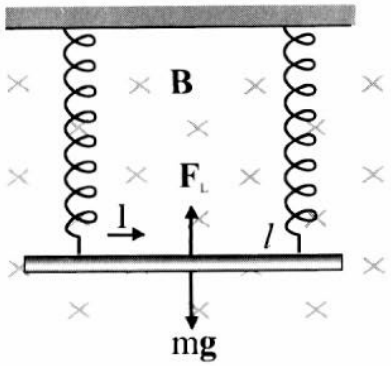
άρα $B = \dfrac{m(g-a)}{Il} = 6{,}4\times10^{-2}T$



Σχ. 4.7

4.51 $F_L = mg$

ή $BIl = mg$, άρα $I = \dfrac{mg}{Bl} = 0{,}5A$



Σχ. 4.8

Δυνάμεις μεταξύ παράλληλων ρευμάτων

4.52 Αν F_1 η δύναμη που ασκεί ο αγωγός 1 σε μήκος l του αγωγού 3 θα είναι

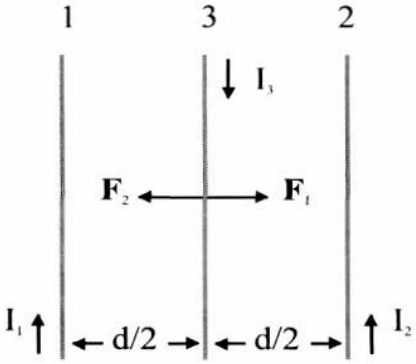
$$\frac{F_1}{l} = \frac{\mu_o}{2\pi}\frac{I_1 I_3}{d/2}$$

Αντίστοιχα αν F_2 η δύναμη που ασκεί ο αγωγός 2 σε μήκος l του αγωγού 3 θα είναι

$$\frac{F_2}{l} = \frac{\mu_o}{2\pi}\frac{I_2 I_3}{d/2}$$

Επομένως η δύναμη που δέχεται ο αγωγός 3 ανά μονάδα μήκους είναι:

$$\frac{F_2}{l} - \frac{F_1}{l} = \frac{\mu_o}{\pi}\frac{I_3}{d}(I_2 - I_1) = 10^{-3} N/m$$

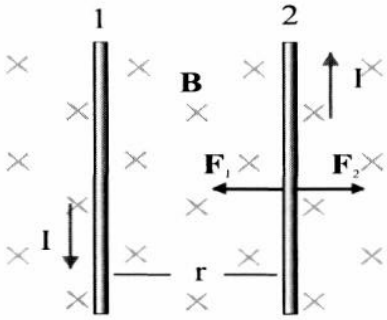


Σχ. 4.9

4.53 Ένα τμήμα του αγωγού 2, μήκους l, δέχεται από το μαγνητικό πεδίο δύναμη $F_1 = BIl$ και από τον αγωγό 1 απωστική δύναμη $F_2 = \frac{\mu_o}{2\pi}\frac{I^2}{r}l$

Για να ισορροπεί ο αγωγός 2 πρέπει $F_2 = F_1$ επομένως $\frac{\mu_o}{2\pi}\frac{I^2}{r}l = BIl$

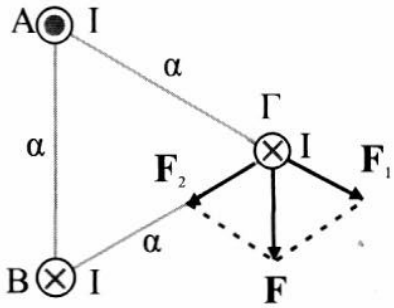
Άρα $r = \frac{\mu_o I}{2\pi B} = 4cm$



Σχ. 4.10

4.54 Ο αγωγός που βρίσκεται στο Α ασκεί απωστική δύναμη στον αγωγό που βρίσκεται στο Γ. Η δύναμη αυτή, ανά μονάδα μήκους, είναι:

$$\frac{F_1}{l} = \frac{\mu_o}{2\pi}\frac{I^2}{a}$$



Σχ. 4.11

Ο αγωγός που βρίσκεται στο Β ασκεί ελκτική δύναμη στον αγωγό που βρίσκεται στο Γ. Η δύναμη αυτή, ανά μονάδα μήκους, είναι:

$$\frac{F_2}{l} = \frac{\mu_o}{2\pi}\frac{I^2}{a}$$

Η συνολική δύναμη ανά μονάδα μήκους (F/l) που δέχεται ο αγωγός στο Γ, είναι:

$$\frac{F}{l} = \sqrt{\left(\frac{F_1}{l}\right)^2 + \left(\frac{F_2}{l}\right)^2 + 2\frac{F_1F_2}{l^2}\sigma\upsilon\nu 120^o}$$

Επειδή $\frac{F_1}{l} = \frac{F_2}{l}$

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_o}{2\pi}\frac{I^2}{a} = 166,7\times 10^{-5} N/m$$

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

4.55 Από το νόμο των Biot και Savart προκύπτει ότι το μαγνητικό πεδίο σε κάθε σημείο, μέσα ή έξω από τον αγωγό, έχει διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο που ορίζεται από το σημείο και τον άξονα του αγωγού. Λόγω συμμετρίας της διάταξης το μαγνητικό πεδίο πρέπει να έχει το ίδιο μέτρο σε όλα τα σημεία που ισαπέχουν από τον άξονα του αγωγού.

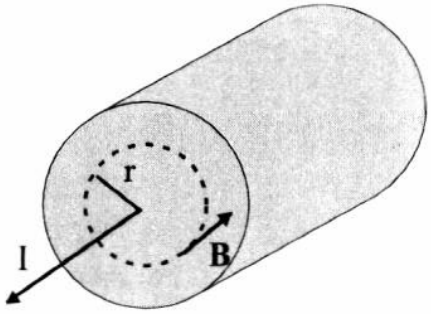
α) Έστω κυκλική επιφάνεια ακτίνας r (r < R) που είναι κάθετη στον άξονα του αγωγού και έχει το κέντρο της πάνω στον άξονα.

Το ρεύμα I΄ που διέρχεται από την επιφάνεια αυτή είναι ανάλογη του εμβαδού της, επομένως:

$$\frac{I'}{I} = \frac{\pi r^2}{\pi R^2} \quad \text{άρα} \quad I' = I\left(\frac{r}{R}\right)^2$$

Εφαρμόζουμε το νόμο του Ampere κατά μήκος κλειστής κυκλικής διαδρομής ακτίνας r (r < R) που το κέντρο της βρίσκεται πάνω στον άξονα του αγωγού και το επίπεδο της είναι κάθετο σε αυτόν.

$$\Sigma B\, dl\, \sigma\upsilon\nu 0 = \mu_o I'$$



Σχ. 4.12

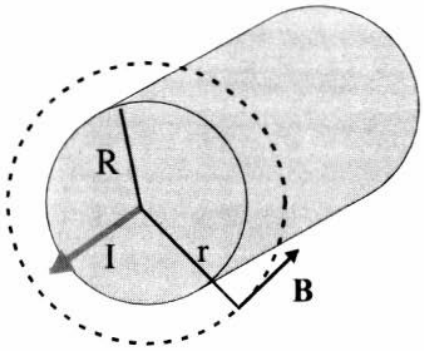
ή $B\ \Sigma\, dl = \mu_o I \left(\frac{r}{R}\right)^2$

ή $B\ 2\pi r = \mu_o I \left(\frac{r}{R}\right)^2$

άρα $B = \frac{\mu_o I}{2\pi R^2} r$ (1)

Θέτοντας στην (1) όπου $r = r_1$ βρίσκουμε $B = 2{,}5 \times 10^{-5} T$

β) Εφαρμόζουμε το νόμο του Ampere κατά μήκος κλειστής κυκλικής διαδρομής ακτίνας r (r > R) που το κέντρο της βρίσκεται πάνω στον άξονα του αγωγού και το επίπεδο της είναι κάθετο σε αυτόν.



Σχ. 4.13

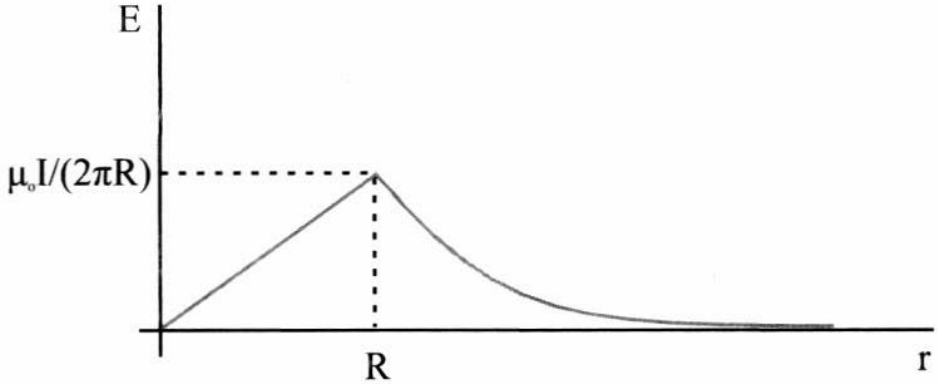
$\Sigma B\, dl\, \sigma\upsilon\nu 0 = \mu_o I$

ή $B\ \Sigma\, dl = \mu_o I$ ή $B\ 2\pi r = \mu_o I$

άρα $B = \frac{\mu_o I}{2\pi r}$ (2)

Θέτοντας στην (2) όπου $r = r_2$ βρίσκουμε $B = 2 \times 10^{-5} T$

γ) Η γραφική παράσταση του μέτρου του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ο αγωγός, σε συνάρτηση με την απόσταση r από τον άξονα του, σύμφωνα με τις σχέσεις (1) και (2) είναι:



Σχ. 3.14

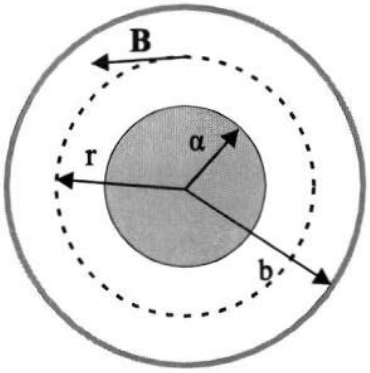
4.56 Από το νόμο των Biot και Savart προκύπτει ότι το μαγνητικό πεδίο σε κάθε σημείο, έχει διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο που ορίζεται από το σημείο και τον άξονα των αγωγών. Λόγω συμμετρίας της διάταξης το μαγνητικό πεδίο πρέπει να έχει το ίδιο μέτρο σε όλα τα σημεία που ισαπέχουν από τον άξονα του αγωγού.

α) Εφαρμόζουμε το νόμο του Ampere κατά μήκος κλειστής κυκλικής διαδρομής ακτίνας r (a < r < b) που έχει το κέντρο της πάνω στον άξονα των αγωγών και το επίπεδο της είναι κάθετο σε αυτόν.

$$\Sigma B\, dl\, \sigma\upsilon\nu 0 = \mu_o I_{\varepsilon\gamma\kappa}$$

ή $B\ \Sigma\, dl = \mu_o I_1$ ή $B\ 2\pi r = \mu_o I_1$

άρα $B = \dfrac{\mu_o}{2\pi}\dfrac{I_1}{r}$



Σχ. 4.15

β) Εφαρμόζουμε το νόμο του Ampere κατά μήκος κλειστής κυκλικής διαδρομής ακτίνας r (r > b) που το κέντρο της βρίσκεται πάνω στον άξονα των αγωγών και το επίπεδο της είναι κάθετο σε αυτόν.

$$\Sigma B\, dl\, \sigma\upsilon\nu 0 = \mu_o I_{\varepsilon\gamma\kappa} \quad \text{ή} \quad B\ 2\pi r = \mu_o |I_1 - I_2|$$

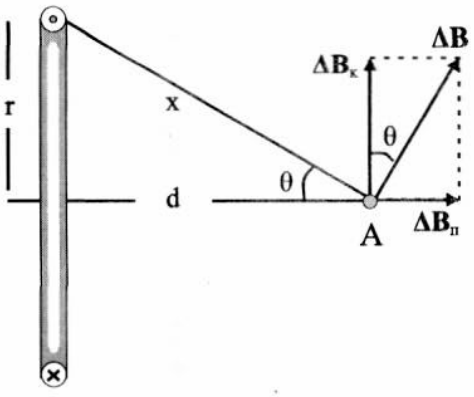
άρα $B = \dfrac{\mu_o}{2\pi}\dfrac{|I_1 - I_2|}{r}$

Στην ειδική περίπτωση που $I_1 = I_2 = I$, στο χώρο μεταξύ των αγωγών θα είναι $B = \dfrac{\mu_o}{2\pi}\dfrac{I}{r}$ ενώ έξω από το σύστημα των δύο αγωγών θα είναι $B = 0$

4.57 Χωρίζουμε τον αγωγό σε πολύ μικρά τμήματα μήκους Δl το καθένα. Ένα τέτοιο τμήμα του αγωγού δημιουργεί στο σημείο Α μαγνητικό πεδίο μέτρου

$$\Delta B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\,\Delta l}{x^2}\eta\mu 90 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\,\Delta l}{x^2}$$

Αναλύουμε το $\Delta\mathbf{B}$ σε δύο συνιστώσες από τις οποίες η μια ($\Delta\mathbf{B}_K$) είναι κάθετη στην απόσταση d και η άλλη ($\Delta\mathbf{B}_\Pi$) παράλληλη σ΄ αυτή.



Σχ. 4.16

$$\Delta B_\Pi = \Delta B\,\eta\mu\theta$$

Το ίδιο κάνουμε και με όλα τα άλλα τμήματα στα οποία χωρίσαμε τον κυκλικό αγωγό.

Το αντιδιαμετρικό του Δl δημιουργεί στο Α μαγνητικό πεδίο του οποίου η συνιστώσα $\Delta\mathbf{B}_K{}'$ είναι αντίθετη με τη $\Delta\mathbf{B}_K$.

Έτσι, το πεδίο που δημιουργεί ο αγωγός στο Α έχει έχει διεύθυνση κάθετη στο επίπεδό του και μέτρο

$$B = \Sigma\,\Delta B_\Pi = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I}{x^2}\eta\mu\theta\ \ \Sigma\Delta l = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I}{x^2}\frac{r}{x}2\pi r \quad \text{ή}$$

$$B = \frac{\mu_o I}{2}\frac{r^2}{x^3} = \frac{\mu_o I}{2}\frac{r^2}{\left(\sqrt{r^2+d^2}\right)^3} = 0,452\times 10^{-4}\,T$$

4.58 Εφαρμόζουμε το θεώρημα έργου - ενέργειας για την κίνηση ενός ιόντος μέσα στο ηλεκτρικό πεδίο

$$W = \Delta K \quad \text{επομένως} \quad Vq = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \quad (1)$$

Η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς του ιόντος μέσα στο μαγνητικό πεδίο είναι $R = \dfrac{m\upsilon}{Bq}$ άρα $\upsilon = \dfrac{RBq}{m}$

Αντικαθιστώντας στην (1) $Vq = \dfrac{1}{2}m\left(\dfrac{RBq}{m}\right)^2$

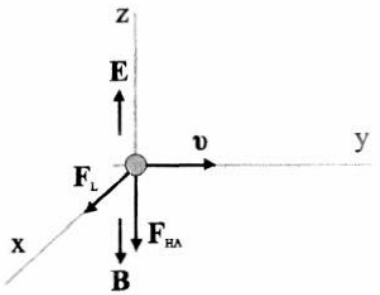
άρα $m = \dfrac{R^2B^2q}{2V}$ ή $m = \dfrac{x^2B^2q}{8V} = 3,368\times 10^{-25}\,Kg$

4.59 Αναλύουμε την ταχύτητα του ηλεκτρονίου σε μια κάθετη και μια παράλληλη συνιστώσα ως προς τις δυναμικές γραμμές. Η παράλληλη συνιστώσα της ταχύτητας έχει μέτρο $\upsilon\, συνφ$

Το βήμα της έλικας είναι $\beta = \upsilon\, συνφ\, T = \upsilon\, συνφ\, \dfrac{2\pi m_e}{Be}$

Ο αριθμός N των περιστροφών που θα κάνει το ηλεκτρόνιο μέχρι να διατρέξει απόσταση x είναι: $N = \dfrac{x}{\beta} = \dfrac{xBe}{\upsilon\ συνφ\, 2\pi m} \approx 5600$

4.60 Το μαγνητικό πεδίο ασκεί στο ηλεκτρόνιο δύναμη F_L (σχήμα 4.17). Με την επίδραση μόνο αυτής της δύναμης το σωματίδιο θα εκτελούσε ομαλή κυκλική κίνηση.
Το ηλεκτρικό πεδίο ασκεί στο ηλεκτρόνιο δύναμη $F_{ΗΛ}$ (σχήμα 4.17). Η δύναμη αυτή προκαλεί στο ηλεκτρόνιο σταθερή επιτάχυνση στην κατεύθυνση Oz΄. Με την επίδραση μόνο αυτής της δύναμης το ηλεκτρόνιο θα εκτελούσε ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση στην κατεύθυνση Oz΄. Από τη σύνθεση των δύο κινήσεων προκύπτει ελικοειδής κίνηση στην οποία το βήμα της έλικας διαρκώς αυξάνεται.



Σχ. 4.17

4.61 Εφαρμόζουμε το θεώρημα έργου -ενέργειας για την κίνηση του ιόντος μέσα στο ηλεκτρικό πεδίο. Για το ιόν μάζας m_1 ισχύει

$$W = \Delta K \ \text{ ή } \ Vq = \frac{1}{2} m_1 \upsilon_1^2 \quad (1)$$

Η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς του ιόντος μέσα στο μαγνητικό πεδίο είναι $R_1 = \dfrac{m_1 \upsilon_1}{Bq}$ άρα $\upsilon_1 = \dfrac{R_1 Bq}{m_1}$

Αντικαθιστώντας στην (1) $Vq = \dfrac{1}{2} m_1 \left(\dfrac{R_1 Bq}{m_1} \right)^2$ άρα $R_1 = \sqrt{\dfrac{2Vm_1}{B^2 q}}$

Αντίστοιχα, για το ιόν μάζας m_2 , ισχύει $R_2 = \sqrt{\dfrac{2Vm_2}{B^2 q}}$

Η απόσταση των δύο ιόντων στη φωτογραφική πλάκα είναι:

$$d = 2\left(R_1 - R_2\right) = 2\sqrt{\frac{2V}{B^2 q}}\left(\sqrt{m_1} - \sqrt{m_2}\right) = 8 \times 10^{-3}\, m$$

4.62 Η φορά του ρεύματος φαίνεται στο σχήμα 4.18

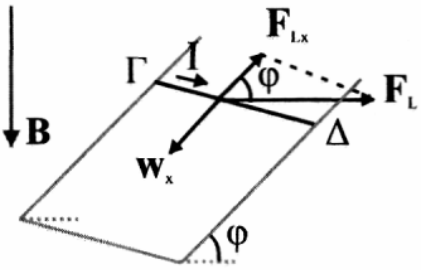
Ο αγωγός δέχεται από το μαγνητικό πεδίο οριζόντια δύναμη $F_L = BIl$

Για να ισορροπεί ο αγωγός πρέπει:

$w_x = F_{Lx}$ ή

$mg\,\eta\mu\phi = BIl\,\sigma\upsilon\nu\phi$

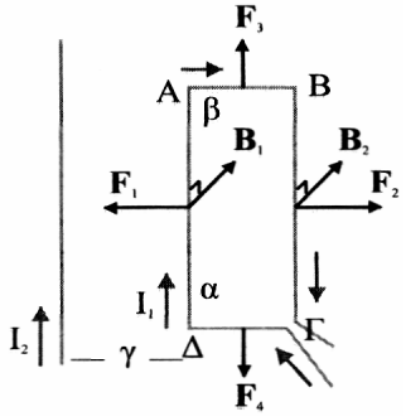
άρα $I = \dfrac{mg}{Bl}\varepsilon\varphi\phi = \sqrt{3}A$



Σχ. 4.18

4.63 Ο ευθύγραμμος αγωγός που διαρρέεται από ρεύμα I_2 δημιουργεί στην περιοχή που βρίσκεται ο αγωγός ΑΔ μαγνητικό πεδίο $B_1 = \dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{2I_2}{\gamma}$. Η κατεύθυνση του μαγνητικού πεδίου φαίνεται στο σχήμα 4.19

Ο αγωγός ΑΔ δέχεται από το μαγνητικό πεδίο δύναμη $F_1 = B_1 I_1 a = \dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{2I_1 I_2 a}{\gamma}$.



Σχ. 4.19

Η φορά της δύναμης φαίνεται στο σχήμα.

Ο ευθύγραμμος αγωγός που διαρρέεται από ρεύμα I_2 δημιουργεί στην περιοχή που βρίσκεται ο αγωγός ΒΓ μαγνητικό πεδίο $B_2 = \dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{2I_2}{\gamma+\beta}$.

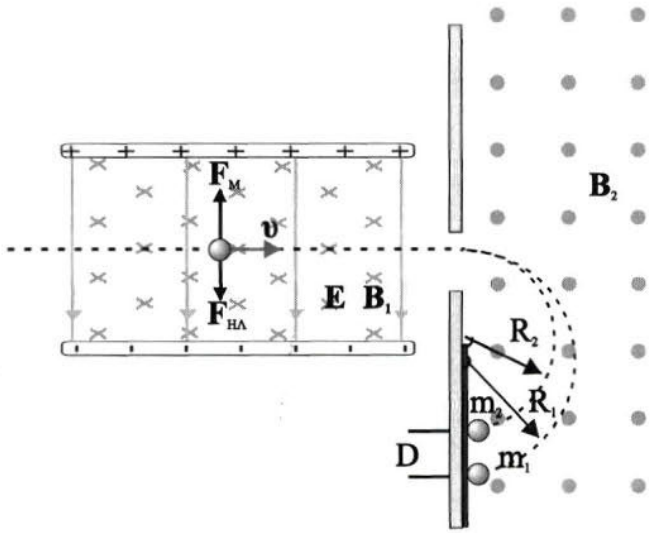
Στον αγωγό ΒΓ το μαγνητικό πεδίο ασκεί δύναμη $F_2 = B_2 I_1 a = \dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{2I_1 I_2 a}{\gamma+\beta}$. Η φορά του μαγνητικού πεδίου και της δύναμης φαίνονται φαίνεται στο σχήμα.

Το μαγνητικό πεδίο στην περιοχή που βρίσκονται οι αγωγοί ΑΒ και ΓΔ είναι ανομοιογενές. Στους αγωγούς αυτούς το μαγνητικό πεδίο ασκεί δυνάμεις F_3 και F_4 που έχουν το ίδιο μέτρο και είναι αντίρροπες.

Η συνολική δύναμη που ασκείται στο πλαίσιο είναι:

$$F = F_1 - F_2 = \frac{\mu_o}{2\pi} I_1 I_2 \frac{a\beta}{\gamma(\beta+\gamma)}$$

) Σχήμα 4.20



Σχ. 4.20

β) Δεν αποκλίνουν τα ιόντα στα οποία

$F_{HA} = F_M$ επομένως $Ee = B_1 e\upsilon$, άρα $\upsilon = \dfrac{E}{B_1}$ (1)

γ) Η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς που θα διαγράψει ένα ιόν όταν εισέλθει σε μαγνητικό πεδίο $\mathbf{B}_2$ κάθετα στις δυναμικές γραμμές είναι

$$R = \frac{m\,\upsilon}{Be}$$

Η σχέση αυτή γίνεται, από την (1), $R = \dfrac{m\,E}{B_1 B_2 e}$

Εφόσον στη φωτογραφική πλάκα δημιουργούνται δύο στίγματα, οι μάζες των ιόντων διαφέρουν, άρα τα ιόντα χλωρίου αποτελούνται από δύο ισότοπα.

δ) Έστω m_1 και m_2 οι μάζες των δύο ισοτόπων. Η απόσταση d των δύο στιγμάτων στη φωτογραφική πλάκα είναι:

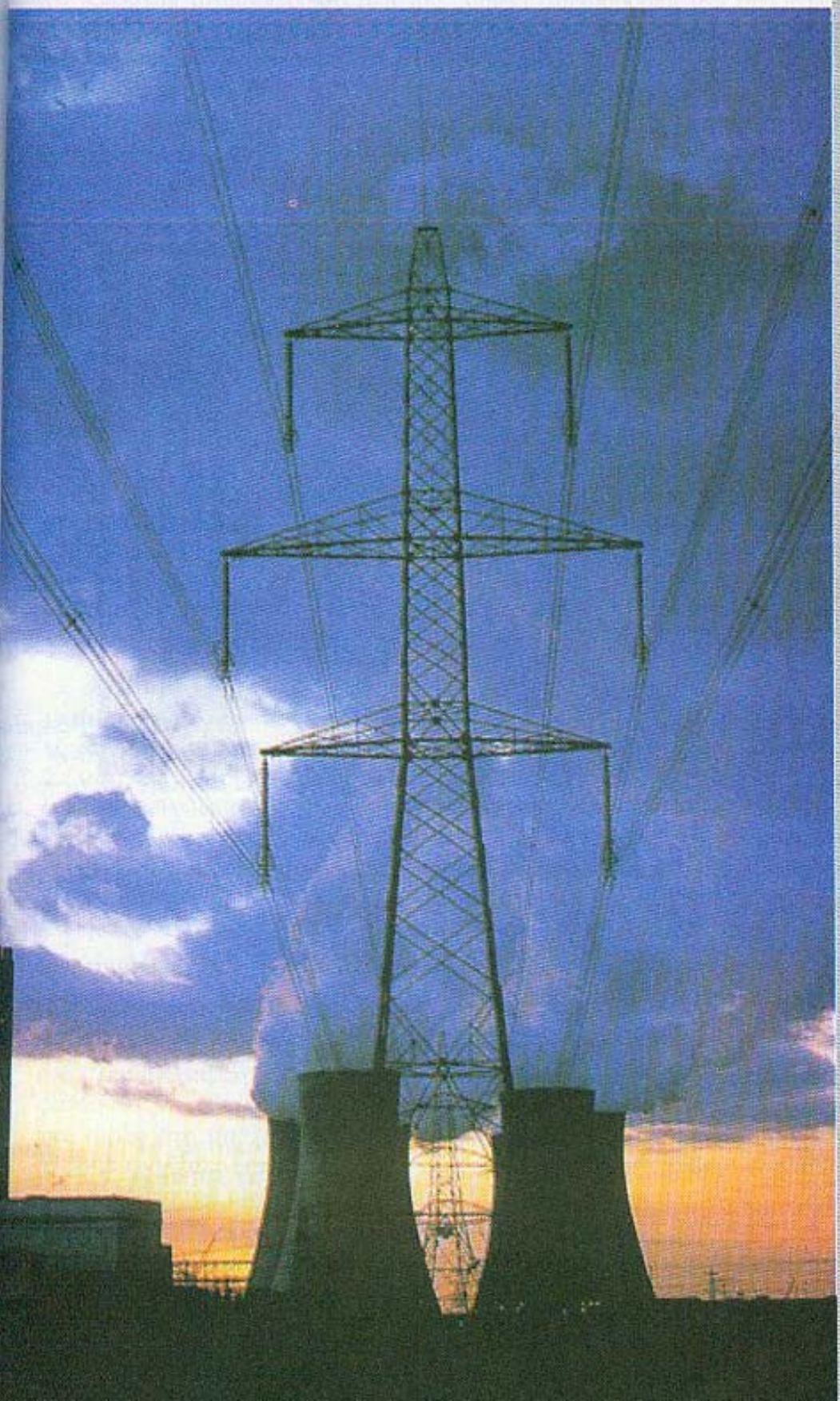
$$d = 2R_1 - 2R_2 = \frac{2E}{B_1 B_2 e}(m_1 - m_2)$$

άρα $\Delta m = \dfrac{dB_1 B_2 e}{2E} = 3{,}2 \times 10^{-27}\,Kg$

Τα δύο ισότοπα διαφέρουν κατά $N = \dfrac{\Delta m}{m_n} = 2$ νετρόνια.

ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΗ ΕΠΑΓΩΓΗ

5



Νόμος Επαγωγής 184

Αγωγός κινούμενος σε μαγνητικό πεδίο 188

Κανόνας Lenz 192

Στρεφόμενο πλαίσιο 195

Εναλλασσόμενο ρεύμα 196

Γεννήτριες 199

Ηλεκτροκινητήρας 202

Αμοιβαία επαγωγή 204

Αυτεπαγωγή 205

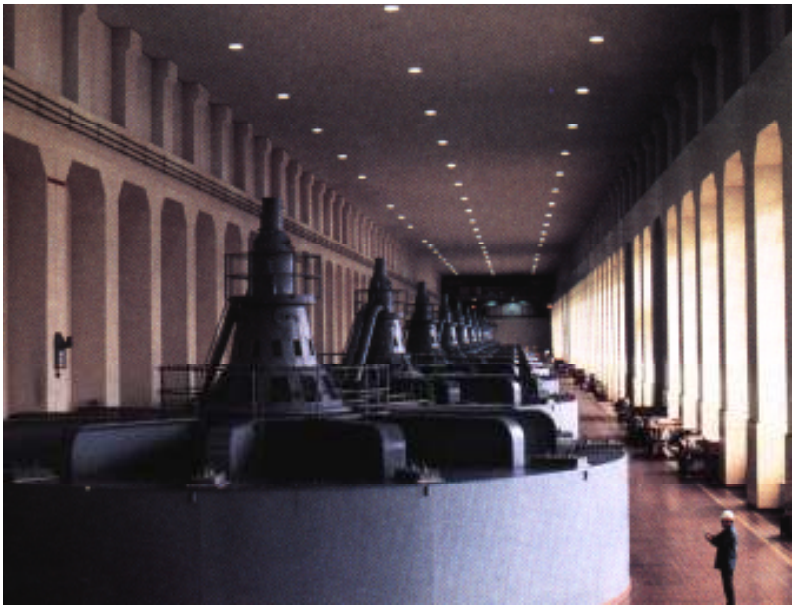
Σύνοψη 210

5-1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Εικ. 5.1 Michael Faraday (1791-1867). Άγγλος. Ο πατέρας του ήταν φτωχός σιδεράς. Η εκπαίδευσή του ήταν στοιχειώδης. Σε ηλικία δεκατριών χρόνων δούλευε ως βοηθός βιβλιοδέτη. Ο Michael δε βιβλιοδετούσε απλώς τα βιβλία, τα διάβαζε κιόλας. Αργότερα, ως γραμματέας του Davy γνώρισε τους μεγαλύτερους φυσικούς της εποχής του. Ήταν βαθύτατα θρησκευόμενος. Η επιστημονική του δραστηριότητα ήταν τεράστια. Μέχρι το τέλος της ζωής του οι σημειώσεις του περιείχαν δεκαέξι χιλιάδες καταχωρίσεις, που καθαρόγραφε και βιβλιοδετούσε προσεκτικά μόνος του. Ήταν εξαιρετικός πειραματικός φυσικός. Στον Faraday οφείλουμε τη θεμελίωση του ηλεκτρισμού με τη σύγχρονη μορφή.

Στο προηγούμενο κεφάλαιο είδαμε ότι το ηλεκτρικό ρεύμα συνεπάγεται τη δημιουργία μαγνητικού πεδίου. Στα 1831 ο Άγγλος ερευνητής Michael Faraday (Φαραντέι) μελέτησε το ενδεχόμενο η ύπαρξη μαγνητικού πεδίου να δημιουργεί σ' ένα κλειστό κύκλωμα ηλεκτρικό ρεύμα. Μια σειρά από πειράματα τον οδήγησαν στο συμπέρασμα ότι ένα σταθερό μαγνητικό πεδίο δε δημιουργεί ηλεκτρικό ρεύμα. Αντίθετα, αν μεταβληθεί η μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια που ορίζει το κύκλωμα, στο κύκλωμα εμφανίζεται ένα απροσδόκητο ρεύμα. Στα ίδια συμπεράσματα κατέληξε την ίδια χρονιά, ανεξάρτητα από τον Faraday, ο Αμερικανός Joseph Henry (Χένρι). Η σημασία του φαινομένου, που ονομάζεται ηλεκτρομαγνητική επαγωγή, είναι πελώρια στο σύγχρονο κόσμο. Αρκεί να αναφέρουμε ότι η παραγωγή και μεταφορά ηλεκτρικής ενέργειας στηρίζεται σ' αυτό.

Λέγεται ότι όταν τον ρώτησε ένας πολιτικός πόσο χρήσιμες είναι οι ανακαλύψεις του, ο Faraday απάντησε: « Προς το παρόν δε γνωρίζω, αλλά μια μέρα θα μπορέσετε να τις φορολογήσετε ».



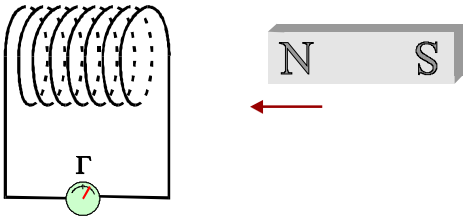
Εικ. 5.2 Ηλεκτρογεννήτριες υδροηλεκτρικού σταθμού. Η παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας στηρίζεται στο φαινόμενο της επαγωγής.

5-2 ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΗ ΕΠΑΓΩΓΗ

Θα αρχίσουμε την περιγραφή του φαινομένου με δυο πειράματα με τα οποία μπορεί να παρατηρηθεί.

Πρώτο. Συνδέουμε τα άκρα ενός πηνίου με ένα «γαλβανόμετρο του μηδενός» ώστε να δημιουργηθεί κλειστό κύκλωμα. Τα γαλβανόμετρα είναι ευαίσθητα όργανα που μας επιτρέπουν να μετράμε μικρές εντάσεις ρεύματος. Στο γαλβανόμετρο που χρησιμοποιούμε, το μηδέν βρίσκεται στο μέσον της κλίμακας. Ο δείκτης του, ανάλογα με τη φορά του ρεύματος αποκλίνει προς τη μια ή την άλλη πλευρά του μηδενός. Πλησιάζουμε στο πηνίο ένα ραβδόμορφο μαγνήτη, έτσι ώστε ο άξονάς του να ταυτίζεται με τον άξονα του

πηνίου. Κατά τη διάρκεια της κίνησης του μαγνήτη το γαλβανόμετρο δείχνει ότι το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα, αν και δεν έχουμε καμιά πηγή.

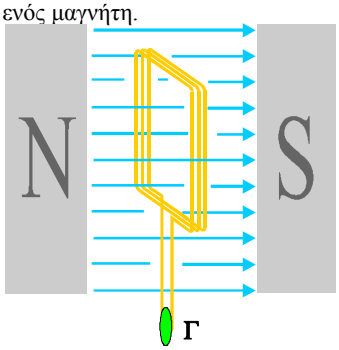


Σχ. 5.1 Όταν υπάρχει σχετική κίνηση του μαγνήτη ως προς το πηνίο το γαλβανόμετρο δείχνει ρεύμα.

Εικ. 5.3 Πειραματική επίδειξη δημιουργίας ρεύματος σε κλειστό κύκλωμα εξαιτίας της κίνησης ενός μαγνήτη.

Όταν ο μαγνήτης σταματήσει να κινείται το ρεύμα μηδενίζεται. Αν απομακρύνουμε το μαγνήτη το γαλβανόμετρο δείχνει ότι πάλι το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα, αντίθετης φοράς τώρα σε σχέση με πριν. Μια ακόμη παρατήρηση είναι ότι η απόκλιση του γαλβανομέτρου, άρα η ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος, εξαρτάται από το πόσο γρήγορα πλησιάζουμε ή απομακρύνουμε το μαγνήτη.

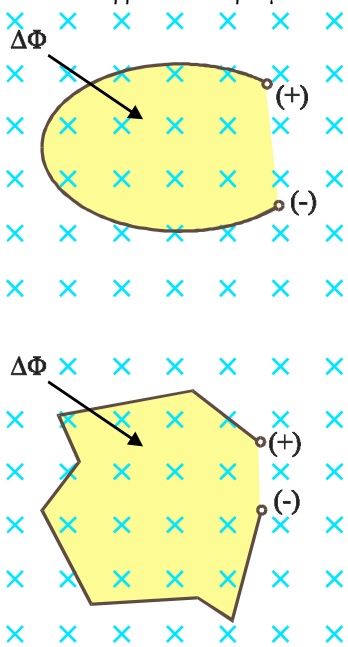
Δεύτερο. Συνδέουμε τα άκρα αγώγιμου πλαισίου σε γαλβανόμετρο έτσι ώστε να δημιουργείται κλειστό κύκλωμα. Εισάγουμε το πλαίσιο στο χώρο ενός ισχυρού ομογενούς μαγνητικού πεδίου που δημιουργείται ανάμεσα στους πόλους ενός ηλεκτρομαγνήτη. Κατά τη διάρκεια της εισόδου (αν το επίπεδο του πλαισίου δεν είναι παράλληλο στις δυναμικές γραμμές), το γαλβανόμετρο δείχνει ρεύμα. Όταν το πλαίσιο βρεθεί να κινείται εξολοκλήρου εντός του πεδίου το ρεύμα μηδενίζεται. Κατά τη διάρκεια της εξόδου του πλαισίου από το πεδίο εμφανίζεται πάλι ρεύμα στο πλαίσιο αντίθετης φοράς από πριν. Και εδώ η ένταση του ρεύματος είναι μεγαλύτερη αν η είσοδος και η έξοδος γίνουν γρηγορότερα.



Σχ. 5.2 Κατά την είσοδο του πλαισίου στο μαγνητικό πεδίο, το γαλβανόμετρο δείχνει ότι το πλαίσιο διαρρέεται από ρεύμα.

Αυτό που συνέβη στη διάρκεια των δυο αυτών πειραμάτων ήταν ότι μεταβλήθηκε η μαγνητική ροή από την επιφάνεια που ορίζεται από τις σπείρες του πηνίου στην πρώτη περίπτωση, από τις σπείρες του πλαισίου στη δεύτερη. Σε αυτή τη μεταβολή πρέπει να αναζητήσουμε την αιτία της δημιουργίας του ηλεκτρικού ρεύματος.

Αν σε κάποια από τις προηγούμενες περιπτώσεις το κύκλωμα ήταν ανοιχτό, δε θα υπήρχε ρεύμα. Ωστόσο, κατά τη διάρκεια μεταβολής της μαγνητικής ροής, στα ανοιχτά άκρα του κυκλώματος -του πηνίου ή του πλαισίου- θα εμφανιζόταν τάση. Η τάση αυτή ονομάζεται **τάση από επαγωγή**.



Σχ. 5.3 Όταν μεταβάλλεται η μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια που ορίζει ένας αγωγός με το σχήμα του, στα άκρα του αγωγού εμφανίζεται τάση από επαγωγή. Τα πρόσημα + και - στο σχήμα είναι αυθαίρετα.

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι για την εμφάνιση αυτής της τάσης δεν είναι αναγκαίο να υπάρχει πηνίο ή πλαίσιο πολλών σπειρών. Αρκεί να μεταβληθεί η μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια που ορίζει ο αγωγός. Τότε, κατά τη διάρκεια της μεταβολής, εμφανίζεται στα άκρα του αγωγού τάση από επαγωγή (σχ. 5.3).

Το φαινόμενο της εμφάνισης τάσης στα άκρα κάποιου αγωγού, εξαιτίας της μεταβολής της μαγνητικής ροής που διέρχεται από την επιφάνεια που ορίζει, ονομάζεται ηλεκτρομαγνητική επαγωγή.

Ο νόμος που διέπει το φαινόμενο, ονομάζεται νόμος της επαγωγής ή **νόμος του Faraday** και διατυπώνεται ως εξής :

Η ηλεκτρεγερτική δύναμη που επάγεται σε ένα κύκλωμα είναι ίση με το ρυθμό μεταβολής της μαγνητικής ροής που διέρχεται από την επιφάνεια που ορίζει το κύκλωμα.

$$E_{\text{ΕΠ}} = \frac{|\Delta\Phi_B|}{\Delta t}$$

Αν το κύκλωμα αποτελείται από N σπείρες και $\Delta\Phi_B$ είναι η μεταβολή της μαγνητικής ροής σε κάθε σπείρα, ο νόμος της επαγωγής γράφεται

$$E_{\text{ΕΠ}} = N\frac{|\Delta\Phi_B|}{\Delta t} \qquad (5.1)$$

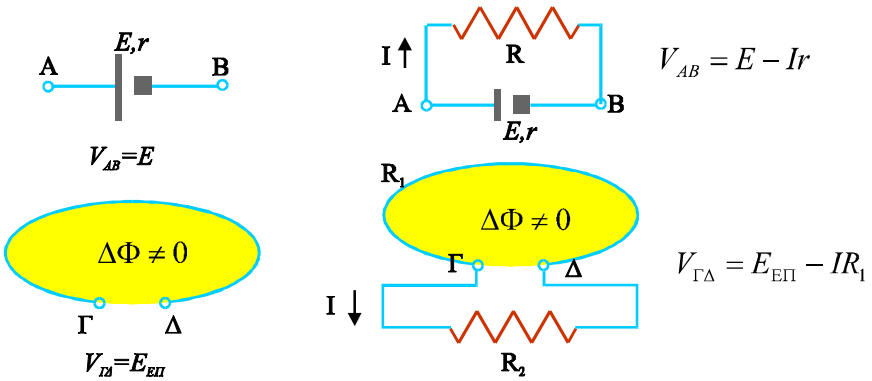
Παρατηρήσεις

1. Η σχέση (5.1) δίνει τη μέση ηλεκτρεγερτική δύναμη που επάγεται στο κύκλωμα σε χρόνο Δt. Για να υπολογίσουμε την ηλεκτρεγερτική δύναμη, στο κύκλωμα, κάποια στιγμή t πρέπει ο χρόνος Δt να είναι απειροστά μικρός.

$$E_{\text{ΕΠ}} = N\left|\frac{d\Phi_B}{dt}\right|$$

2. Αν ο ρυθμός μεταβολής της μαγνητικής ροής είναι σταθερός και η $E_{\text{ΕΠ}}$ θα έχει σταθερή τιμή στο χρονικό διάστημα Δt.

3. Το πηνίο ή το πλαίσιο που αναφέρθηκαν προηγούμενα, έγιναν ηλεκτρικές πηγές. Επομένως η τάση στα άκρα τους θα εξαρτάται από το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα. Η σχέση (5.1) δίνει την ηλεκτρεγερτική δύναμη αυτής της πηγής, δηλαδή την τάση στα άκρα του αγωγού όταν δε διαρρέεται από ρεύμα. Αν ο αγωγός συνδεθεί σε κλειστό κύκλωμα, η τάση στα άκρα του δεν είναι ίση με την ηλεκτρεγερτική δύναμη αλλά είναι μειωμένη κατά τον παράγοντα IR, όπου R η αντίσταση του.



Σχ. 5.4

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5.1

Κλειστό συρμάτινο κυκλικό πλαίσιο βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο με το επίπεδό του
κάθετο στις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Κάποια στιγμή το μαγνητικό πεδίο αρχίζει να αυξάνεται με σταθερό ρυθμό και από την τιμή B_1=0,1T γίνεται B_2=0,5T σε χρόνο Δt=0,2s. Το πλαίσιο αποτελείται από N=100σπείρες. Το εμβαδόν κάθε σπείρας είναι $A=4\times10^{-2}\ m^2$. Η αντίσταση του πλαισίου είναι R=20Ω. Να υπολογιστούν :

α) Η ηλεκτρεγερτική δύναμη που επάγεται στο πλαίσιο.

β) Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πλαίσιο κατά τη διάρκεια του φαινομένου.

γ) Το ηλεκτρικό φορτίο που διέρχεται από μια τομή του σύρματος κατά τη διάρκεια του φαινομένου.

Απάντηση :

α) Εφόσον μεταβάλλεται το μαγνητικό πεδίο, μεταβάλλεται η μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια που ορίζουν οι σπείρες του πλαισίου. Η ηλεκτρεγερτική δύναμη που επάγεται στο πλαίσιο είναι :

$$E_{\text{ΕΠ}} = N\frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} \qquad (5.1)$$

$$\Delta\Phi = \Delta(BA) = A\,\Delta B = A(B_2 - B_1)$$

Αντικαθιστώντας στην (5.1.) βρίσκουμε $E_{\text{ΕΠ}} = 8V$

β) Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πλαίσιο στο χρονικό διάστημα Δt είναι

$$I = \frac{E_{\text{ΕΠ}}}{R} \qquad (5.2)$$

από όπου προκύπτει $I = 0{,}4A$

γ) Το φορτίο που διέρχεται από μια τομή του αγωγού κατά τη διάρκεια του φαινομένου είναι

$$\Delta Q = I\,\Delta t \qquad (5.3),$$

όπου Δt ο χρόνος που διαρκεί το φαινόμενο.

Παρόλο που τα στοιχεία που γνωρίζουμε επαρκούν για να υπολογιστεί το φορτίο από τη σχέση (5.3) αξίζει να αντικαταστήσουμε το ρεύμα από τη σχέση (5.2) οπότε η (5.3) γίνεται

$$\Delta Q = \frac{E_{\text{ΕΠ}}}{R}\Delta t\ .$$

Αν στη σχέση αυτή αντικαταστήσουμε την ηλεκτρεγερτική δύναμη από την (5.1) προκύπτει

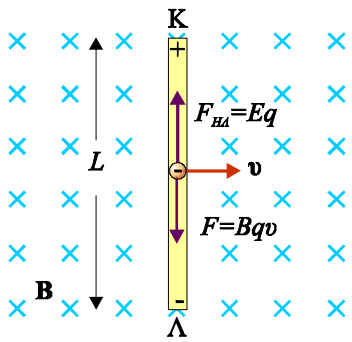
$$\Delta Q = N\frac{|\Delta\Phi|}{R} \qquad (5.4)$$

και τελικά βρίσκουμε $\Delta Q = 0{,}08C$

Παρατηρήστε ότι το συνολικό φορτίο που μετακινείται είναι ανεξάρτητο της χρονικής διάρκειας του φαινομένου.

5-3 ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟΣ ΑΓΩΓΟΣ ΚΙΝΟΥΜΕΝΟΣ ΣΕ ΟΜΟΓΕΝΕΣ ΜΑΓΝΗΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

Αν και τα πειράματα επιβεβαιώνουν πλήρως το νόμο Faraday απομένει αδιευκρίνιστο το πώς δημιουργούνται τα επαγωγικά ρεύματα. Το παρακάτω παράδειγμα φωτίζει κάπως τα πράγματα.



Σχ. 5.5 Ο αγωγός ΚΛ κινείται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο.

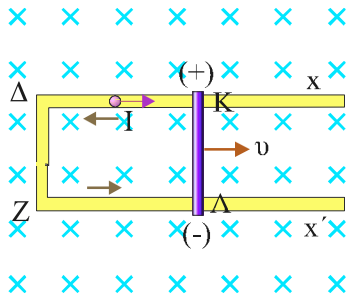
Ευθύγραμμος αγωγός μήκους L κινείται με σταθερή ταχύτητα **υ** κάθετα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου **B** (σχ. 5.5). Τα ελεύθερα ηλεκτρόνιά του, συμμετέχοντας στην κίνηση του αγωγού, κινούνται και αυτά με ταχύτητα υ κάθετα στις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Ένα ελεύθερο ηλεκτρόνιο επειδή κινείται με ταχύτητα **υ** μέσα σε μαγνητικό πεδίο θα δεχτεί δύναμη Lorentz $F = B\upsilon q$ η φορά της οποίας φαίνεται στο σχήμα. Η δύναμη αυτή προκαλεί την κίνηση των ελεύθερων ηλεκτρονίων προς το άκρο Λ του αγωγού. Έτσι δημιουργείται συσσώρευση αρνητικού φορτίου στο άκρο Λ, και πλεόνασμα θετικού φορτίου στο άκρο Κ. Τα φορτία αυτά δημιουργούν στο χώρο του αγωγού ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης **E** με φορά από το Κ προς το Λ. Τα ελεύθερα ηλεκτρόνια δέχονται τώρα μια ακόμη δύναμη $F_{\text{ΗΛ}} = qE$ αντίθετης φοράς από τη μαγνητική. Όσο η δύναμη Lorentz είναι μεγαλύτερη από την ηλεκτρική, η συσσώρευση φορτίων συνεχίζεται, με όλο και μικρότερο ρυθμό. Έτσι, η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου αυξάνεται και σε πολύ λίγο χρόνο τα μέτρα των δυο δυνάμεων γίνονται ίσα, δηλαδή

$$Eq = B\upsilon q \quad \text{ή} \quad E = B\upsilon \qquad (5.5)$$

Τότε παύει η μετακίνηση φορτίου και το σημείο Κ βρίσκεται σε υψηλότερο δυναμικό από το Λ.

Η διαφορά δυναμικού $V_{\text{ΚΛ}}$ μεταξύ των άκρων του αγωγού Κ και Λ υπολογίζεται από την (5.5) αν θέσουμε όπου $E = \dfrac{V_{\text{ΚΛ}}}{L}$ και λύσουμε ως προς $V_{\text{ΚΛ}}$, οπότε προκύπτει $V_{\text{ΚΛ}} = B\upsilon L$.

Πρόκειται για μια διαφορά δυναμικού που οφείλεται στη δράση του μαγνητικού πεδίου (επάγεται από το μαγνητικό πεδίο).



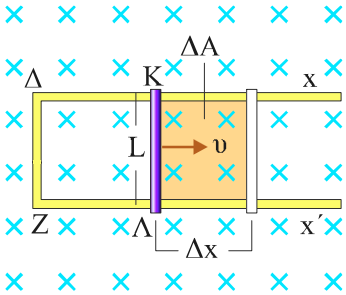
Σχ. 5.6 Ο αγωγός ΚΛ ολισθαίνει πάνω στους ακίνητους αγωγούς xΔZx΄. Όλο το σύστημα βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο. Η συσσώρευση φορτίου στα άκρα του αγωγού ΚΛ, προκαλεί κίνηση φορτίου στους ακίνητους αγωγούς.

Ας θεωρήσουμε τον ίδιο ακριβώς αγωγό να κάνει την ίδια κίνηση μέσα στο ίδιο πεδίο. Τώρα όμως τα άκρα του αγωγού ολισθαίνουν πάνω στους ακίνητους αγωγούς xΔZx΄ (σχ. 5.6). Η συσσώρευση φορτίου, στα άκρα του αγωγού ΚΛ, που οφείλεται στην κίνησή του, προκαλεί την κίνηση φορτίου στο τμήμα ΚΔΖΛ των ακίνητων αγωγών. Ας φανταστούμε ένα ελεύθερο ηλεκτρόνιο των αγωγών ΚΔΖΛ. Το ηλεκτρόνιο θα κινηθεί προς το σημείο Κ, διαταράσσοντας προς στιγμήν την ισορροπία των φορτίων στα άκρα Κ και Λ. Μια νέα μετακίνηση φορτίου μέσα στον αγωγό ΚΛ θα αποκαταστήσει την ισορροπία. Το ίδιο θα συμβεί με κάθε ηλεκτρόνιο που φτάνει στο σημείο Κ, δηλαδή ο αγωγός ΚΛ, λειτουργεί ως αντλία φορτίου, ως ηλεκτρική πηγή, ηλεκτρεγερτικής δύναμης $B\upsilon L$.

Αν ένας ευθύγραμμος αγωγός κινείται με ταχύτητα υ, μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο, έτσι ώστε ο αγωγός, η ταχύτητα και το μαγνητικό πεδίο να είναι κάθετα ανά δύο μεταξύ τους, στον αγωγό αναπτύσσεται ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή

$$E_{\text{ΕΠ}} = B\upsilon L$$

Στο ίδιο αποτέλεσμα καταλήγουμε με το νόμο του Faraday. Ας επανέλθουμε στον αγωγό ΚΛ που ολισθαίνει πάνω στους ακίνητους αγωγούς xΔZx΄.

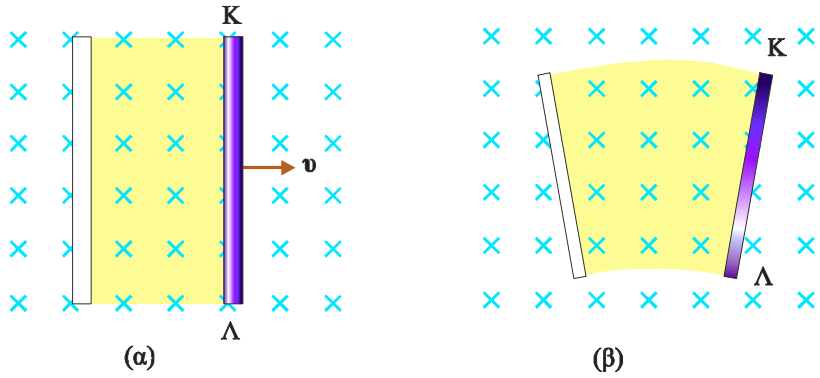


Σχ. 5.7 Καθώς ο αγωγός ΚΛ κινείται, μεταβάλλεται το εμβαδόν του πλαισίου ΚΔΖΛ, με αποτέλεσμα να μεταβάλλεται η μαγνητική ροή που διέρχεται από αυτό.

Ο αγωγός που κινείται και οι ακίνητοι αγωγοί σχηματίζουν ένα κλειστό πλαίσιο σχήματος ορθογωνίου παραλληλογράμμου με αυξανόμενο εμβαδόν Α. Σύμφωνα με το νόμο του Faraday, στο πλαίσιο θα αναπτυχθεί ΗΕΔ από επαγωγή

$$E_{ΕΠ} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{\Delta(BA)}{\Lambda t} = \frac{B\Delta A}{\Delta t} = \frac{BL\Delta x}{\Delta t} = BL\upsilon$$

Βέβαια στην περίπτωση ενός ευθύγραμμου αγωγού που κινείται μέσα στο μαγνητικό πεδίο (σχ. 5.5), το πηλίκο $\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t}$ στο νόμο του Faraday, δε μπορεί να παρέχει το ρυθμό μεταβολής της μαγνητικής ροής, γιατί δεν έχει νόημα η μαγνητική ροή που διέρχεται από ένα ευθύγραμμο τμήμα όπως είναι ο αγωγός. Στην περίπτωση αυτή $\Delta\Phi_B$ είναι μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια που ορίζει ο αγωγός με την κίνησή του (σχ. 5.8).



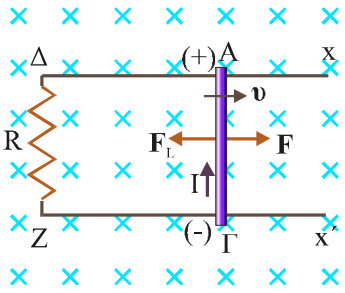
Σχ. 5.8 Στην περίπτωση ενός αγωγού που κινείται μέσα σε μαγνητικό πεδίο, ΔΦ είναι η μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια που ορίζει ο αγωγός με την κίνησή του.

Θα μπορούσαμε λοιπόν να πούμε ότι ηλεκτρομαγνητική επαγωγή είναι το φαινόμενο της εμφάνισης τάσης στα άκρα αγωγών όταν μεταβάλλεται η μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια που ορίζουν με το σχήμα τους ή όταν από την επιφάνεια που ορίζουν με την κίνησή τους διέρχεται μαγνητική ροή.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5.2

Αγωγός ΑΓ με μήκος l=0,4m κινείται με ταχύτητα υ=5m/s, χωρίς τριβές, πάνω στους παράλληλους αγωγούς Δx και Zx΄, μένοντας διαρκώς κάθετος και σε επαφή με αυτούς. Τα άκρα Δ και Z αγωγών συνδέονται μεταξύ τους με σύρμα αντίστασης R=5Ω. Η αντίσταση όλων των άλλων αγωγών είναι αμελητέα. Η όλη διάταξη βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο B=0,5T κάθετο στο επίπεδο που ορίζουν οι αγωγοί. Να βρεθεί η δύναμη που απαιτείται για να διατηρηθεί ισοταχής η κίνηση του αγωγού ΑΓ.

Απάντηση :



Σχ. 5.9

Επειδή ο αγωγός ΑΓ κινείται μέσα σε μαγνητικό πεδίο, σε αυτόν επάγεται ηλεκτρεγερτική δύναμη

$$E_{\text{ΕΠ}} = B\upsilon l = 1V$$

Για να βρούμε τη φορά της ηλεκτρεγερτικής δύναμης φανταζόμαστε ένα από τα ελεύθερα ηλεκτρόνια του αγωγού ΑΓ. Το ηλεκτρόνιο κινείται και αυτό, μαζί με τον αγωγό, με ταχύτητα **υ**. Με τον κανόνα των τριών δακτύλων βρίσκουμε ότι το ηλεκτρόνιο θα δεχτεί δύναμη από το μαγνητικό πεδίο προς το άκρο Γ του αγωγού.

Επομένως, στο άκρο Γ σωρεύεται αρνητικό φορτίο και στο Α θετικό (σχ. 5.9)
Το κλειστό κύκλωμα ΑΔΖΓ διαρρέεται από ρεύμα έντασης

$$I = \frac{E_{\text{ΕΠ}}}{R} = 0{,}2A$$

Η φορά του ρεύματος είναι αυτή του σχήματος.

Επειδή ο αγωγός ΑΓ διαρρέεται από ρεύμα, δέχεται από το μαγνητικό πεδίο δύναμη Laplace.

$$F_L = BIl = 0{,}04N$$

Με τον κανόνα των τριών δακτύλων βρίσκουμε ότι η φορά της δύναμης είναι αντίθετη με τη φορά της κίνησης του αγωγού.

Για να κινείται ο αγωγός με σταθερή ταχύτητα πρέπει να ασκηθεί σε αυτόν δύναμη **F** αντίθετη με τη δύναμη $\mathbf{F}_L$.

$$F = F_L = 0{,}04N$$

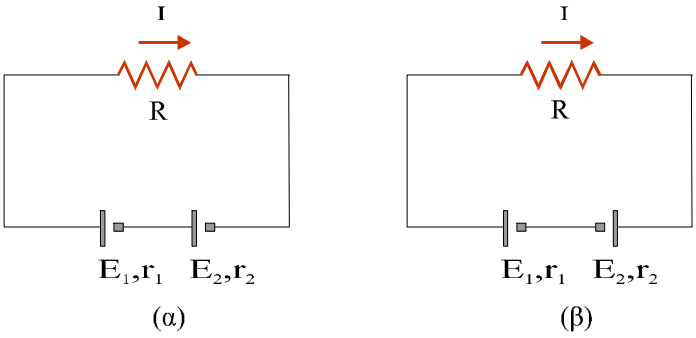
Σημείωση

Αν σε ένα κύκλωμα υπάρχουν δύο πηγές, συνδεδεμένες όπως δείχνει το σχήμα 5.10α, η συνολική ηλεκτρεγερτική δύναμη στο κύκλωμα είναι

$$E_{o\lambda} = E_1 + E_2 \qquad \text{και το ρεύμα} \qquad I = \frac{E_{o\lambda}}{R_{o\lambda}} = \frac{E_1 + E_2}{R_{o\lambda}}$$

Αν οι δύο πηγές είναι συνδεδεμένες όπως στο κύκλωμα του σχήματος 5.10β η συνολική ηλεκτρεγερτική δύναμη στο κύκλωμα είναι

$E_{o\lambda} = E_1 - E_2$ και το ρεύμα $I = \frac{E_{o\lambda}}{R_{o\lambda}} = \frac{E_1 - E_2}{R_{o\lambda}}$

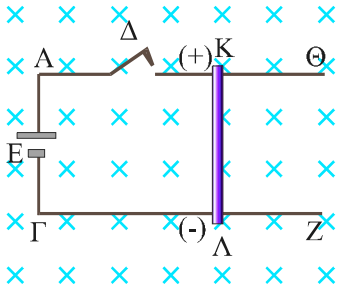


(α) (β)

Σχ. 5.10

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5.3

Δύο οριζόντιοι μεταλλικοί αγωγοί ΑΘ και ΓΖ με αμελητέα αντίσταση απέχουν μεταξύ τους l=1m (σχ. 5.11). Οι αγωγοί βρίσκονται σε κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο Β=1Τ. Η μεταλλική ράβδος ΚΛ βρίσκεται σε συνεχή επαφή με τους αγωγούς ΑΘ και ΓΖ και μπορεί να ολισθαίνει χωρίς τριβές, παραμένοντας κάθετη σε αυτούς. Τα σημεία Α και Γ συνδέονται με πηγή ηλεκτρεγερτικής δύναμης Ε=12V. Τη στιγμή μηδέν κλείνουμε το διακόπτη Δ, οπότε η ράβδος ΚΛ αρχίζει να κινείται. Να υπολογιστεί η οριακή ταχύτητα που θα αποκτήσει.



Σχ. 5.11

Απάντηση :

Τη στιγμή μηδέν (σχ. 5.12α) που κλείσαμε το διακόπτη, ο αγωγός ΚΛ ήταν ακίνητος. Μοναδική ηλεκτρεγερτική δύναμη στο κύκλωμα είναι η ηλεκτρεγερτική δύναμη της πηγής (Ε). Το κύκλωμα διαρρέεται ρεύμα $I = \dfrac{E}{R_{o\lambda}}$, του οποίου η φορά του φαίνεται στο σχήμα 5.12α.

Επειδή ο αγωγός ΚΛ διαρρέεται από ρεύμα, δέχεται από το μαγνητικό πεδίο δύναμη Laplace $F_L = BIl$

Με την επίδραση αυτής της δύναμης ο αγωγός αποκτά επιτάχυνση $a = \dfrac{F_L}{m}$

ομόρροπη με τη δύναμη (σχ. 5.12α).

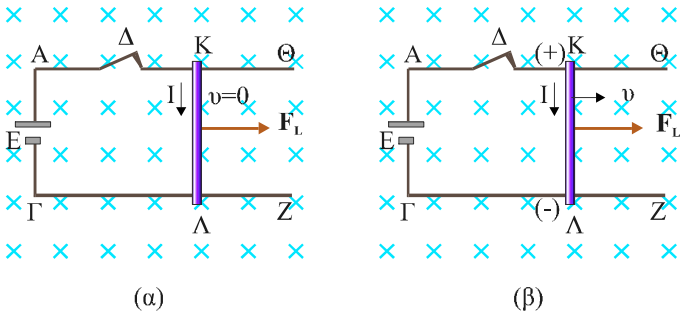
Έστω ότι τη στιγμή t (σχ. 5.12β), ο αγωγός θα έχει αποκτήσει ταχύτητα υ. Εφόσον κινείται, λόγω επαγωγής αναπτύσσεται σ΄ αυτόν ηλεκτρεγερτική δύναμη $E_{E\Pi} = Bl\upsilon$

της οποίας η πολικότητα φαίνεται στο σχήμα.

Το ρεύμα στο κύκλωμα οφείλεται στη δράση της πηγής Ε και στην $E_{E\Pi}$ και η ένταση του δίνεται από τη σχέση

$$I = \frac{E - E_{E\Pi}}{R_{o\lambda}} = \frac{E - Bl\upsilon}{R_{o\lambda}}$$

Ο αγωγός θα επιταχύνεται μέχρι τη στιγμή που η F_L θα μηδενιστεί. Αυτό θα συμβεί όταν η ένταση του ρεύματος θα μηδενιστεί δηλαδή όταν $E - Bl\upsilon = 0$



Σχ. 5.12

Η ταχύτητα εκείνη τη στιγμή θα πάρει τη μέγιστη τιμή της $\upsilon_{o\rho}$, για την οποία θα είναι $\upsilon_{o\rho} = \dfrac{E}{Bl} = 12 m/s$

5-4 Ο ΚΑΝΟΝΑΣ ΤΟΥ LENZ ΚΑΙ Η ΑΡΧΗ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΣΤΟ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ ΤΗΣ ΕΠΑΓΩΓΗΣ

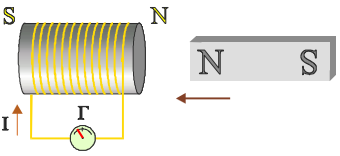
Ο Lenz (Λέντς) διατύπωσε ένα κανόνα που δίνει τη φορά του ρεύματος από επαγωγή. Σύμφωνα με τον κανόνα αυτό

τα επαγωγικά ρεύματα έχουν τέτοια φορά ώστε να αντιτίθενται στο αίτιο που τα προκαλεί.

Παίρνοντας υπόψη τον κανόνα του Lenz, που προσδιορίζει τη φορά του επαγωγικού ρεύματος, άρα και την πολικότητα της επαγωγικής τάσης, γράφουμε τη σχέση (5.1) που εκφράζει το νόμο της επαγωγής με τη μορφή:

$$E_{\text{ΕΠ}} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

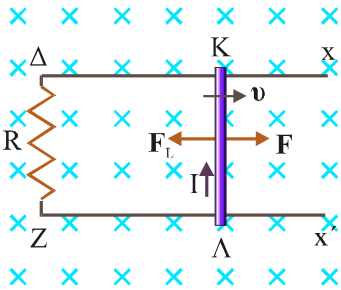
Ο κανόνας του Lenz αποτελεί συνέπεια της αρχής διατήρησης της ενέργειας. Στα δύο παραδείγματα που ακολουθούν θα δούμε πώς εφαρμόζεται ο κανόνας του Lenz και γιατί η φορά του ρεύματος που ορίζει είναι συνέπεια της αρχής διατήρησης της ενέργειας.



Σχ. 5.13 Ο μαγνήτης πλησιάζει στο πηνίο. Σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz, το ρεύμα που επάγεται στο πηνίο έχει τέτοια φορά ώστε απέναντι από το μαγνήτη που πλησιάζει το πηνίο να δημιουργεί όμοιο μαγνητικό πόλο.

Πλησιάζουμε στο πηνίο του σχήματος 5.13 το βόρειο πόλο ενός ευθύγραμμου μαγνήτη. Καθώς πλησιάζει ο μαγνήτης, η μαγνητική ροή που περνάει από τις σπείρες του πηνίου αυξάνεται και το πηνίο συμπεριφέρεται ως πηγή. Επειδή τα άκρα του είναι ενωμένα, το κύκλωμα είναι κλειστό και έτσι το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα. Η φορά αυτού του ρεύματος σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz, θα είναι τέτοια ώστε να αντιτίθεται στην αιτία που το προκάλεσε, να εμποδίζει δηλαδή το βόρειο πόλο του μαγνήτη να πλησιάσει. Αυτό σημαίνει ότι η άκρη του πηνίου που είναι προς το μέρος του βόρειου πόλου του μαγνήτη που πλησιάζει θα συμπεριφέρεται ως βόρειος πόλος.

Για να υπερνικηθεί η άπωση που δέχεται ο μαγνήτης από το πηνίο δαπανάται ενέργεια, που μετατρέπεται σε θερμότητα στους αγωγούς. Αν το πηνίο διαρρεόταν από ρεύμα αντίθετης φοράς, απέναντι από το βόρειο πόλο του μαγνήτη θα δημιουργούσε νότιο μαγνητικό πόλο. Ο νότιος μαγνητικός πόλος θα ασκούσε ελκτική δύναμη στο μαγνήτη με αποτέλεσμα να μην απαιτείται καμιά προσπάθεια για να πλησιάσει. Αυτό όμως είναι αντίθετο με την αρχή διατήρησης της ενέργειας, γιατί χωρίς καμιά προσπάθεια, χωρίς να δαπανάται ενέργεια, στο πηνίο θα παραγόταν ηλεκτρική ενέργεια λόγω του φαινομένου της επαγωγής.



Σχ. 5.14 Ο αγωγός ΚΛ ολισθαίνει πάνω στους ακίνητους αγωγούς Δx και Zx΄. Σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz το ρεύμα από επαγωγή που δημιουργείται στο κύκλωμα, έχει τέτοια φορά, ώστε ο κινούμενος αγωγός να δέχεται δύναμη Laplace, που αντιτίθεται στην κίνησή του.

Έστω τώρα ο αγωγός ΚΛ που κινείται, μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο Β, με σταθερή ταχύτητα **υ**, μένοντας σε επαφή με τους ακίνητους αγωγούς Δx και Zx΄ (σχ. 5.14). Λόγω του φαινομένου της επαγωγής ο αγωγός ΚΛ συμπεριφέρεται ως πηγή και, επειδή το κύκλωμα είναι κλειστό, διαρρέεται από ρεύμα. Ο αγωγός δέχεται από το μαγνητικό πεδίο δύναμη Laplace. Σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz η φορά του ρεύματος πρέπει να είναι τέτοια ώστε να αντιτίθεται στην αιτία που το προκάλεσε, δηλαδή στην κίνηση του αγωγού ΚΛ. Το ρεύμα πρέπει να έχει τέτοια φορά ώστε ή δύναμη Laplace που ασκείται στον αγωγό να αντιτίθεται στην κίνησή του.

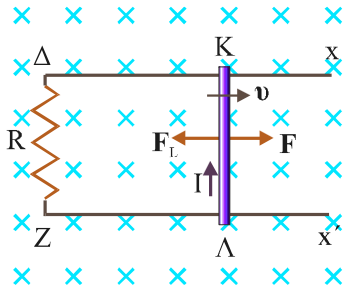
Για να διατηρείται η κίνηση του αγωγού ισοταχής, είναι αναγκαίο να ασκείται σε αυτόν δύναμη **F**, αντίθετη με τη δύναμη Laplace. Μέσω της δύναμης αυτής προσφέρεται στο κύκλωμα ενέργεια. Αν το ρεύμα είχε αντίθετη φορά, το μαγνητικό πεδίο θα ασκούσε στον αγωγό δύναμη ίδιας

κατεύθυνσης με την ταχύτητά του. Στην περίπτωση αυτή δεν απαιτείται ενέργεια για να διατηρηθεί η κίνηση του αγωγού και στο κύκλωμα θα παραγόταν διαρκώς ηλεκτρική ενέργεια που θα μετατρεπόταν σε θερμότητα στην αντίσταση R. Όμως, σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας είναι αδύνατη η παραγωγή μιας μορφής ενέργειας χωρίς αντίστοιχη δαπάνη άλλης μορφής ενέργειας.

Η αρχή διατήρησης της ενέργειας στο φαινόμενο της επαγωγής

Η ισχύς της αρχής διατήρησης της ενέργειας στο φαινόμενο της επαγωγής μπορεί να δειχθεί και ποσοτικά.

Έστω πάλι ο αγωγός ΑΓ που κινείται με σταθερή ταχύτητα **υ** μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο Β, μένοντας σε επαφή με τους ακίνητους αγωγούς Δx και Zx΄ (σχ. 5.15). Θεωρούμε ότι η κίνηση του αγωγού γίνεται χωρίς τριβές.



Σχ. 5.15

Έχουμε βρει ότι στο κύκλωμα επάγεται ηλεκτρεγερτική δύναμη

$$E_{\text{ΕΠ}} = B\upsilon L\,.$$

Εάν το κύκλωμα παρουσιάζει συνολικά αντίσταση R θα διαρρέεται από ρεύμα

$$I = \frac{E_{\text{ΕΠ}}}{R} = \frac{B\upsilon L}{R}\,.$$

Σε χρονικό διάστημα Δt, το ρεύμα, λόγω φαινομένου Joule, θα αποδώσει στο περιβάλλον θερμότητα

$$Q = I^2 R\Delta t = \frac{B^2\upsilon^2 L^2}{R}\Delta t\,.$$

Για να διατηρούμε την κίνηση του αγωγού ΚΛ ισοταχή πρέπει να ασκούμε εξωτερική δύναμη **F**, αντίθετη της δύναμης Laplace που δέχεται ο ΚΛ.

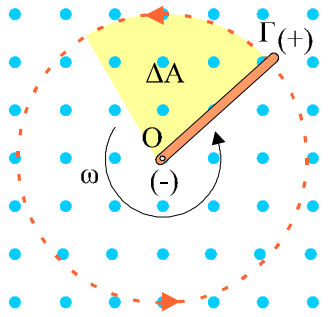
$$F = F_L = BIL = B\frac{E_{\text{ΕΠ}}}{R}L = \frac{B^2\upsilon L^2}{R}\,.$$

Στο χρονικό διάστημα Δt ο αγωγός μετατοπίζεται κατά $\Delta x = \upsilon\Delta t$ και το έργο της **F** στο ίδιο χρονικό διάστημα θα είναι

$$W_F = F\Delta x = \frac{B^2\upsilon L^2}{R}\upsilon\Delta t = \frac{B^2\upsilon^2 L^2}{R}\Delta t\,.$$

Βλέπουμε ότι χρειάστηκε να προσφέρουμε έργο ίσο με τη θερμότητα που παράχθηκε.

5-5 ΣΤΡΕΦΟΜΕΝΟΣ ΑΓΩΓΟΣ



Σχ. 5.16 Ο αγωγός ΟΓ στρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω, γύρω από το άκρο του Ο, μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο. Το επίπεδο περιστροφής του είναι κάθετο στις δυναμικές γραμμές του πεδίου.

Ένας αγωγός ΟΓ, μήκους L, στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω γύρω από άξονα που περνάει από το άκρο του Ο. Το επίπεδο περιστροφής του είναι κάθετο στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου **B**. Στα ελεύθερα ηλεκτρόνια του αγωγού που κινούνται μαζί με αυτόν το μαγνητικό πεδίο ασκεί δύναμη Lorentz εξαιτίας της οποίας στο άκρο Ο του αγωγού συσσωρεύεται αρνητικό φορτίο και στο άκρο Γ θετικό. Ο αγωγός γίνεται πηγή.

Η μαγνητική δύναμη που δέχονται τα ελεύθερα ηλεκτρόνια δεν έχει το ίδιο μέτρο σε κάθε σημείο του αγωγού γιατί η γραμμική ταχύτητα των σημείων του αυξάνεται ανάλογα με την απόσταση από τον άξονα περιστροφής ($\upsilon = \omega \cdot r$, όπου r η απόσταση από το κέντρο περιστροφής).

Είδαμε στην παράγραφο 5-3 ότι μπορούμε να υπολογίσουμε την ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή με το νόμο του Faraday, αρκεί στη θέση του ΔΦ να βάλουμε τη ροή που περνάει από την επιφάνεια που ορίζει με την κίνησή του ο αγωγός στον αντίστοιχο χρόνο.

Στην περίπτωση που εξετάζουμε θα ισχύει :

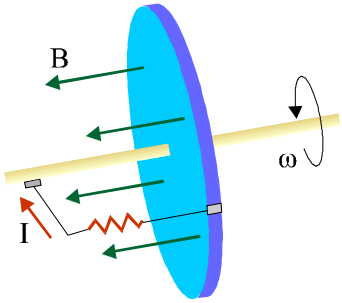
$$E_{\text{ΕΠ}} = \frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t}$$

όπου $\Phi_B = BA$

άρα
$$E_{\text{ΕΠ}} = \frac{B\Delta A}{\Delta t} \qquad (5.6)$$

Ο αγωγός σαρώνει την επιφάνεια δίσκου που έχει κέντρο Ο και ακτίνα L. Ο ρυθμός $\frac{\Delta A}{\Delta t}$ με τον οποίο σαρώνεται η επιφάνεια είναι σταθερός αφού η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής είναι σταθερή. Έτσι μπορούμε να γράψουμε ότι

$$\frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{\pi L^2}{\mathrm{T}} \qquad (5.7)$$



Σχ. 5.17 Ο δίσκος στρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω γύρω από άξονα που διέρχεται από το κέντρο του. Η στροφική κίνηση του δίσκου γίνεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο. Το επίπεδο του δίσκου είναι συνεχώς κάθετο στο μαγνητικό πεδίο.

όπου πL^2 το εμβαδόν της επιφάνειας που ορίζει ο αγωγός σε μια πλήρη περιστροφή και T η περίοδος περιστροφής του.

Θέτοντας $$T = \frac{2\pi}{\omega} \qquad (5.8)$$

και με βάση την (5.7) η (5.6), δίνει

$$E_{\text{ΕΠ}} = \frac{1}{2} B\omega L^2$$

ΣΤΡΕΦΟΜΕΝΟΣ ΔΙΣΚΟΣ

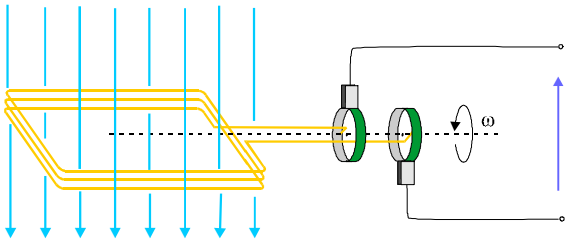
Θεωρούμε αγώγιμο δίσκο με ακτίνα *r*, του οποίου το επίπεδο είναι κάθετο στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου. Στρέφουμε το δίσκο με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω γύρω από άξονα που περνάει από το κέντρο του και είναι παράλληλος στις δυναμικές γραμμές. Αν θεωρήσουμε ότι ο δίσκος αποτελείται από ένα μεγάλο αριθμό αγωγών σαν αυτόν της προηγούμενης παραγράφου, τότε ανάμεσα στο κέντρο και σε οποιοδήποτε σημείο της περιφέρειας θα υπάρχει $E_{\text{ΕΠ}} = \frac{1}{2} B\omega r^2$

Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε αυτή τη συσκευή ως πηγή σταθερής τάσης αν τη συμπληρώσουμε με ολισθαίνουσες επαφές (ψήκτρες) όπως στο σχήμα 5.17.

Η πολικότητα της ΗΕΔ που αναπτύσσεται από επαγωγή εξαρτάται από τη φορά περιστροφής του δίσκου. Στην περίπτωση του σχήματος τα σημεία της περιφέρειας του δίσκου βρίσκονται σε υψηλότερο δυναμικό από το κέντρο. Η συσκευή ονομάζεται δίσκος του Faraday.

5-6 ΣΤΡΕΦΟΜΕΝΟ ΠΛΑΙΣΙΟ – ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΗ ΤΑΣΗ

Ένα αγώγιμο πλαίσιο σχήματος ορθογωνίου παραλληλογράμμου και εμβαδού A στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο γύρω από άξονα που είναι κάθετος στις δυναμικές γραμμές του πεδίου και βρίσκεται στο επίπεδό του.



Σχ. 5.18 Το πλαίσιο στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο.

Αν τη χρονική στιγμή $t = 0$ το επίπεδο του πλαισίου είναι κάθετο στο **B** σε μία τυχαία χρονική στιγμή t το πλαίσιο θα έχει στραφεί κατά γωνία $\vartheta = \omega t$ και η μαγνητική ροή μέσα από την επιφάνεια του πλαισίου θα είναι $\Phi_B = BA\sigma\upsilon\nu\,\omega t$. Καθώς το πλαίσιο στρέφεται η μαγνητική ροή μέσα από

την επιφάνειά του μεταβάλλεται και κατά συνέπεια στο πλαίσιο εμφανίζεται ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή. Από το νόμο του Faraday προκύπτει :

$$E_{\text{ΕΠ}} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = \omega BA\,\eta\mu\,\omega t$$ [1]

Εάν το πλαίσιό μας έχει N σπείρες τότε $\Phi_B = NBA\,\sigma\upsilon\nu\,\omega t$ και αντίστοιχα

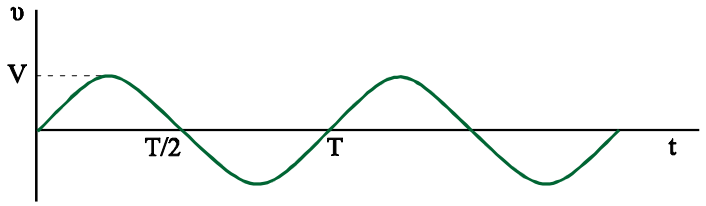
$$E_{\text{ΕΠ}} = N\omega BA\,\eta\mu\,\omega t\,.$$

Η τάση αυτή, που πιο συχνά γράφεται με τη μορφή

$$\upsilon = V\,\eta\mu\,\omega t\,,$$

όπου $V = N\omega BA$,

είναι ημιτονοειδής συνάρτηση του χρόνου (σχ. 5.19) και ονομάζεται **εναλλασσόμενη τάση** (ac) γιατί η πολικότητά της εναλλάσσεται, στο χρόνο μιας περιστροφής του πλαισίου.



Σχ. 5.19 Η εναλλασσόμενη τάση μεταβάλλεται ημιτονοειδώς με το χρόνο

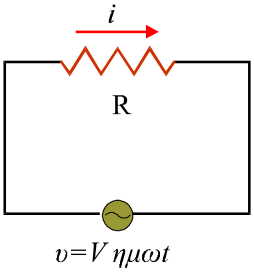
- Το V είναι η μεγαλύτερη τιμή που μπορεί να πάρει η τάση, μετριέται σε $Volts$ και ονομάζεται **πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης.**
- **Το γινόμενο** ωt **ονομάζεται φάση** της τάσης και είναι γωνία, μετρημένη σε rad .
- **Το** ω **ονομάζεται γωνιακή συχνότητα** της εναλλασσόμενης τάσης και είναι ίσο με τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του πλαισίου που παρήγαγε την τάση. Μετριέται σε $\frac{rad}{s}$. Η **γωνιακή συχνότητα** συνδέεται με την περίοδο T, της εναλλασσόμενης τάσης, δηλαδή το χρόνο μέσα στον οποίο η τάση ολοκληρώνει μια πλήρη εναλλαγή τιμών με τη σχέση $\omega = \frac{2\pi}{\mathrm{T}}$. Η περίοδος μετριέται σε s. Επίσης $\omega = 2\pi f$ όπου f η συχνότητα της εναλλασσόμενης τάσης δηλαδή ο αριθμός των πλήρων εναλλαγών της τάσης στη μονάδα του χρόνου $f = \frac{1}{T}$. Μετριέται σε $Hertz$ (Hz) ή, αλλιώς, s^{-1}.

Παντού η μεταφορά και διανομή της ηλεκτρικής ενέργειας γίνεται με εναλλασσόμενη τάση. Στην Ελλάδα, στα δίκτυα των πόλεων το πλάτος της

[1] Το αποτέλεσμα προέκυψε από την παραγώγιση της μαγνητικής ροής ως προς το χρόνο.

εναλλασσόμενης τάσης, στην κατανάλωση, είναι $V = 220\sqrt{2}\ V$ και η συχνότητα $f = 50\ Hz$.

5-7 ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟ ΡΕΥΜΑ



Σχ. 5.20 Στα άκρα του αντιστάτη R εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση. Το σύμβολο παριστάνει μια γεννήτρια εναλλασσόμενης τάσης (εναλλάκτης).

Στα άκρα ενός αντιστάτη εφαρμόζουμε εναλλασσόμενη τάση $\upsilon = V\eta\mu\,\omega t$ με μια γεννήτρια εναλλασσόμενης τάσης.

Η τάση αυτή εξαναγκάζει τα ελεύθερα ηλεκτρόνια στους αγωγούς να κάνουν ταλάντωση με συχνότητα τη συχνότητα της εναλλασσόμενης τάσης που εφαρμόσαμε.

Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα κάποια στιγμή είναι

$$i = \frac{\upsilon}{R} = \frac{V\,\eta\mu\,\omega t}{R}$$

ή

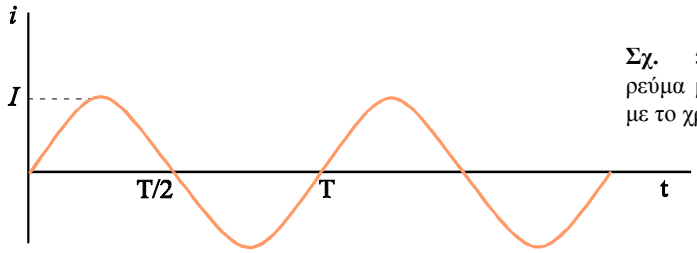
$$i = I\,\eta\mu\,\omega t$$

όπου το ***I* είναι η μέγιστη τιμή της έντασης του ρεύματος (πλάτος)** και δίνεται από τη σχέση

$$I = \frac{V}{R}$$

Το ρεύμα αυτό, που η φορά του μεταβάλλεται περιοδικά με το χρόνο, ονομάζεται **εναλλασσόμενο ρεύμα**. Στο σχήμα 5.21 παριστάνεται γραφικά η ένταση του εναλλασσόμενου ρεύματος σε συνάρτηση με το χρόνο.

Με το σύμβολο i θα συμβολίζουμε ρεύματα που μεταβάλλονται με το χρόνο.



Σχ. 5.21 Το εναλλασσόμενο ρεύμα μεταβάλλεται ημιτονοειδώς με το χρόνο.

Η γωνία ωt ονομάζεται φάση και το ω γωνιακή συχνότητα του εναλλασσόμενου ρεύματος.

Η εναλλασσόμενη τάση που εφαρμόσαμε στα άκρα του αντιστάτη και το ρεύμα παίρνουν ταυτόχρονα τη μέγιστη ή την ελάχιστη τιμή. Λέμε ότι **τα δύο μεγέθη βρίσκονται σε φάση** (ή ότι η διαφορά φάσης τους είναι μηδέν).

Καθώς οι φορείς του ηλεκτρικού φορτίου μέσα στους αγωγούς του κυκλώματος ταλαντώνονται, προσκρούουν στα ιόντα του πλέγματος και χάνουν την ενέργειά που τους παρέχει για την κίνησή τους η πηγή. Η ενέργεια αυτή αποδίδεται υπό μορφή θερμότητας στο περιβάλλον. Παρουσιάζεται κι εδώ, όπως και στα κυκλώματα συνεχούς ρεύματος, το φαινόμενο Joule.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5-4

Αντιστάτης με R=20Ω, συνδέεται στο δίκτυο της ΔΕΗ. Όπως γνωρίζετε η τάση που παρέχει το δίκτυο της ΔΕΗ έχει πλάτος $V = 220\sqrt{2}\,V$ και συχνότητα 50Hz. Να γραφτεί η εξίσωση του εναλλασσόμενου ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη.

Απάντηση :

Το πλάτος της έντασης του ρεύματος είναι $I = \dfrac{V}{R} = 11\sqrt{2}\ A$

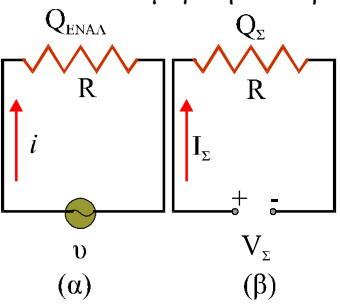
Η γωνιακή συχνότητα $\omega = 2\pi f = 100\pi$

Επομένως η εξίσωση του ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη είναι

$$i = I\ \eta\mu\omega t = 11\sqrt{2}\ \eta\mu 100\pi t$$

5-8 ΕΝΕΡΓΟΣ ΕΝΤΑΣΗ – ΕΝΕΡΓΟΣ ΤΑΣΗ

Επειδή το εναλλασσόμενο ρεύμα και η εναλλασσόμενη τάση διαρκώς μεταβάλλονται, το να γνωρίζουμε τι τιμή έχουν ορισμένη στιγμή ελάχιστη πρακτική αξία έχει. Για το λόγο αυτό, στηριζόμενοι στο θερμικό φαινόμενο που προκαλούν σε ένα αντιστάτη, ορίζουμε τις ενεργές τους τιμές, που είναι μεγέθη σταθερά.



Σχ. 5.22 Αν η θερμότητα $Q_Σ$ που παράγεται από το συνεχές ρεύμα $I_Σ$ είναι ίση με τη θερμότητα $Q_{ΕΝΑΛ}$ που παράγεται από το εναλλασσόμενο ρεύμα, τότε $I_{εν}=I_Σ$

Αν $I_Σ=I_{εν}$ τότε $V_Σ = V_{εν}$

Έστω ο αντιστάτης R (σχ. 5.22α) που διαρρέεται από εναλλασσόμενο ρεύμα *i*. Στον αντιστάτη παράγεται θερμότητα. Έστω $Q_{ΕΝΑΛ}$ η θερμότητα που παράγεται σε χρόνο t. Στον ίδιο αντιστάτη διαβιβάζουμε συνεχές ρεύμα (σχ. 5.22β). Σε χρόνο t στον αντιστάτη θα παραχθεί θερμότητα $Q_Σ$. Αν η ένταση $I_Σ$ του συνεχούς ρεύματος είναι τέτοια ώστε $Q_Σ=Q_{ΕΝΑΛ}$, η τιμή αυτή του ρεύματος ονομάζεται ενεργός τιμή του εναλλασσόμενου.

Ενεργός ένταση $I_{εν}$ ενός εναλλασσομένου ρεύματος ονομάζεται η ένταση ενός συνεχούς ρεύματος το οποίο προκαλεί το ίδιο θερμικό αποτέλεσμα με το εναλλασσόμενο ρεύμα, όταν διαρρέει τον ίδιο αντιστάτη, στον ίδιο χρόνο.

Αποδεικνύεται ότι το $I_{εν}$ και το πλάτος *I* του εναλλασσομένου ρεύματος συνδέονται με τη σχέση

$$I_{εν} = \frac{I}{\sqrt{2}}$$

Ενεργός τάση $V_{εν}$ μιας εναλλασσόμενης τάσης, είναι η τιμή της συνεχούς τάσης, που αν εφαρμοστεί στα άκρα αντιστάτη (R), προκαλεί συνεχές ρεύμα έντασης ίσης με την ενεργό ένταση του εναλλασσόμενου ρεύματος που θα προκαλούσε η εναλλασσόμενη τάση στον ίδιο αντιστάτη.

Αποδεικνύεται ότι η ενεργός τάση $V_{\varepsilon\nu}$ και το πλάτος V της εναλλασσόμενης τάσης συνδέονται με τη σχέση

$$V_{\varepsilon\nu} = \frac{V}{\sqrt{2}}$$

Όταν λέμε ότι οι ρευματοδότες στα σπίτια μας δίνουν 220 V, ή ότι κάποια συσκευή δουλεύει στα 220 V, 16 A, αναφερόμαστε σε ενεργές τιμές.

Τα όργανα που χρησιμοποιούμε για τη μέτρηση εναλλασσόμενων τάσεων και ρευμάτων δείχνουν ενεργές τιμές.

5-9 Ο ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ JOULE (ΤΖΑΟΥΛ) - ΙΣΧΥΣ ΤΟΥ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟΥ ΡΕΥΜΑΤΟΣ

Η ενεργός τιμή της έντασης ενός εναλλασσομένου ρεύματος είναι η τιμή του συνεχούς ρεύματος που στον ίδιο χρόνο δημιουργεί σε ένα αντιστάτη τα ίδια θερμικά αποτελέσματα με το εναλλασσόμενο. Επομένως **ο νόμος του Joule στο εναλλασσόμενο** γράφεται

$$Q = I_{\varepsilon\nu}^2 Rt$$

Η ισχύς του εναλλασσομένου ρεύματος (ο ρυθμός με τον οποίο το εναλλασσόμενο ρεύμα μεταφέρει στο κύκλωμα ενέργεια κάθε στιγμή) δίνεται από τη σχέση

$$p = \upsilon i \quad \text{ή} \quad p = i^2 R$$

Επειδή η ένταση του ρεύματος μεταβάλλεται διαρκώς, η ισχύς δεν έχει σταθερή τιμή. Για να τονίσουμε ότι η ισχύς μεταβάλλεται με το χρόνο ονομάζουμε την ισχύ αυτή **στιγμιαία ισχύ**.

Η στιγμιαία ισχύς έχει ελάχιστη πρακτική αξία. Στην πράξη χρησιμοποιείται η **μέση ισχύς**, η οποία είναι σταθερή. Είναι η ισχύς που κατά μέσο όρο καταναλώνεται στο κύκλώμα. Η μέση ισχύς ορίζεται ως εξής:

Μέση ισχύς P ονομάζεται το πηλίκο της ενέργειας που μεταφέρει το ηλεκτρικό ρεύμα στο κύκλωμα σε χρόνο μιας περιόδου προς το χρόνο αυτό

$$P = \frac{W}{T}$$

Η μέση ισχύς σε ένα αντιστάτη ισούται με

$$P = V_{\varepsilon\nu} I_{\varepsilon\nu} \quad \text{ή} \quad P = I_{\varepsilon\nu}^2 R$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5-5

Αγωγός που έχει αντίσταση R=8Ω συνδέεται σε εναλλασσόμενη τάση ενεργού τιμής $V_{\varepsilon\nu}$=16V. Να υπολογιστεί το ποσό θερμότητας που αποδίδει ο αγωγός στο περιβάλλον σε χρόνο t=10min.

Απάντηση :

Η ενεργός ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό είναι

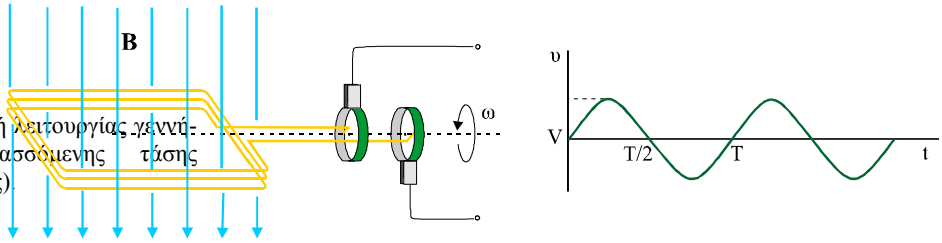
$$I_{\varepsilon\nu} = \frac{V_{\varepsilon\nu}}{R} = 2A$$

Από το νόμο του Joule βρίσκουμε

$$Q = I_{\varepsilon\nu}^2 Rt = 19200J$$

5-10 ΓΕΝΝΗΤΡΙΕΣ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΗΣ ΚΑΙ ΣΥΝΕΧΟΥΣ ΤΑΣΗΣ

Στην παράγραφο (5-6) μελετήσαμε μια διάταξη πλαισίου στρεφόμενου μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο που παράγει εναλλασσόμενη τάση. Πρόκειται για το πρότυπο της γεννήτριας εναλλασσόμενης τάσης, που λέγεται και **εναλλακτήρας**. Η παραγόμενη τάση αναπτύσσεται στο εξωτερικό κύκλωμα με τη βοήθεια δύο δακτυλίων επαφής (σχ. 5.23) οι οποίοι περιστρέφονται με το πλαίσιο. Σταθερές επαφές, που ονομάζονται ψήκτρες, ολισθαίνουν στους δακτυλίους και αποτελούν την έξοδο του **εναλλακτήρα.**

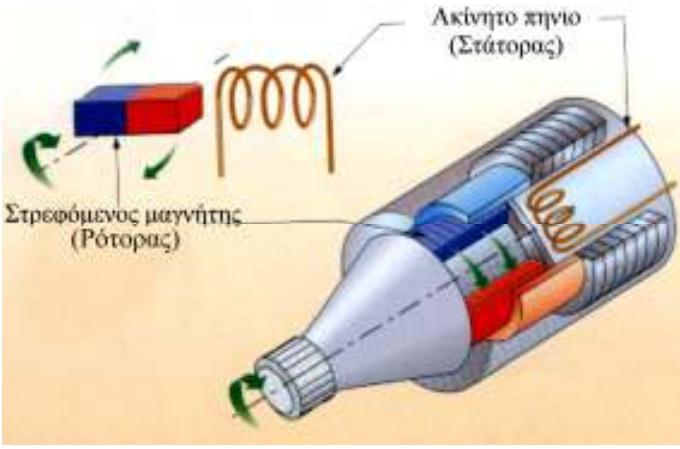


Σχ. 5.23 Αρχή λειτουργίας γεννήτριας εναλλασσόμενης τάσης (εναλλακτήρας).

Εικ. 5.4 Δυναμό ποδηλάτου

Το ίδιο ακριβώς αποτέλεσμα έχουμε αν διατηρήσουμε το πλαίσιο σταθερό και περιστρέφουμε το μαγνήτη που δημιουργεί το μαγνητικό πεδίο.
Ας δούμε την περίπτωση του δυναμό του ποδηλάτου. Η κίνηση της ρόδας θέτει σε περιστροφική κίνηση ένα μαγνήτη στο εσωτερικό ενός πλαισίου πολλών σπειρών. Ο στρεφόμενος μαγνήτης λέγεται "ρότορας" ενώ το ακίνητο πλαίσιο "στάτορας" (σχ. 5.24)

Εικ. 5.5 Δυναμό (εσωτερικό).

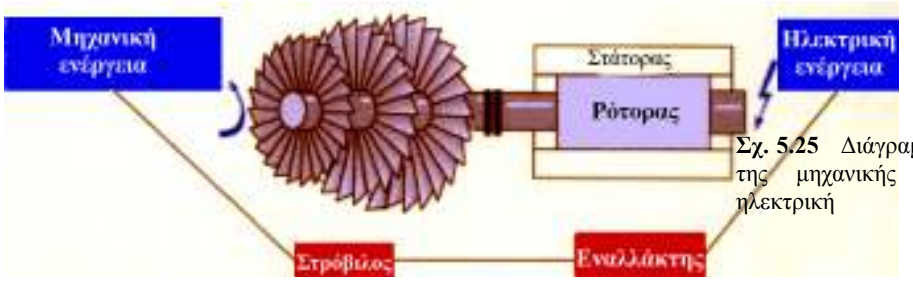


Σχ. 5.24 Η αρχή λειτουργίας του δυναμό ενός ποδηλάτου.

Εικ. 5.6 Ρότορας

Στα εργοστάσια παραγωγής ενέργειας ο μαγνήτης έχει αντικατασταθεί από έναν ηλεκτρομαγνήτη. Ο ρότορας δηλαδή είναι ένα πηνίο που διαρρέεται από συνεχές ρεύμα και τίθεται σε περιστροφική κίνηση με τη βοήθεια ενός στροβίλου (τουρμπίνα). Ο στρόβιλος τίθεται σε κίνηση με διάφορους τρόπους. Σ' ένα υδροηλεκτρικό εργοστάσιο εκμεταλλευόμαστε τη μηχανική ενέργεια μιας υδατόπτωσης για να κινήσουμε το στρόβιλο κι έτσι τη μετατρέπουμε σε ηλεκτρική (σχ. 5.25). Σ' ένα θερμοηλεκτρικό εργοστάσιο με την καύση λιγνίτη θερμαίνουμε νερό, ο ατμός που παράγεται όταν εκτονώνεται, με κατάλληλες διατάξεις, πάλι κινεί το στρόβιλο κ.ο.κ

Εικ. 5.7 Η ηλεκτρική ενέργεια μεταφέρεται από τα εργοστάσια παραγωγής στην κατανάλωση με αγωγούς μεταφοράς υπό υψηλή τάση.

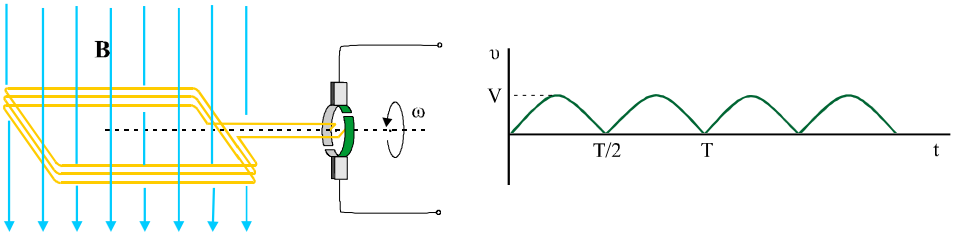


Σχ. 5.25 Διάγραμμα μετατροπής της μηχανικής ενέργειας σε ηλεκτρική

Στο σχήμα 5.26 φαίνεται η αρχή λειτουργίας μιας πηγής που δίνει συνεχή (όχι σταθερή) τάση. Εδώ, αντί για δυο ανεξάρτητους δακτυλίους, όπως στον εναλλακτήρα, τα άκρα του πλαισίου είναι συνδεδεμένα με δύο ημιδακτυλίους που περιστρέφονται μαζί με το πλαίσιο. Η διάταξη αυτή λέγεται **συλλέκτης**. Τη στιγμή που η τάση αλλάζει

Εικ. 5.8 Γεννήτρια σε σταθμό παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας με πυρηνική ενέργεια.

πολικότητα οι συνδέσεις με το εξωτερικό κύκλωμα αντιστρέφονται και η τάση που παίρνουμε είναι συνεχής (σχ. 5.26).

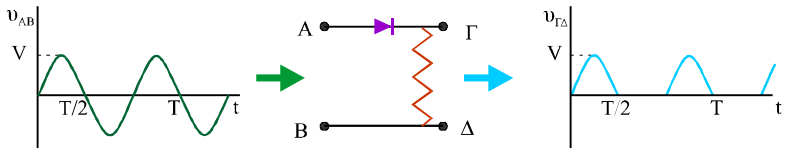


Σχ. 5.26 Αρχή λειτουργίας της γεννήτριας συνεχούς τάσεως.

5-11 ΑΝΟΡΘΩΣΗ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΗΣ ΤΑΣΗΣ

Η εναλλασσόμενη τάση παρουσιάζει πλεονεκτήματα έναντι της συνεχούς. Όμως, πολλές συσκευές καθημερινής χρήσης χρειάζονται συνεχή τάση -και μάλιστα σταθερή- για να λειτουργήσουν. **Τη μετατροπή μιας εναλλασσόμενης τάσης σε συνεχή και στη συνέχεια σε σταθερή την επιτυγχάνουμε με το συνδυασμό δύο διατάξεων, του ανορθωτή και του εξομαλυντή.**

Στον ανορθωτή χρησιμοποιούμε διόδους. Η δίοδος είναι μία διάταξη που επιτρέπει στο ρεύμα να τη διαρρέει κατά τη μία φορά εύκολα ενώ πρακτικά δε διαρρέεται από ρεύμα κατά την αντίθετη φορά. Η δίοδος παριστάνεται με το σύμβολο και η φορά κατά την οποία διαρρέεται από ρεύμα είναι αυτή που δείχνει το βέλος Θα μπορούσαμε να πούμε ότι μια ιδανική δίοδος παρουσιάζει μηδενική αντίσταση κατά τη μία φορά και άπειρη αντίσταση κατά την αντίθετη φορά. Στο σχήμα 5.27 βλέπουμε μια διάταξη ανόρθωσης της εναλλασσόμενης τάσης

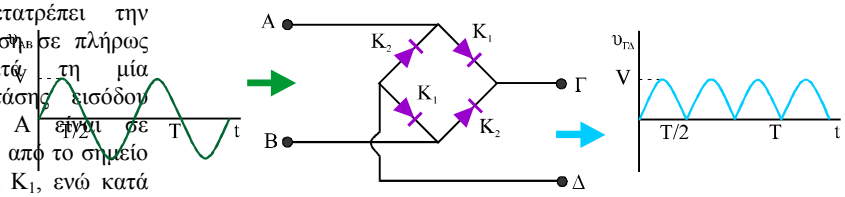


Σχ. 5.27 Διάταξη ανόρθωσης της εναλλασσόμενης τάσης. Η εναλλασσόμενη τάση υ_{AB} στην είσοδο του κυκλώματος μετατρέπεται σε συνεχή $\upsilon_{\Gamma\Delta}$ στην έξοδο.

Η συνεχής τάση που παίρνουμε με τη διάταξη αυτή ονομάζεται **μερικώς ανορθωμένη** (ημιανορθωμένη).

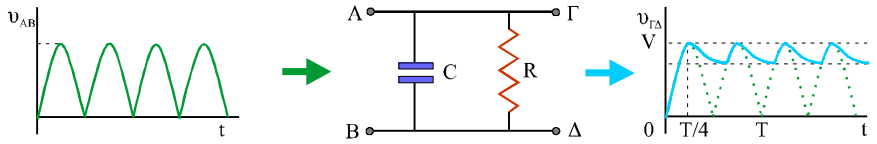
Στο σχήμα (5.28) βλέπουμε ένα κύκλωμα το οποίο με ένα συνδυασμό διόδων μετατρέπει την εναλλασσόμενη τάση υ_{AB} της εισόδου, σε συνεχή τάση $\upsilon_{\Gamma\Delta}$ στην έξοδο. Η τάση αυτή ονομάζεται **πλήρως ανορθωμένη**.

Σχ. 5.28 Διάταξη με τέσσερις διόδους που μετατρέπει την εναλλασσόμενη τάση σε πλήρως ανορθωμένη. Κατά τη μία ημιπερίοδο της τάσης εισόδου όταν το σημείο Α είναι σε ψηλότερο δυναμικό από το σημείο Β, άγουν οι δίοδοι K_1, ενώ κατά την άλλη ημιπερίοδο άγουν οι δίοδοι K_2.

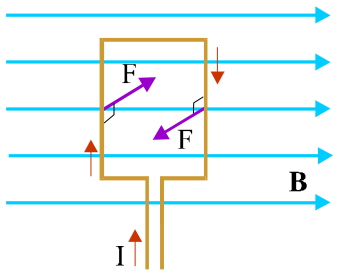


Ο εξομαλυντής αποτελείται από ένα πυκνωτή και ένα αντιστάτη συνδεδεμένους παράλληλα. Λόγω της

δυσκολίας που παρουσιάζει το κύκλωμα να παρακολουθήσει τις γρήγορες μεταβολές της τάσεως μας δίνει στην έξοδό του τάσεις σχεδόν σταθερές. Αν τροφοδοτήσουμε την είσοδό του με πλήρως ανορθωμένη τάση, καθώς η τάση εισόδου αυξάνεται ο πυκνωτής φορτίζεται και όταν η τάση εισόδου πάρει τη μέγιστη τιμή της το φορτίο του πυκνωτή γίνεται μέγιστο. Στη συνέχεια, καθώς η τάση εισόδου μειώνεται, ο πυκνωτής εκφορτίζεται μέσω του αντιστάτη. Ο χρόνος που διαρκεί η εκφόρτιση του πυκνωτή εξαρτάται από τις τιμές της αντίστασης και της χωρητικότητας. Ο χρόνος εκφόρτισης αυξάνεται όταν οι τιμές τους είναι μεγάλες. Στο κύκλωμα εξομάλυνσης οι τιμές των R και C είναι μεγάλες. Έτσι η τάση στον πυκνωτή, άρα και η τάση εξόδου ($V_{\Gamma\Delta}$), μειώνεται πολύ πιο αργά από την τάση εισόδου. Όταν η τάση στην είσοδο - καθώς αυξάνεται πάλι- γίνει ίση με την τάση στους οπλισμούς του πυκνωτή αρχίζει εκ νέου να αυξάνεται το φορτίο του. Το φαινόμενο επαναλαμβάνεται όταν η τάση γίνει μέγιστη. Με κατάλληλη επιλογή των στοιχείων που συνθέτουν τον ανορθωτή μπορούμε να επιτύχουμε τάσεις κατά ικανοποιητική προσέγγιση σταθερές.



Σχ. 5.29 Με τον εξομαλυντή, η πλήρως ανορθωμένη τάση μετατρέπεται σε τάση σχεδόν σταθερή.



Σχ. 5.30 Το ορθογώνιο πλαίσιο που διαρρέεται από ρεύμα βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο. Το ζεύγος δυνάμεων Laplace που ασκούνται στο πλαίσιο το στρέφουν.

5-12 Ο ΗΛΕΚΤΡΟΚΙΝΗΤΗΡΑΣ

Οι ηλεκτρικοί κινητήρες είναι διατάξεις που μετατρέπουν την ηλεκτρική ενέργεια σε μηχανική. Δηλαδή ένας ηλεκτροκινητήρας είναι μια αντίστροφη ηλεκτρογεννήτρια.

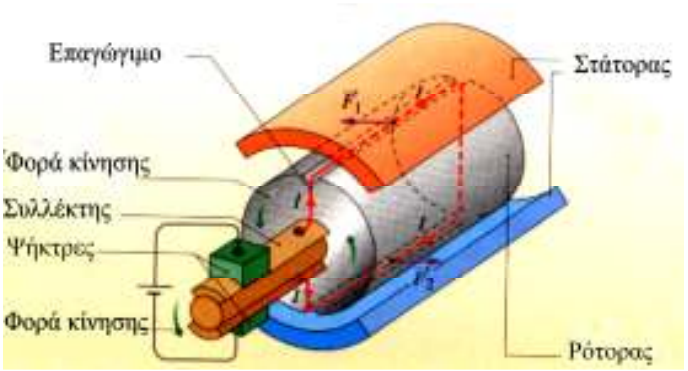
Αρχή λειτουργίας

Τοποθετούμε ένα ορθογώνιο πλαίσιο στο εσωτερικό ενός ομογενούς μαγνητικού πεδίου. Συνδέουμε στα άκρα του μια πηγή συνεχούς τάσης V, οπότε το πλαίσιο διαρρέεται από ρεύμα. Στις πλευρές του πλαισίου θα ασκούνται δυνάμεις Laplace, όπως δείχνει το σχήμα 5.30. Το ζεύγος των δυνάμεων στρέφει το πλαίσιο.

Συνδέοντας το πλαίσιο μ' έναν άξονα μπορούμε να εκμεταλλευτούμε την περιστροφική του κίνηση.

Περιγραφή πραγματικού ηλεκτροκινητήρα

Στους ηλεκτροκινητήρες δεν υπάρχει μόνο ένα ρευματοφόρο πλαίσιο αλλά πολλά. Τα πλαίσια αυτά είναι τοποθετημένα πάνω σε ένα κύλινδρο από μαλακό σίδηρο, το **ρότορα**. Ο ρότορας μπορεί να στρέφεται γύρω από τον άξονά του (σχ. 5.31). Στην επιφάνειά του και κατά μήκος του άξονά του φέρει αύλακες. Στους αύλακες περιτυλίγονται χάλκινοι μονωμένοι αγωγοί, έτσι ώστε να δημιουργείται μια σειρά από πλαίσια. Οι άκρες όλων αυτών των πλαισίων καταλήγουν σε ένα κύλινδρο, το **συλλέκτη.** Ο συλλέκτης χωρίζεται σε τμήματα, μονωμένα μεταξύ τους, κάθε ένα από τα οποία είναι σε ηλεκτρική επαφή με ένα πλαίσιο. Δύο ακίνητες **ψήκτρες** από γραφίτη που μπορούν να συνδεθούν με πηγή τάσης V, εφάπτονται στο συλλέκτη.



Σχ. 5.31 Ηλεκτροκινητήρας (αρχή λειτουργίας).

Ο ρότορας περιβάλλεται από ένα σταθερό τμήμα, το **στάτορα**, που φέρει μόνιμους μαγνήτες (στους μικρούς κινητήρες) ή ηλεκτρομαγνήτες (στους μεγάλους). Ο στάτορας δημιουργεί μαγνητικό πεδίο κάθετο στον άξονα του ρότορα.

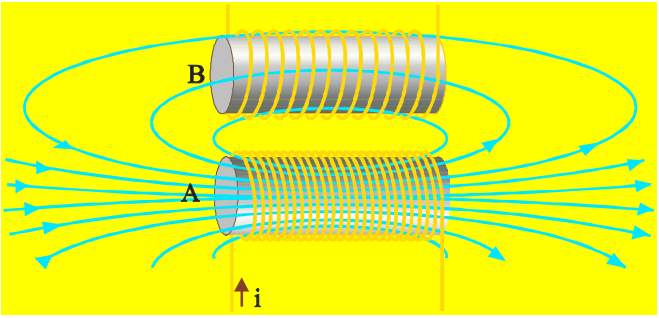
Όταν ο κινητήρας ρευματοδοτηθεί, ένα από τα πλαίσια που είναι τυλιγμένα στο ρότορα, αυτό που εκείνη τη στιγμή είναι σε επαφή με τις ψήκτρες, διαρρέεται από ρεύμα. Το μαγνητικό πεδίο ασκεί σ' αυτό ζεύγος δυνάμεων και το στρέφει. Μαζί στέφεται και ολόκληρος ο ρότορας. Με τη στροφή χάνεται η επαφή του πλαισίου αυτού με τις ψήκτρες και διακόπτεται το ρεύμα, ένα άλλο πλαίσιο όμως παίρνει τη θέση του και, έχοντας επαφή με τις ψήκτρες, για τον ίδιο λόγο στρέφεται κι΄ αυτό. Στη συνέχεια ένα άλλο παίρνει τη θέση του κ.ο.κ έτσι διατηρείται η κίνηση του ρότορα. που βρίσκεται μέσα σε μαγνητικό πεδίο.

Εικ. 5.9 Μίζα αυτοκινήτου (εκκινητήρας).

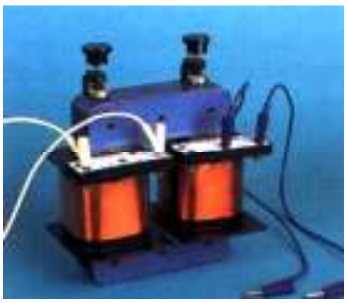
Οι ηλεκτροκινητήρες έχουν απόδοση από 50%, οι μικροί, έως 90% οι μεγάλοι. Οι χρήσεις τους είναι απεριόριστες. Τα ηλεκτρικά κατσαβίδια, τα μίξερ και η μίζα του αυτοκινήτου, οι ανελκυστήρες, τα τρόλεϊ και το μετρό λειτουργούν με ηλεκτροκινητήρες.

5-13 ΑΜΟΙΒΑΙΑ ΕΠΑΓΩΓΗ

Σύμφωνα με το νόμο του Faraday σ' ένα ακίνητο κύκλωμα επάγεται μια ηλεκτρεγερτική δύναμη εάν μεταβάλλεται η μαγνητική ροή που διέρχεται από το κύκλωμα. Τη μεταβολή της μαγνητικής ροής μπορούμε να την πετύχουμε με τη βοήθεια ενός δεύτερου κυκλώματος στο οποίο μεταβάλλουμε την ένταση του ρεύματος. Λέμε τότε ότι τα δύο κυκλώματα βρίσκονται **σε επαγωγική σύζευξη.**



Σχ. 5.32 Το πηνίο Α διαρρέεται από ρεύμα μεταβλητής έντασης. Το μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί το πηνίο Α μεταβάλλεται, με αποτέλεσμα να μεταβάλλεται η μαγνητική ροή που διέρχεται από το πηνίο Β και να δημιουργείται σ΄ αυτό ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή.



Εικ. 5.10 Μετασχηματιστής. Η λειτουργία του στηρίζεται στο φαινόμενο της αμοιβαίας επαγωγής. Η τάση που εφαρμόζεται στο ένα πηνίο μετασχηματίζεται σε μια άλλη τάση διαφορετικού πλάτους στο δεύτε-ρο πηνίο.

Η εμφάνιση ηλεκτρεγερτικής δύναμης σ' ένα κύκλωμα, εξαιτίας της μεταβολής του ρεύματος που συμβαίνει σ' ένα άλλο κύκλωμα, λέγεται αμοιβαία επαγωγή.

Στην περίπτωση της αμοιβαίας επαγωγής ο νόμος της επαγωγής $E_{\text{ΕΠ}} = -N\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ μπορεί να πάρει τη μορφή

$$E_{\text{ΕΠ}} = -M\frac{\Delta i}{\Delta t} \qquad (5.9)$$

Το M ονομάζεται **συντελεστής αμοιβαίας επαγωγής των κυκλωμάτων**.

Μετριέται με τη μονάδα $1H$ (Henry), $1H = 1\dfrac{V\cdot s}{A}$.

Σύμφωνα με τη σχέση (5.9),

η ηλεκτρεγερτική δύναμη από αμοιβαία επαγωγή που αναπτύσσεται σε ένα κύκλωμα Β εξαιτίας μεταβολής της έντασης του ρεύματος σε ένα κύκλωμα Α, είναι ανάλογη του ρυθμού με τον οποίο μεταβάλλεται το ρεύμα στο κύκλωμα Α.

Το φαινόμενο της αμοιβαίας επαγωγής είναι έντονο στην περίπτωση δύο πηνίων με κοινό άξονα.

Ο συντελεστής αμοιβαίας επαγωγής δύο πηνίων εξαρτάται από τα γεωμετρικά τους χαρακτηριστικά, τη σχετική τους θέση και το υλικό του πυρήνα τους.

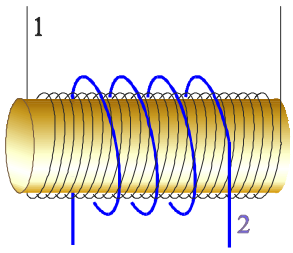
Υπολογισμός συντελεστή αμοιβαίας επαγωγής δύο πηνίων

Θα υπολογίσουμε το συντελεστή αμοιβαίας επαγωγής δυο πηνίων στην ειδική περίπτωση που έχουν κοινό άξονα, όπως στο σχήμα 5.33.

Τα πηνία έχουν, αντίστοιχα, N_1 και N_2 σπείρες και είναι τοποθετημένα έτσι ώστε να έχουν κοινό άξονα, με το πηνίο 1 να περικλείει το πηνίο 2. Το πηνίο 1 διαρρέεται από μεταβαλλόμενο ρεύμα i_1 . Εάν τα πηνία δεν περιέχουν κάποιο σώμα στον πυρήνα η ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργείται στο εσωτερικό του πηνίου 1 -άρα και στο εσωτερικό του πηνίου 2- θα δίνεται από τη σχέση :

$$B = \mu_0 n_1 i_1$$

όπου μ_0 η μαγνητική διαπερατότητα του κενού και n_1 ο αριθμός σπειρών του πρώτου πηνίου ανά μονάδα μήκους.



Σχ. 5.33 Τα δύο πηνία έχουν κοινό άξονα.

Η μαγνητική ροή σε κάθε σπείρα του πηνίου 2 θα είναι :

$$\Phi_{B2} = BA = \mu_0 n_1 A i_1$$

όπου Α το εμβαδόν της επιφάνειας στην οποία μεταβάλλεται η ροή

Η επαγόμενη ηλεκτρεγερτική δύναμη στο πηνίο 2 θα είναι

$$E_{\text{ΕΠ2}} = -N_2 \frac{d\Phi_B}{dt} = -N_2 \mu_0 n_1 \text{A} \frac{di_1}{dt}$$

όπου N_2 ο αριθμός σπειρών του πηνίου 2

Το σταθερό γινόμενο $N_2 \mu_0 n_1 A$, που θα το συμβολίζουμε με M_{21} εξαρτάται μόνο από τα γεωμετρικά στοιχεία των δύο πηνίων.

Εάν τα πηνία είναι τυλιγμένα γύρω από πυρήνα από υλικό του οποίου η μαγνητική διαπερατότητα μ είναι σταθερή (ανεξάρτητη του B) τότε

$$M_{21} = N_2 \mu \mu_0 n_1 A$$

Εάν επαναλάβουμε τη διαδικασία στην αντίθετη περίπτωση όπου ένα μεταβαλλόμενο ρεύμα i_2 στο πηνίο 2 επάγει ΗΕΔ στο πηνίο 1 καταλήγουμε στη σχέση

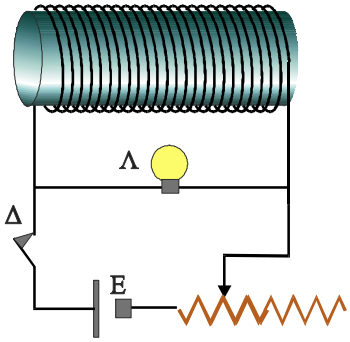
$$E_{\text{ΕΠ1}} = -M_{12} \frac{di_2}{dt}$$

Θα περίμενε κανείς τα M_{21} και M_{12} να είναι διαφορετικά επειδή τα δύο πηνία δεν είναι ίδια και γιατί η ροή που διέρχεται από αυτά δεν είναι ίδια. Όμως, τα M_{21} και M_{12} είναι πάντα ίσα και θα τα συμβολίζουμε με το σύμβολο M .

5-14 ΑΥΤΕΠΑΓΩΓΗ

Το κύκλωμα του σχήματος 5.34 περιλαμβάνει πηγή, ρυθμιστική αντίσταση, λαμπτήρα, πηνίο και διακόπτη. Μετακινούμε το δρομέα στη ρυθμιστική αντίσταση ώστε ο λαμπτήρας μόλις να φωτοβολεί. Αν ανοίξουμε το διακόπτη Δ του κυκλώματος θα παρατηρήσουμε ότι για λίγο ο λαμπτήρας συνεχίζει να φωτοβολεί και μάλιστα, αμέσως μετά το άνοιγμα του διακόπτη, πιο έντονα από πριν. Αυτό συμβαίνει γιατί η απότομη μείωση της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο προκαλεί αντίστοιχη ελάττωση του μαγνητικού του πεδίου, επομένως και της μαγνητικής ροής που διέρχεται από τις σπείρες του. Η μεταβολή της μαγνητικής ροής στο πηνίο έχει ως αποτέλεσμα τη δημιουργία ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή στο πηνίο.

Η ηλεκτρεγερτική δύναμη που δημιουργείται στο πηνίο όταν ανοίξουμε το διακόπτη, προκαλεί ρεύμα στο κύκλωμα πηνίο - λαμπτήρας και αναγκάζει το λαμπτήρα να φωτοβολήσει για λίγο.

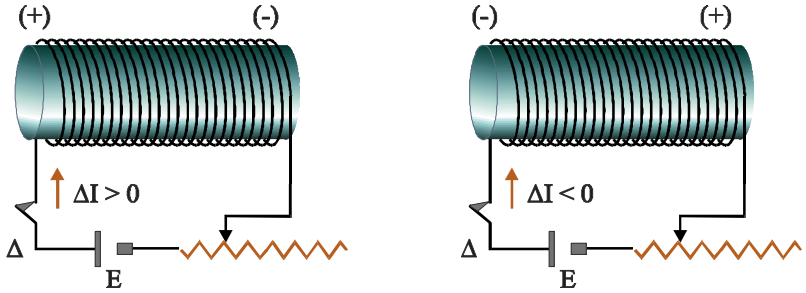


Σχ. 5.34 Αν ανοίξουμε το διακόπτη θα παρατηρήσουμε ότι ο λαμπτήρας εξακολουθεί να φωτοβολεί για λίγο χρόνο.

Ηλεκτρεγερτική δύναμη δημιουργείται στο πηνίο και κάθε φορά που στο κύκλωμα (όσο ο διακόπτης είναι κλειστός) μεταβάλλουμε το ρεύμα που το διαρρέει. Ηλεκτρεγερτική δύναμη επαγωγικής προέλευσης δημιουργείται σε κάθε κύκλωμα στο οποίο μεταβάλλεται η ένταση του ρεύματος, συνήθως όμως τη μελετάμε στα πηνία γιατί εκεί το φαινόμενο είναι εντονότερο. Το φαινόμενο ονομάζεται αυτεπαγωγή.

Αυτεπαγωγή ονομάζεται το φαινόμενο κατά το οποίο δημιουργείται ηλεκτρεγερτική δύναμη σε ένα κύκλωμα, όταν μεταβάλλεται το ρεύμα που το διαρρέει. Η ηλεκτρεγερτική δύναμη που δημιουργείται ονομάζεται ηλεκτρεγερτική δύναμη από αυτεπαγωγή ($E_{ΑΥΤ}$).

Αν το ρεύμα που διαρρέει ένα πηνίο αυξάνεται, σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz, στο πηνίο δημιουργείται ηλεκτρεγερτική δύναμη που παρεμποδίζει την αύξηση του ρεύματος. Αν το ρεύμα στο πηνίο μειώνεται, η ηλεκτρεγερτική δύναμη που δημιουργείται έχει την τάση να το διατηρήσει σταθερό.

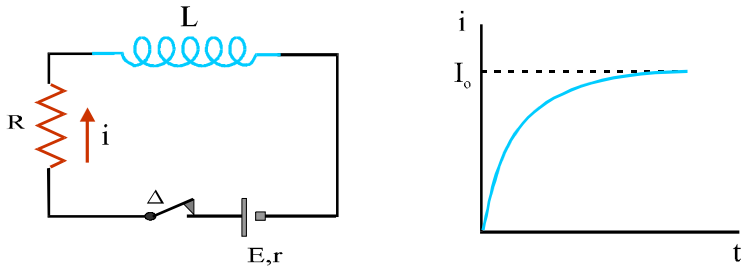


Σχ. 5.35 Η ηλεκτρεγερτική δύναμη από αυτεπαγωγή αντιτίθεται στη μεταβολή της έντασης του ρεύματος.

Το πηνίο αντιδρά σε κάθε μεταβολή της έντασης του ρεύματος που το διαρρέει.

Η αυτεπαγωγή είναι ιδιότητα των κυκλωμάτων αντίστοιχη με την αδράνεια των σωμάτων. Τα σώματα αντιστέκονται στη μεταβολή της ταχύτητάς τους. Τα κυκλώματα αντιστέκονται στη μεταβολή του ρεύματος που τα διαρρέει. Μέτρο της αδράνειας των σωμάτων είναι η μάζα τους. Μέτρο της αδράνειας των κυκλωμάτων είναι ο συντελεστής αυτεπαγωγής τους.

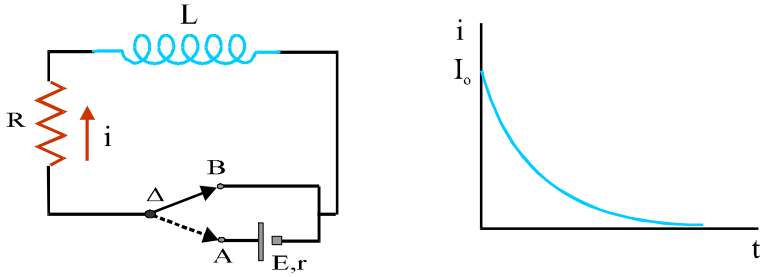
Στο σχήμα 5.36 το κύκλωμα περιλαμβάνει πηγή, διακόπτη, αντιστάτη και πηνίο. Αν κλείσουμε το διακόπτη, το κύκλωμα αρχίζει να διαρρέεται από ρεύμα, επειδή όμως το πηνίο αντιδρά στην αύξηση του ρεύματος, το ρεύμα καθυστερεί να πάρει την τελική του τιμή I_o.



Σχ. 5.36 Μετά το κλείσιμο του διακόπτη το ρεύμα καθυστερεί να πάρει την τελική του τιμή.

Στο σχήμα 5.37 ο μεταγωγός αρχικά είναι στη θέση Α και το κύκλωμα διαρρέεται από σταθερό ρεύμα I_o. Τη στιγμή μηδέν, ο μεταγωγός

τοποθετείται στη θέση Β. Το κύκλωμα συνεχίζει για λίγο χρόνο να διαρρέεται από ρεύμα. Το πηνίο, αντιδρώντας στη μείωση του ρεύματος δημιουργεί ηλεκτρεγερτική δύναμη που δίνει για μικρό χρόνο ρεύμα ίδιας φορά με το αρχικό ρεύμα.



Σχ. 5.37 Η μετακίνηση του μεταγωγού από τη θέση Α στη θέση Β δε μηδενίζει αμέσως το ρεύμα στο κύκλωμα εξαιτίας της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από αυτεπαγωγή που αναπτύσσεται στο πηνίο.

Ο νόμος της αυτεπαγωγής

Το φαινόμενο της αυτεπαγωγής αποτελεί μια ειδική περίπτωση του φαινομένου της επαγωγής. Ο νόμος της επαγωγής $E_{\text{ΕΠ}} = -N\dfrac{\Delta\Phi_B}{\Delta t}$ γίνεται στην περίπτωση της αυτεπαγωγής

$$E_{\text{ΑΥΤ}} = -L\frac{\Delta i}{\Delta t} \qquad (5.10)$$

Ο συντελεστής αναλογίας L ονομάζεται **συντελεστής αυτεπαγωγής ή αυτεπαγωγή**. Το (-) στη σχέση είναι συνέπεια του κανόνα του Lenz.

Από τη σχέση (5.10), που αποτελεί ειδική έκφραση του νόμου της επαγωγής, προκύπτει ότι

η ηλεκτρεγερτική δύναμη από αυτεπαγωγή σε ένα κύκλωμα είναι ανάλογη με το ρυθμό μεταβολής της έντασης του ρεύματος που το διαρρέει.

Η σχέση (5.10) δίνει τη μέση ηλεκτρεγερτική δύναμη από αυτεπαγωγή. Για να βρούμε την τιμή της μια χρονική στιγμή πρέπει ο χρόνος Δt να είναι απειροστά μικρός.

$$E_{\text{ΑΥΤ}} = -L\frac{di}{dt}$$

Από τη σχέση (5.10) παρατηρούμε ότι ο συντελεστής αυτεπαγωγής ενός πηνίου, είναι αριθμητικά ίσος με την ηλεκτρεγερτική δύναμη που επάγεται στο πηνίο, όταν το ρεύμα μεταβάλλεται με ρυθμό $1A/s$.
Μονάδα μέτρησης του συντελεστή αυτεπαγωγής είναι το **Henry** (**H**).

Ο συντελεστής αυτεπαγωγής ενός πηνίου εξαρτάται από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του και από τη μαγνητική διαπερατότητα του υλικού που βρίσκεται στο εσωτερικό του.

Ενεργειακή μελέτη

Στο πείραμα με το λαμπτήρα είπαμε ότι μετά το άνοιγμα του διακόπτη, ο λαμπτήρας, για λίγο χρόνο, συνεχίζει να φωτοβολεί. Αυτό δείχνει ότι στο κύκλωμα υπήρχε αποθηκευμένη ενέργεια, η οποία δόθηκε στο λαμπτήρα και προκάλεσε τη φωτοβολία του.

Αποδεικνύεται ότι ένα πηνίο που διαρρέεται από ρεύμα I έχει αποθηκευμένη ενέργεια στο μαγνητικό του πεδίο

$$U = \frac{1}{2} L I^2$$

Υπολογισμός του συντελεστή αυτεπαγωγής πηνίου

Το μαγνητικό πεδίο στο εσωτερικό ενός πηνίου που διαρρέεται από ρεύμα είναι

$$B = \mu_0 n\ i$$

όπου μ_0 η μαγνητική διαπερατότητα του κενού και n ο αριθμός σπειρών ανά μονάδα μήκους $n = \frac{N}{l}$.

Από κάθε σπείρα του πηνίου περνάει μαγνητική ροή:

$$\Phi_B = BA = \mu_0 nAi$$

όπου Α το εμβαδόν της σπείρας του πηνίου.

Η ηλεκτρεγερτική δύναμη από αυτεπαγωγή στο πηνίο θα είναι

$$E_{\text{ΑΥΤ}} = -N\frac{d\Phi_B}{dt} = -N\mu_0 n\text{A}\frac{di}{dt} = -\mu_0 \frac{N^2}{l}\text{A}\frac{di}{dt}$$

όπου N ο αριθμός σπειρών του πηνίου.

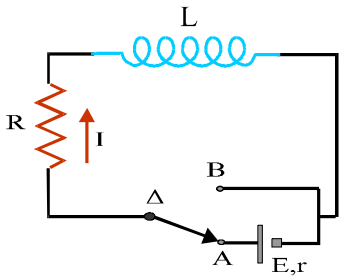
Το σταθερό γινόμενο $\mu_0 \frac{N^2}{l} A$ είναι ο συντελεστής αυτεπαγωγής L του πηνίου και εξαρτάται μόνο από τα γεωμετρικά στοιχεία του πηνίου.

Εάν τα πηνίο περιέχει πυρήνα από υλικό μαγνητικής διαπερατότητας μ, ο συντελεστής αυτεπαγωγής του θα είναι:

$$L = \mu\mu_0 \frac{N^2}{l} A$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5-6

Στο κύκλωμα του σχήματος ο μεταγωγός βρίσκεται αρχικά στη θέση Α και το πηνίο διαρρέεται από σταθερό ρεύμα..



Σχ. 5.38

α) Να υπολογιστεί η τιμή του σταθερού ρεύματος στο κύκλωμα.

β) Τοποθετούμε το διακόπτη στη θέση Β και το κύκλωμα για λίγο χρόνο εξακολουθεί να διαρρέεται από ρεύμα. Να υπολογιστεί η ηλεκτρεγερτική δύναμη που δημιουργείται στο πηνίο καθώς και ο ρυθμός με τον οποίο μεταβάλλεται η ένταση του ρεύματος, τη στιγμή κατά την οποία το ρεύμα στο κύκλωμα έχει τιμή i=2Α.

γ) Πόση θερμότητα αποδίδεται στο περιβάλλον, από τη στιγμή που ο μεταγωγός τοποθετείται στη θέση Β μέχρι να μηδενιστεί το ρεύμα στο κύκλωμα;

Δίνονται : ο συντελεστής αυτεπαγωγής του πηνίου L=0,1H, η ηλεκτρεγερτική δύναμη και η εσωτερική αντίσταση της πηγής E=20V, r =0 και η αντίσταση R=4Ω. Το πηνίο είναι ιδανικό (δηλαδή δεν έχει ωμική αντίσταση).

Απάντηση :

α) Όταν το πηνίο είναι συνδεδεμένο με την πηγή και διαρρέεται από σταθερό ρεύμα η ηλεκτρεγερτική δύναμη από αυτεπαγωγή σ΄ αυτό είναι μηδέν. Μοναδική ηλεκτρεγερτική δύναμη στο κύκλωμα είναι αυτή της πηγής. Σύμφωνα με το νόμο του Ohm

$$I = \frac{E}{R} = 5A$$

β) Αμέσως μετά το άνοιγμα του διακόπτη, το πηνίο, αντιδρώντας στη μείωση του ρεύματος δημιουργεί ηλεκτρεγερτική δύναμη από αυτεπαγωγή και για λίγο χρόνο δίνει ρεύμα ίδιας κατεύθυνσης με το αρχικό. Εφαρμόζοντας το νόμο του Ohm τη χρονική στιγμή κατά την οποία το ρεύμα καθώς μειώνεται έχει τιμή i=2Α, έχουμε

$$i = \frac{E_{AYT}}{R} \quad \text{ή} \quad E_{AYT} = iR = 8V$$

Ο ρυθμός με τον οποίο μεταβάλλεται το ρεύμα την ίδια χρονική στιγμή θα βρεθεί από τη σχέση

$$E_{\text{AYT}} = -L\frac{di}{dt} \quad \text{επομένως} \quad \frac{di}{dt} = -\frac{E_{AYT}}{L} = -80A/s$$

Το αρνητικό πρόσημο στο αποτέλεσμα δείχνει ότι η ένταση του ρεύματος μειώνεται.

γ) Η θερμότητα (Q) που παράγεται στην αντίσταση προέρχεται από την ενέργεια μαγνητικού πεδίου (U) που είχε αποθηκευμένη το πηνίο.

Πριν ο διακόπτης τοποθετηθεί στη θέση Β το πηνίο διαρρεόταν από ρεύμα I και είχε αποθηκευμένη ενέργεια (U) στο μαγνητικό του πεδίο. Η ενέργεια αυτή μετά την τοποθέτηση του διακόπτη στο Β αποδίδεται στην αντίσταση και μετατρέπεται σε θερμότητα (Q).

Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας

$$Q = U = \frac{1}{2}LI^2 = 1{,}25J$$

ΣΥΝΟΨΗ

Όταν μεταβάλλεται η μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια που ορίζει ένας αγωγός με το σχήμα του, στον αγωγό επάγεται ηλεκτρεγερτική δύναμη η οποία ισούται με το ρυθμό μεταβολής της μαγνητικής ροής.

$$E_{\text{ΕΠ}} = N\frac{|\Delta\Phi_B|}{\Delta t}$$

Όταν ευθύγραμμος αγωγός μήκους *L* κινείται με σταθερή ταχύτητα **υ** ($\upsilon \perp L$) σε επίπεδο κάθετο στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου **B**, εμφανίζει ΗΕΔ από επαγωγή, ίση με

$$E_{E\Pi} = B\upsilon L$$

Σε ευθύγραμμο αγωγό μήκους L που στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω γύρω από άξονα, παράλληλο με τις δυναμικές γραμμές πεδίου B, που περνάει από το ένα του άκρο, εμφανίζεται ΗΕΔ από επαγωγή ίση με

$$E_{\text{ΕΠ}} = \frac{1}{2}B\omega L^2$$

Τα επαγωγικά ρεύματα έχουν πάντα τέτοια φορά ώστε να αντιτίθενται στο αίτιο που τα προκαλεί.
Ο **κανόνας του Lenz** εκφράζει την αρχή διατήρησης της ενέργειας στην επαγωγή.

Στα άκρα στρεφόμενου πλαισίου *N* σπειρών, εμβαδού *A*, που στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω γύρω από άξονα που βρίσκεται στο επίπεδό του και είναι κάθετος στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου **B** αναπτύσσεται από επαγωγή του εναλλασσόμενη τάση.

$$\upsilon = V\,\eta\mu\,\omega t\text{, όπου } V = N\omega BA$$

Ενεργός ένταση εναλλασσόμενου ρεύματος είναι η σταθερή ένταση ρεύματος που θα προκαλούσε το ίδιο θερμικό αποτέλεσμα αν διέρρεε έναν ωμικό αγωγό για το ίδιο χρονικό διάστημα με το εναλλασσόμενο ρεύμα.

$$I_{\varepsilon\nu} = \frac{I}{\sqrt{2}}$$

Ενεργός τάση είναι εκείνη η σταθερή τάση που αν εφαρμοσθεί στα άκρα ενός αντιστάτη αυτός διαρρέεται από σταθερό ρεύμα έντασης ίσης με την ενεργό ένταση.

$$V_{\varepsilon\nu} = \frac{V}{\sqrt{2}}$$

Ηλεκτρογεννήτρια είναι διάταξη που μετατρέπει μηχανική ενέργεια σε ηλεκτρική. Η λειτουργία της βασίζεται στο φαινόμενο της επαγωγής.

Οι ηλεκτρικοί κινητήρες είναι διατάξεις που μετατρέπουν την ηλεκτρική ενέργεια σε μηχανική.

Το φαινόμενο της εμφάνισης ΗΕΔ από επαγωγή σ' ένα κύκλωμα εξαιτίας της μεταβολής της έντασης του ρεύματος σ' ένα άλλο κύκλωμα λέγεται **αμοιβαία επαγωγή**

$$E_{\text{ΕΠ1}} = -M\frac{di_2}{dt} \qquad \text{και} \qquad E_{\text{ΕΠ2}} = -M\frac{di_1}{dt}$$

όπου M ο συντελεστής αμοιβαίας επαγωγής των δύο κυκλωμάτων.

Η επαγωγική ΗΕΔ που αναπτύσσεται σ' ένα κύκλωμα λόγω της μεταβολής της έντασης του ρεύματος που το διαρρέει λέγεται ΗΕΔ από **αυτεπαγωγή.**

$$E_{\text{ΑΥΤ}} = -L\frac{di}{dt}$$

όπου L ο συντελεστής αυτεπαγωγής του κυκλώματος.

1. Κατασκευάστε μια απλή γεννήτρια

Θα χρειαστείτε

- Ένα ηλεκτρικό κινητήρα ή τη φυγοκεντρική μηχανή του εργαστηρίου.
- Ένα δίσκο από αλουμίνιο (ακτίνας λίγων εκατοστών) που μπορεί να στρέφεται.
- Ένα πεταλοειδή μαγνήτη.
- Γαλβανόμετρο του μηδενός.
- Καλώδια σύνδεσης.

Χρησιμοποιήστε τον κινητήρα ή τη φυγοκεντρική μηχανή για να περιστρέψετε το δίσκο με σταθερή γωνιακή ταχύτητα. Τοποθετήστε το δίσκο με τέτοιο τρόπο ώστε ένα μέρος του να βρίσκεται μεταξύ των πόλων του πεταλοειδή μαγνήτη.

Συνδέστε με το γαλβανόμετρο δύο ηλεκτρόδια που εφάπτονται στο δίσκο, το ένα στο κέντρο και το άλλο στην περιφέρεια του, σε ένα σημείο ανάμεσα στους πόλους του μαγνήτη.

Η γεννήτρια είναι έτοιμη. Περιστρέψτε το δίσκο.

Σημειώσεις:

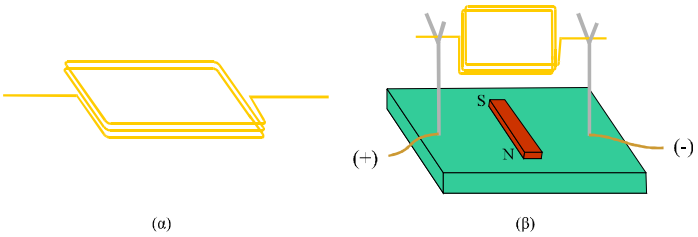
1) Η διάταξη αποτελεί απομίμηση της πρώτης γεννήτριας που κατασκευάστηκε από το Faraday.
2) Η επαγόμενη ηλεκτρεγερτική δύναμη είναι ανάλογη με τη συχνότητα περιστροφής του δίσκου. Η διάταξη μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη μέτρηση της συχνότητας. Υποδείξτε πώς μπορεί να γίνει αυτό και προτείνετε μια εφαρμογή της μεθόδου.

2. Κατασκευάστε έναν απλό ηλεκτρικό κινητήρα.

Θα χρειαστείτε: μια ξύλινη βάση, περίπου 2m λεπτό μονωμένο χάλκινο σύρμα (από αυτό που χρησιμοποιούν για τις περιελίξεις των μοτέρ), μια μπαταρία 4,5V, ένα μικρό ευθύγραμμο μαγνήτη και δύο άκαμπτα σύρματα για τη στήριξη του ΄΄ρότορα΄΄.

Κατασκευάστε ένα λεπτό πλαίσιο δέκα σπειρών, διαστάσεων 2×2 (cm^2), με το μονωμένο χάλκινο σύρμα. Τα δύο άκρα του θα εξέχουν από τα μέσα των απέναντι πλευρών (σχ. 5.39α). Ξύστε το μονωτικό υλικό από τις άκρες των συρμάτων που εξέχουν.

Τοποθετήστε σε ένα κομμάτι ξύλου δύο κατακόρυφα σύρματα που καταλήγουν σε V, του ίδιου ύψους. Πάνω στο ξύλο τοποθετήστε τον ευθύγραμμο μαγνήτη. Συνδέστε του πόλους της μπαταρίας στα δύο ευθύγραμμα σύρματα (σχ. 5.39β).



Σχ. 5.39

Νόμος της επαγωγής.

5.1 Ένας κυκλικός βρόχος βρίσκεται μέσα στο ομογενές μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί ένας ηλεκτρομαγνήτης. Βρείτε τι προσανατολισμό πρέπει να έχει ο βρόχος ώστε η μαγνητική ροή που τον διαπερνά να είναι

α) μέγιστη,

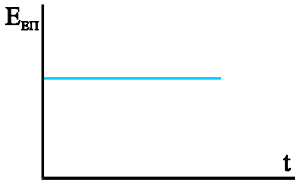
β) ελάχιστη.

5.2 Συμπληρώστε τις προτάσεις:

Όταν πλησιάσουμε ένα ραβδόμορφο μαγνήτη σε ένα πηνίο, έτσι ώστε οι άξονες τους να συμπίπτουν, μεταβάλλεται …… …… που διέρχεται από τις σπείρες του πηνίου. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να δημιουργηθεί στο πηνίο …… …… Το φαινόμενο ονομάζεται …… ……

5.3 Ένα συρμάτινο πλαίσιο βρίσκεται μέσα στο μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί ένας ηλεκτρομαγνήτης. Να αναφέρετε δύο τρόπους με τους οποίους μπορεί να δημιουργηθεί ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή στο πλαίσιο.

5.4 Αν η μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια που ορίζει ένας αγωγός αυξάνεται με σταθερό ρυθμό, η ηλεκτρεγερτική δύναμη που δημιουργείται στον αγωγό α) αυξάνεται; β) μειώνεται; ή γ) μένει σταθερή;



Σχ. 5.40

5.5 Στο διάγραμμα $E_{\Pi} = f(t)$ του σχήματος 5.40 παριστάνεται γραφικά η ηλεκτρεγερτική δύναμη που επάγεται σε ένα κύκλωμα. Τι εκφράζει το εμβαδόν της επιφάνειας που περικλείεται ανάμεσα στη γραμμή του διαγράμματος και τον άξονα των χρόνων;

5.6 Το συνολικό φορτίο που μετακινείται σε κλειστό κύκλωμα, λόγω του φαινομένου της επαγωγής, εξαρτάται από

α) τη χρονική διάρκεια του φαινομένου.

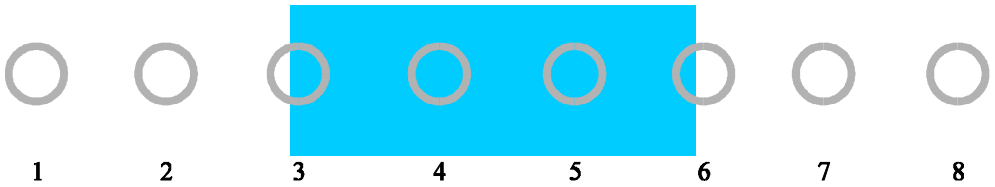
β) το ρυθμό με τον οποίο μεταβάλλεται η μαγνητική ροή.

γ) την ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα.

δ) την ωμική αντίσταση που παρουσιάζει το κύκλωμα.

Επιλέξτε τη σωστή πρόταση.

5.7 Στο σχήμα 5.41 φαίνονται οι διαδοχικές θέσεις ενός μεταλλικού δακτυλίου. Ο δακτύλιος περνάει από ένα μαγνητικό πεδίο (η περιοχή με το γαλάζιο χρώμα) που οι δυναμικές του γραμμές είναι κάθετες στο επίπεδο του δακτυλίου. Σε ποια ή σε ποιες από τις οχτώ φάσεις της κίνησης, που παριστάνονται στο σχήμα αναπτύσσεται ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή στο δακτύλιο;



Σχ. 5.41

5.8 Ακίνητος κυκλικός αγωγός βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο με το επίπεδο του κάθετο στις δυναμικές γραμμές. Αν το μέτρο Β του μαγνητικού πεδίου μειώνεται εκθετικά με το χρόνο, στον αγωγό

α) δημιουργείται σταθερή ηλεκτρεγερτική δύναμη.

β) δημιουργείται ηλεκτρεγερτική δύναμη που μεταβάλλεται με το χρόνο.

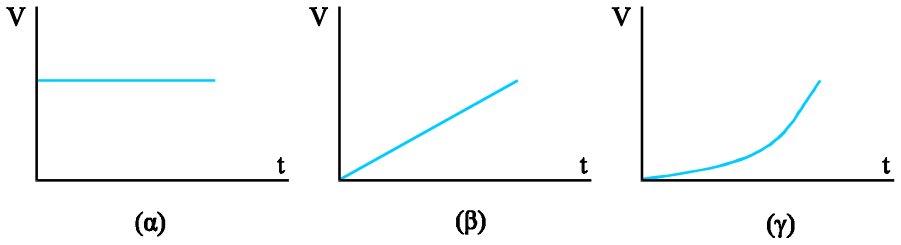
γ) δε δημιουργείται ηλεκτρεγερτική δύναμη.

Ποια απάντηση είναι ορθή;

Το φαινόμενο της επαγωγής σε κινούμενο αγωγό.

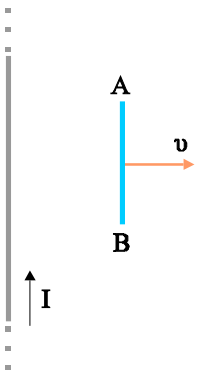
5.9 Πού οφείλεται το φαινόμενο της επαγωγής στην περίπτωση που ένας αγωγός κινείται μέσα σε σταθερό μαγνητικό πεδίο;

5.10 Ένας αγωγός αφήνεται να πέσει από ύψος h, σε περιοχή στην οποία υπάρχει οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο. Ο αγωγός, σε όλη τη διάρκεια της κίνησής του, παραμένει οριζόντιος και κάθετος στις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα παριστάνει την τάση στα άκρα του στις διάφορες χρονικές στιγμές; (Ως χρονική στιγμή μηδέν θεωρείται η στιγμή που αφέθηκε ελεύθερος ο αγωγός).

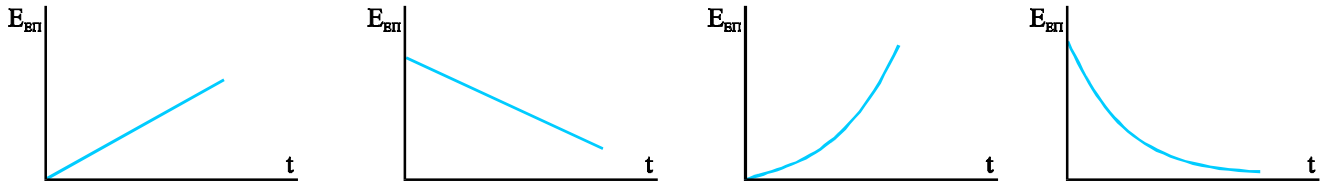


Σχ. 5.42

5.11 Ακίνητος ευθύγραμμος αγωγός πολύ μεγάλου μήκους διαρρέεται από σταθερό ρεύμα έντασης I. Αγωγός ΑΒ είναι παράλληλος στον πρώτο και απομακρύνεται από αυτόν με σταθερή ταχύτητα υ (σχ. 5.43).
Ποιο από τα διαγράμματα στο σχήμα 5.44 παριστάνει την ηλεκτρεγερτική δύναμη που αναπτύσσεται στον αγωγό ΑΒ κατά την κίνησή του, σε συνάρτηση με το χρόνο;



Σχ. 5.43



(α) (β) (γ) (δ)

Σχ. 5.44

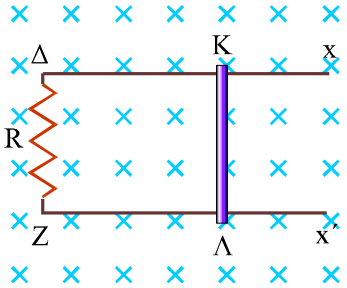
5.12 Ποιες από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστές;

α) Σε ακίνητο αγωγό μέσα σε σταθερό μαγνητικό πεδίο δεν αναπτύσσεται ηλεκτρεγερτική δύναμη.

β) Δεν αναπτύσσεται ηλεκτρεγερτική δύναμη σε αγωγό που κινείται μέσα σε ανομοιογενές μαγνητικό πεδίο.

γ) Σε αγωγό που κινείται παράλληλα στις δυναμικές γραμμές μαγνητικού πεδίου δεν αναπτύσσεται ηλεκτρεγερτική δύναμη.

δ) Κατά την περιστροφή ενός αγωγού μέσα σε μαγνητικό πεδίο, ηλεκτρεγερτική δύναμη αναπτύσσεται στον αγωγό μόνο αν κατά την κίνηση του τέμνει τις δυναμικές γραμμές του πεδίου.



Σχ. 5.45

5.13 Η ράβδος ΚΛ του σχήματος 5.45 μπορεί να ολισθαίνει, χωρίς τριβές, στους οριζόντιους αγωγούς Δx και Zx΄ παραμένοντας πάντα κάθετη σ΄ αυτούς. Τα άκρα Δ και Z των αγωγών συνδέονται με αντιστάτη R. Όλη η διάταξη βρίσκεται σε ομογενές κατακόρυφο μαγνητικό πεδίο. Δίνουμε στη ράβδο αρχική ταχύτητα υ παράλληλη στους αγωγούς και την αφήνουμε ελεύθερη. Η κίνηση της ράβδου θα είναι

α) ευθύγραμμη ομαλή.

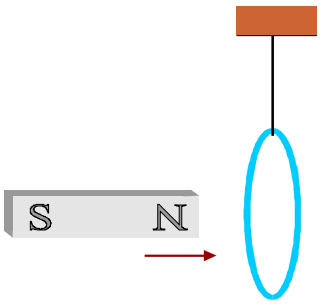
β) ομαλά επιταχυνόμενη.

γ) επιταχυνόμενη μέχρις ότου η ταχύτητά της αποκτήσει μια οριακή τιμή ($υ_{ορ}$).

δ) επιβραδυνόμενη.

Σημειώστε τη σωστή απάντηση και αιτιολογήστε τη.

Ο κανόνας του Lenz

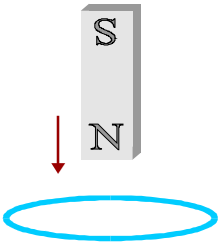


Σχ. 5.46

5.14 Να συμπληρωθούν τα κενά:

Ο κανόνας του Lenz είναι συνέπεια μιας γενικότερης αρχής της φυσικής, της αρχής …… …. …….. Σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz, το ρεύμα που δημιουργείται εξ αιτίας του φαινομένου της επαγωγής έχει τέτοια …… ώστε να αντιτίθεται στην αιτία που το προκάλεσε.

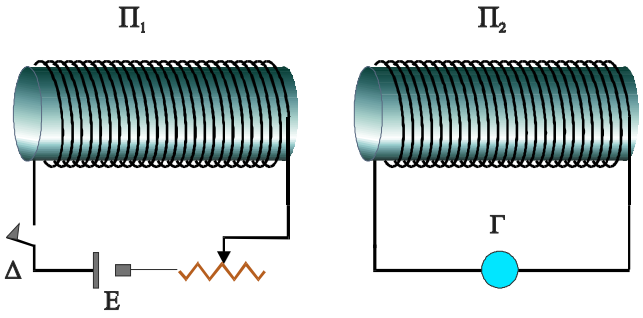
5.15 Από ένα λεπτό νήμα κρέμεται αβαρής μεταλλικός δακτύλιος. Εξηγήστε γιατί ο δακτύλιος θα εκτραπεί από τη θέση ισορροπίας του αν πλησιάσουμε σ΄ αυτόν ένα μαγνήτη, όπως δείχνει το σχήμα. 5.46. Τι περιμένετε να συμβεί αν ο δακτύλιος έχει εγκοπή;



Σχ. 5.47

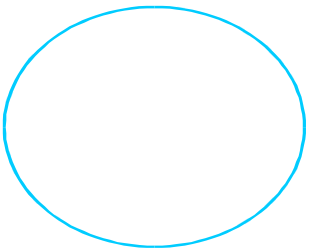
5.16 Αφήνουμε ένα μαγνήτη να πέσει κατακόρυφα. Κάτω από το μαγνήτη βρίσκεται οριζόντιος κυκλικός αγωγός (σχ. 5.47). Να συγκρίνετε την επιτάχυνση που έχει ο μαγνήτης στις διάφορες θέσεις του με την επιτάχυνση της βαρύτητας.

5.17 Βρείτε τη φορά του ρεύματος στο πηνίο $Π_2$ μόλις κλείσουμε το διακόπτη στο πηνίο $Π_1$ (σχ.5.48).



Σχ. 5.48

5.18 Ο δακτύλιος του σχήματος 5.49 βρίσκεται μέσα σε μεταβαλλόμενο ομογενές μαγνητικό πεδίο. Το επίπεδο του δακτυλίου είναι κάθετο στις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Όταν το μαγνητικό πεδίο αυξάνεται, ο δακτύλιος διαρρέεται από ρεύμα που έχει τη φορά των δεικτών του ρολογιού. Ποια είναι η φορά των δυναμικών γραμμών του πεδίου;



Σχ. 5.49

Εναλλασσόμενη τάση – εναλλασσόμενο ρεύμα

5.19 Σε ποιο φυσικό φαινόμενο στηρίζεται η παραγωγή εναλλασσόμενης τάσης;

5.20 Εάν αυξηθεί η συχνότητα περιστροφής του ρότορα μιας ηλεκτρογεννήτριας τι θα συμβεί στην ενεργό τιμή της τάσης που παρέχει η ηλεκτρογεννήτρια;

α) Θα παραμείνει ίδια;
β) Θα αυξηθεί;
γ) Θα μειωθεί;

Επιλέξτε το σωστό.

5.21 Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές;

α) Η φορά του εναλλασσομένου ρεύματος αλλάζει περιοδικά.
β) Η εναλλασσόμενη τάση στα άκρα ενός αντιστάτη και το ρεύμα που τον διαρρέει έχουν την ίδια συχνότητα και βρίσκονται σε φάση (παίρνουν ταυτόχρονα μέγιστη και ελάχιστη τιμή).
γ) Η ενεργός τιμή του εναλλασσόμενου ρεύματος αποτελεί τη μέση τιμή της έντασής του.
δ) Το αίτιο παραγωγής θερμότητας σε ένα αντιστάτη όταν διαρρέεται από ρεύμα είναι ίδιο, είτε πρόκειται για συνεχές

είτε για εναλλασσόμενο ρεύμα.

ε) Το πλάτος του εναλλασσόμενου ρεύματος μεταβάλλεται ημιτονοειδώς με το χρόνο.

5.22 Οι λάμπες στο σπίτι μας τροφοδοτούνται με εναλλασσόμενη τάση ενεργού τιμής 220 V και συχνότητας 50 Hz. Αυτό σημαίνει ότι διαρρέονται από εναλλασσόμενο ρεύμα με την ίδια συχνότητα. Γιατί δεν παρατηρούνται αυξομειώσεις στην ένταση του φωτισμού;

5.23 Αν η ενεργός τιμή της έντασης του εναλλασσομένου ρεύματος που διαρρέει έναν αντιστάτη διπλασιαστεί, ο ρυθμός με τον οποίο ο αντιστάτης αποδίδει θερμότητα στο περιβάλλον

α) διπλασιάζεται. β) τριπλασιάζεται. γ) τετραπλασιάζεται.

δ) παραμένει ίδιος.

Επιλέξτε το σωστό.

5.24 Τα αμπερόμετρα και τα βολτόμετρα που χρησιμοποιούνται για μετρήσεις στο εναλλασσόμενο ρεύμα δίνουν

α) την ενεργό τιμή των μεγεθών.

β) τη μέση τιμή.

γ) το πλάτος.

δ) τη στιγμιαία τιμή.

Επιλέξτε το σωστό

5.25 Συμπληρώστε τα κενά:

Μια ηλεκτρογεννήτρια μετατρέπει ……. ενέργεια σε ……. ενέργεια, ενώ ο ηλεκτρικός κινητήρας μετατρέπει την ηλεκτρική ενέργεια σε ……..

5.26 Η μετατροπή της εναλλασσόμενης τάσης σε συνεχή γίνεται με το συνδυασμό δύο διατάξεων του ……. και του ……. Ο εξομαλυντής αποτελείται από αντιστάτη και …… συνδεδεμένα ……

Αμοιβαία επαγωγή – αυτεπαγωγή

5.27 Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει ένα πηνίο μεταβάλλεται από την τιμή I στην τιμή 2I. Η ηλεκτρεγερτική δύναμη από αυτεπαγωγή που αναπτύσσεται στο πηνίο

α) είναι μεγαλύτερη αν η μεταβολή της έντασης του ρεύματος γίνει γρήγορα.

β) δεν εξαρτάται από το χρόνο στον οποίο γίνεται η μεταβολή αλλά μόνο από την αρχική και τελική τιμή της έντασης του ρεύματος.

γ) εξαρτάται από την ωμική αντίσταση που υπάρχει στο κύκλωμα.

δ) εξαρτάται από την πηγή που τροφοδοτεί το κύκλωμα.

Ποιες από τις επόμενες προτάσεις είναι ορθές;

5.28 Ο συντελεστής αυτεπαγωγής ενός πηνίου εξαρτάται

α) από το υλικό του σύρματος που έχει χρησιμοποιηθεί για να κατασκευαστεί το πηνίο.

β) από την ένταση του ρεύματος που το διαρρέει.

γ) από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του πηνίου

δ) από το υλικό το οποίο βρίσκεται στο εσωτερικό του πηνίου (πυρήνας).

Επιλέξτε τα σωστά.

5.29 Η ενέργεια που είναι αποθηκευμένη στο μαγνητικό πεδίο ενός πηνίου όταν διαρρέεται από ρεύμα έντασης I είναι 2J. Αν διπλασιαστεί το ρεύμα που διαρρέει το πηνίο, η ενέργειά του θα είναι

α) 1J; β) 2J; γ) 4J; δ) 8J;

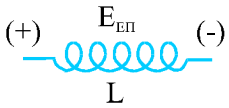
5.30 Διαθέτουμε σύρμα μήκους l=4m με το οποίο θέλουμε να κατασκευάσουμε ένα πηνίο με όσο το δυνατόν μεγαλύτερο συντελεστή αυτεπαγωγής. Είναι προτιμότερο :

α) να τυλίξουμε το σύρμα έτσι, ώστε οι σπείρες να έχουν μικρή διάμετρο και επομένως ο αριθμός των σπειρών να είναι μεγάλος;

β) να κατασκευάσουμε σπείρες με μεγάλη διάμετρο, οπότε αναγκαστικά θα μειωθεί ο αριθμός τους;

γ) ο συντελεστής αυτεπαγωγής του πηνίου θα είναι ίδιος και στις δύο περιπτώσεις;

5.31 Στο πηνίο του σχήματος 5.50 αναπτύσσεται ηλεκτρεγερτική δύναμη από αυτεπαγωγή, με την πολικότητα που δείχνει το σχήμα. Το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα που



Σχ. 5.50

α) έχει σταθερή ένταση και φορά προς τα δεξιά.

β) έχει σταθερή ένταση και φορά προς τα αριστερά.

γ) έχει φορά προς τα δεξιά και η ένταση του αυξάνεται.

δ) έχει φορά προς τα δεξιά και η ένταση του ελαττώνεται.

ε) έχει φορά προς τα αριστερά και η ένταση του αυξάνεται.

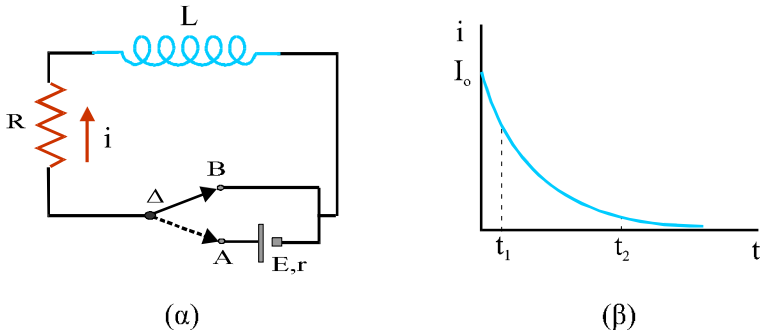
στ) έχει φορά προς τα αριστερά και η ένταση του ελαττώνεται.

Επιλέξτε τα σωστά.

5.32 Στο σχήμα 5.51α, αρχικά ο μεταγωγός Δ είναι τοποθετημένος στη θέση Α και το πηνίο διαρρέεται από σταθερό ρεύμα. Τη στιγμή μηδέν ο αγωγός τοποθετείται στη θέση Β. Η ένταση του ρεύματος στο πηνίο, από τη στιγμή που ο μεταγωγός τοποθετήθηκε στο Β, σε συνάρτηση με το χρόνο δίνεται από το διάγραμμα στο σχήμα 5.51β.

α) Η αποθηκευμένη ενέργεια στο πηνίο είναι μεγαλύτερη τη χρονική στιγμή t_1 ή τη στιγμή t_2;

β) Η ηλεκτρεγερτική δύναμη στο πηνίο είναι μεγαλύτερη τη χρονική στιγμή t_1 ή τη χρονική στιγμή t_2;



Σχ. 5.51

5.33 Να αντιστοιχίσετε τα μεγέθη της πρώτης στήλης με τις μονάδες στη δεύτερη

1. Φ_B	α) rad/s
2. $E_{ΕΠ}$	β) Wb
3. ω	γ) H
4. M	δ) V
5. L	ε) J

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Νόμος της επαγωγής

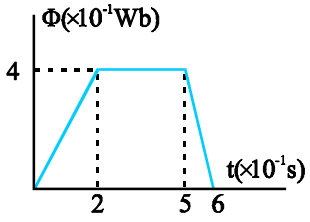
5.34 Κυκλικός αγωγός εμβαδού $A = 10^{-1}\ m^2$ τοποθετείται με το επίπεδό του κάθετο στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου $B = 0{,}2\ T$. Να βρεθεί η ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή που δημιουργείται στον αγωγό αν, μέσα σε χρόνο $\Delta t = 10^{-2}\ s$

α) το πεδίο μηδενίζεται,
β) το πεδίο διπλασιάζεται,
γ) η φορά του πεδίου αντιστρέφεται
δ) το πεδίο παραμένει σταθερό και ο αγωγός στρέφεται κατά 90° ώστε να γίνει παράλληλος με τις δυναμικές γραμμές.

[Απ : $2\ V,\ 2\ V,\ 4\ V,\ 2\ V$]

5.35 Κυκλικός αγωγός ακτίνας $r = 10/\sqrt{\pi}\ cm$ έχει αντίσταση R=2Ω. Ο αγωγός τοποθετείται με το επίπεδό του κάθετο σε ομογενές μαγνητικό πεδίο που αυξάνεται με σταθερό ρυθμό ΔB/Δt=0,2T/s. Να βρείτε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον κυκλικό αγωγό και τη θερμική ισχύ που αναπτύσσεται σ΄ αυτόν.

[Απ :10^{-3} A, $2\times10^{-6}\ W$]



Σχ. 5.52

5.36 Η μαγνητική ροή που διέρχεται από κλειστό συρμάτινο πλαίσιο αντίστασης R=10 Ω, μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στο διάγραμμα του σχήματος 5.52. Να γίνουν, με την ίδια κλίμακα χρόνου, τα διαγράμματα:

α) της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στο πλαίσιο.
β) της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το πλαίσιο.

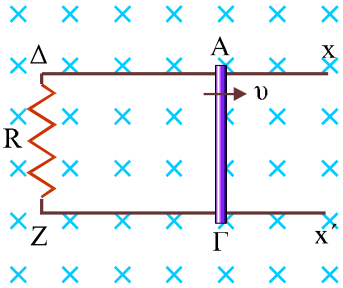
5.37 Κυκλικό πλαίσιο ακτίνας $r = 2\,cm$ με N=100 σπείρες έχει αντίσταση $R = 25\Omega$. Το πλαίσιο βρίσκεται ολόκληρο μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο που σχηματίζεται ανάμεσα στους πόλους ενός ηλεκτρομαγνήτη, με το επίπεδό των σπειρών του κάθετο στις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Στα άκρα του πλαισίου συνδέεται βαλλιστικό γαλβανόμετρο. (Το βαλλιστικό γαλβανόμετρο είναι ένα ευαίσθητο όργανο που μετράει την ποσότητα του φορτίου που μετακινείται στους αγωγούς.) Το βαλλιστικό γαλβανόμετρο έχει αντίσταση $R_\Gamma = 45\Omega$. Απομακρύνουμε το πλαίσιο από το πεδίο και διαπιστώνουμε ότι στη διάρκεια της απομάκρυνσης κινήθηκε στο

κύκλωμα φορτίο $183{,}4\,\mu C$. Να υπολογιστεί το μέτρο B του μαγνητικού πεδίου ανάμεσα στους πόλους του ηλεκτρομαγνήτη.
[Απ : $10{,}22\times10^{-2}\ T$]

5.38 Ένα μακρύ σωληνοειδές έχει 200 σπείρες/cm και διαρρέεται από ρεύμα I=4A. Στο εσωτερικό του υπάρχει κυκλικό πλαίσιο με 100 σπείρες και διάμετρο d=2cm. Το επίπεδο του κυκλικού πλαισίου είναι κάθετο στον άξονα του σωληνοειδούς. Το ρεύμα στο σωληνοειδές μηδενίζεται σε χρόνο Δt = 0,02s. Υπολογίστε τη μέση ηλεκτρεγερτική δύναμη που επάγεται στο κυκλικό πλαίσιο.
Δίνονται $\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\,T\,m/A$, $\pi^2 = 10$.
[Απ: 0,16V]

Το φαινόμενο της επαγωγής σε κινούμενο αγωγό

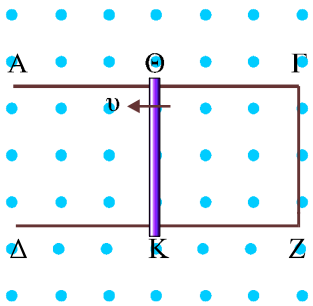
5.39 Ο αγωγός ΑΓ, με μήκος l=1m και αντίσταση R_1=5Ω, κινείται, με ταχύτητα υ=10m/s, χωρίς τριβές πάνω στους παράλληλους αγωγούς Δx και Zx΄, μένοντας διαρκώς κάθετος και σε επαφή μ' αυτούς. Τα άκρα Δ και Z, των παράλληλων αγωγών συνδέονται μεταξύ τους με αντίσταση R=5Ω. Η αντίσταση όλων των άλλων αγωγών είναι αμελητέα. Η όλη διάταξη βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο B=2T κάθετο στο επίπεδο που ορίζουν οι αγωγοί.
Να υπολογιστούν:
α) Η ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα.
β) Η τάση στα άκρα του αγωγού ΑΓ.
γ) Η θερμότητα που αποδίδει η αντίσταση R σε χρόνο t=5min.
[Απ : α) 2 A, β) 10 V, γ) $6\times10^3\ J$]



Σχ. 5.53

5.40 Συρμάτινο ορθογώνιο παραλληλόγραμμο πλαίσιο, η μικρότερη πλευρά του οποίου είναι $\alpha = 20\ cm$, εισέρχεται σε ομογενές μαγνητικό πεδίο $B = 2\ T$ με το επίπεδό του κάθετο στις δυναμικές γραμμές. Η ταχύτητα του πλαισίου είναι παράλληλη στη μεγαλύτερη πλευρά του. Πόση δύναμη πρέπει να ασκήσουμε στο πλαίσιο για να μπαίνει στο μαγνητικό πεδίο με σταθερή ταχύτητα $\upsilon = 1{,}2\ m/s$.
Η αντίσταση του πλαισίου είναι $R = 0{,}8\ \Omega$.
[Απ : $0{,}24\ N$]

5.41 Το σύρμα ΑΓΖΔ του σχήματος 5.54 έχει σταθερή διατομή. Οι πλευρές ΑΓ και ΔΖ είναι παράλληλες μεταξύ τους και κάθετες στη ΓΖ. Το επίπεδό του πλαισίου είναι κάθετο στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου. Το σύρμα ΘΚ, που έχει αμελητέα αντίσταση, κινείται με ταχύτητα $\upsilon = 12\ m/s$ έτσι ώστε να είναι συνέχεια σε επαφή με τα σύρματα ΑΓ και ΔΖ και κάθετο σ' αυτά. Αν $\Gamma Z = 20\ cm$ και $B = 2\ T$ να υπολογιστεί η τάση $V_{\Gamma Z}$ τη στιγμή που $\Gamma\Theta = 20\ cm$.
[Απ : $1{,}6\ V$]



Σχ. 5.54

5.42 Δύο κατακόρυφα σύρματα αμελητέας αντίστασης ύψους $h = 10\ m$,

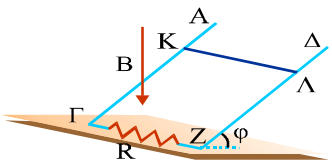
απέχουν μεταξύ τους $l = 1m$. Οι πάνω άκρες τους συνδέονται με σύρμα αντίστασης $R = 1\,\Omega$. Ένα τέταρτο σύρμα με μάζα $m = 0{,}04\ kg$ μπορεί να ολισθαίνει χωρίς τριβή πάνω στα δύο προηγούμενα σύρματα μένοντας συνεχώς οριζόντιο. Τα σύρματα βρίσκονται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο $B = 0{,}2\ T$, κάθετο στο επίπεδο των συρμάτων. Κάποια στιγμή αφήνουμε το οριζόντιο σύρμα να πέσει, ξεκινώντας από τις πάνω άκρες των κατακόρυφων συρμάτων. Να υπολογιστεί :

α) Η οριακή (μέγιστη) ταχύτητα που θα αποκτήσει πέφτοντας.

β) Η θερμότητα που θα παραχθεί στην αντίσταση μέχρι τη στιγμή που το σύρμα φτάνει στο έδαφος με την οριακή του ταχύτητα.

Δίνεται ότι τόσο τα κατακόρυφα σύρματα όσο και το σύρμα που ολισθαίνει παρουσιάζουν αμελητέα αντίσταση. Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\,m/s^2$

[Απ : $10\ m/s,\ 2\,J$]



Σχ. 5.55

5.43 Δύο παράλληλα μεταλλικά σύρματα ΑΓ και ΔΖ απέχουν l=40cm και το επίπεδό τους σχηματίζει γωνία φ=30° με τον ορίζοντα. Τρίτο σύρμα ΚΛ με μάζα 10g μπορεί να ολισθαίνει χωρίς τριβές πάνω στα ΑΓ και ΔΖ μένοντας συνεχώς κάθετο και σε επαφή με αυτά. Συνδέουμε τα ΑΓ και ΔΖ στη βάση τους με αντίσταση R=1,6Ω. Οι άλλοι αγωγοί δεν έχουν αντίσταση. Όλο το σύστημα βρίσκεται σε κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο B=1T. Να υπολογιστούν:

α) Η οριακή ταχύτητα που θα αποκτήσει το σύρμα ΚΛ αν αφεθεί να κινηθεί.

β) Η δύναμη Laplace που δέχεται τότε το κινούμενο σύρμα.

Δίνεται g=10m/s^2

[Απ : $0{,}667\ m/s$, 0,058 N]

Το φαινόμενο της επαγωγής σε στρεφόμενο αγωγό

5.44 Αγώγιμη ράβδος ΑΓ μήκους $l = 1\ m$ στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα $\omega = 10\ rad/s$ γύρω από άξονα που διέρχεται από σημείο Ο της ράβδου και είναι κάθετος στη ράβδο. Το επίπεδο περιστροφής της ράβδου είναι κάθετο στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου $B = 1\ T$. Η απόσταση του σημείου Ο από το άκρο Α της ράβδου είναι $AO = 0{,}4\ m$. Να βρεθεί η διαφορά δυναμικού που αναπτύσσεται λόγω επαγωγής μεταξύ των άκρων της ράβδου.

[Απ : $1\,V$]

5.45 Χάλκινος δίσκος έχει ακτίνα $10\ cm$ και στρέφεται γύρω από τον άξονά του με συχνότητα 1500 στροφές/min. Το επίπεδο του δίσκου

είναι κάθετο στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου. Η τάση που αναπτύσσεται μεταξύ της περιφέρειας και του κέντρου του δίσκου έχει είναι $-0{,}628\ V$. Να σχεδιάσετε τη διάταξη και να υπολογίσετε το μέτρο B του μαγνητικού πεδίου.
[Απ : 0,8 T]

Εναλλασσόμενη τάση - εναλλασσόμενο ρεύμα

5.46 Να υπολογιστεί η ενεργός τιμή της εναλλασσόμενης τάσης που επάγεται στα άκρα ορθογωνίου πλαισίου εμβαδού $A = 500\ cm^2$ και $N = 80$ σπειρών όταν περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα $\omega = 48\ rad/s$ γύρω από άξονα που βρίσκεται στο επίπεδό του και είναι κάθετος στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου $B = 1{,}62\ T$. Αν το πλαίσιο έχει συνολική αντίσταση $R = 10\ \Omega$ και στα άκρα του συνδεθεί εξωτερική αντίσταση $R_1 = 100\ \Omega$ να υπολογιστεί η μεγαλύτερη τιμή του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα.
[Απ : $220\ V,\ 2\sqrt{2}\ A$]

5.47 Εναλλακτήρας αποτελείται από ορθογώνιο πλαίσιο 100 σπειρών, διαστάσεων 50cm$\times$20cm, που στρέφεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο B=0,02T, με συχνότητα 900 στροφές/min, γύρω από άξονα που είναι κάθετος στις δυναμικές γραμμές. Ποια είναι ή μέγιστη τιμή της τάσης που παράγει.
[Απ: 18,84 V]

5.48 Πηγή συνεχούς τάσης $V_\Sigma = 100\ V$ όταν συνδεθεί με αντιστάτη R προκαλεί την ίδια θερμική ισχύ με πηγή εναλλασσόμενης τάσης συνδεόμενη με αντιστάτη $2R$. Αν οι εσωτερικές αντιστάσεις των πηγών θεωρηθούν αμελητέες να υπολογίσετε το πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης.
[Απ : 200 V]

5.49 Η εναλλασσόμενη τάση $V = 100\sqrt{2}\ \eta\mu 100\pi t$, εφαρμόζεται στα άκρα αγωγού αντίστασης $R = 50\ \Omega$. Να υπολογιστεί το ποσό θερμότητας που παράγεται στον αγωγό σε χρόνο $\Delta t = 1\ \text{min}$.
[Απ : $1{,}2\times 10^4\ J$]

5.50 Αντίσταση R τροφοδοτείται με εναλλασσόμενο ρεύμα της μορφής $i = I\eta\mu 314t$ και καταναλώνει μέση ισχύ 100W.

α) Να υπολογιστεί η στιγμιαία ισχύς που καταναλώνει η αντίσταση τη στιγμή t_1=5$\times$10^{-3}s

β) Αν $I_{\varepsilon\nu}$=0,4A ποια η τιμή της τάσης τη χρονική στιγμή t_2=2,5$\times$10^{-3}s;

[Απ: 200W, 250 V]

5.51 Ηλεκτρική λάμπα που έχει αντίσταση R=40Ω τροφοδοτείται με εναλλασσόμενη τάση της μορφής $V = 80\sqrt{2}\ \eta\mu 100t$. Να υπολογιστεί η μέση ισχύς που καταναλώνει η λάμπα.
[Απ : 160 W]

Αμοιβαία επαγωγή

5.52 Ο συντελεστής αμοιβαίας επαγωγής δύο πηνίων είναι M=0,2H. Η ένταση του ρεύματος στο ένα πηνίο μεταβάλλεται με ρυθμό di/dt=50A/s. Ποια είναι η ηλεκτρεγερτική δύναμη που επάγεται στο άλλο πηνίο;
[Απ : 10V]

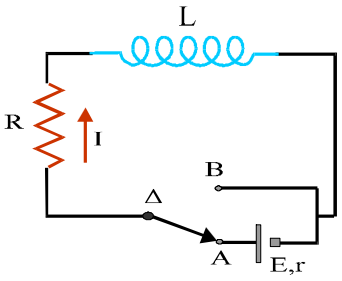
5.53 Ένα μακρύ πηνίο Π_1 έχει n=1000 σπείρες/m. Το εμβαδόν κάθε σπείρας είναι $A=10^{-3}$ m^2. Ένα δεύτερο πηνίο Π_2 με N=200 σπείρες περιβάλλει το κεντρικό μέρος του πρώτου. Κάποια στιγμή, η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο Π_1 αυξάνεται με ρυθμό 10A/s. Να υπολογιστούν :
α) Η ηλεκτρεγερτική δύναμη που επάγεται στο πηνίο Π_2.
β) Ο συντελεστής αμοιβαίας επαγωγής των δύο πηνίων.
Δίνεται: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ Vs / Am$
[Απ : $8\pi \times 10^{-4}\ V$, $0{,}8\pi \times 10^{-4}\ H$]

Αυτεπαγωγή

5.54 Ένα πηνίο με μήκος l=10cm, έχει N=100 σπείρες, εμβαδού $A=10^{-3}$m^2 η κάθε μία. Να υπολογιστεί η ηλεκτρεγερτική δύναμη από αυτεπαγωγή που αναπτύσσεται στο πηνίο τη στιγμή που το ρεύμα που το διαρρέει μεταβάλλεται με ρυθμό 150A/s. Δίνεται $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ Vs / Am$
[Απ : $6\pi \times 10^{-3}$ V]

5.55 Πηνίο έχει N=400 σπείρες. Όταν διαρρέεται από ρεύμα I=5A, η μαγνητική ροή που διέρχεται από κάθε σπείρα του είναι $\Phi_m=10^{-3}$Wb. Να υπολογιστεί ο συντελεστής αυτεπαγωγής του πηνίου.
[Απ : 0,08 H]

5.56 Ένα πηνίο έχει συντελεστή αυτεπαγωγής $L=6\times10^{-3}$H και ωμική αντίσταση R=4Ω. Στα άκρα του πηνίου συνδέεται πηγή E=12V. Πόση ενέργεια θα αποθηκευτεί στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου όταν το ρεύμα πάρει την τελική του τιμή;
[Απ: 0,027 J]



Σχ. 5.56

5.57 Στο κύκλωμα του σχήματος 5.56 η πηγή έχει ηλεκτρεγερτική δύναμη E=24V και αμελητέα εσωτερική αντίσταση. Ο αντιστάτης έχει αντίσταση R=10 Ω. Το πηνίο είναι ιδανικό και έχει συντελεστή αυτεπαγωγής L=0,02 H.
α) Αρχικά ο μεταγωγός βρίσκεται στη θέση Α και το κύκλωμα διαρρέεται από σταθερό ρεύμα I_o. Να υπολογιστεί η τιμή αυτού του ρεύματος.
β) Ο μεταγωγός μεταφέρεται απότομα στη θέση Β. Κάποια στιγμή, το ρεύμα στο κύκλωμα έχει τιμή i=1A. Να υπολογιστεί η ηλεκτρεγερτική δύναμη από αυτεπαγωγή στο

πηνίο και ο ρυθμός μεταβολής του ρεύματος τη στιγμή αυτή.

γ) Να υπολογιστεί η θερμότητα που θα παραχθεί στο κύκλωμα, από τη στιγμή που ο μεταγωγός μεταφέρθηκε στη θέση Β μέχρι να μηδενιστεί το ρεύμα στο κύκλωμα.

[Απ: α) 2,4A β) 10V , -500A/s γ) 0,058J]

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

5.58 Ένα κλειστό κυκλικό πλαίσιο με ακτίνα $r = 8cm$ και N σπείρες έχει κατασκευαστεί από χάλκινο σύρμα διατομής $s = 0{,}1cm^2$. Το πλαίσιο βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο $B = 2\times10^{-5}\,T$ με το επίπεδό του κάθετο στις δυναμικές γραμμές. Το πλαίσιο στρέφεται κατά 180°, με άξονα περιστροφής μια διάμετρό του. Να υπολογιστεί το φορτίο που θα περάσει από μία διατομή του σύρματος. Δίνεται η ειδική αντίσταση του χαλκού $\rho = 1{,}6\times10^{-6}\,\Omega\,cm$.

[Απ : 10^{-3} C]

5.59 Ορθογώνιο πλαίσιο αποτελείται από δύο σύρματα χρωμονικελίνης τα οποία είναι ακίνητα και απέχουν απόσταση l=10cm και παρουσιάζουν αντίσταση R^*=0,01Ω/cm. Τα άλλα δύο σύρματα είναι χάλκινα και χωρίς αντίσταση. Το ένα είναι ακίνητο και το άλλο μπορεί να ολισθαίνει χωρίς τριβές πάνω στα σύρματα χρωμονικελίνης. Το πλαίσιο βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο μαγνητικής επαγωγής B=5×10^{-2}T με το επίπεδό του κάθετο στις δυναμικές γραμμές. Το κινητό χάλκινο σύρμα κινείται με σταθερή ταχύτητα. Αν τη χρονική στιγμή μηδέν η απόσταση ανάμεσα στα χάλκινα σύρματα είναι αμελητέα,

α) να βρεθεί σχέση που συνδέει την ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πλαίσιο με το χρόνο.

β) να υπολογιστεί η τιμή της έντασης του ρεύματος τη στιγμή t=2s.

γ) να γίνει γραφική παράσταση της έντασης του ρεύματος με το χρόνο.

[Απ: α) $\dfrac{2{,}5\times10^{-3}}{t}\,A$ β) 1,25 mA]

5.60 Δύο παράλληλα, οριζόντια σύρματα, ΑΓ και Α΄Γ΄, μεγάλου μήκους και αμελητέας αντίστασης συνδέονται στα άκρα τους Α και Α΄ με τρίτο σύρμα αντίστασης $R_1 = 0{,}1\,\Omega$. Ένα τέταρτο σύρμα ΣΣ΄ με μάζα $m = 0{,}1kg$, μήκος $L = 1m$ και αντίσταση $R_2 = 0{,}5\,\Omega$ μπορεί να ολισθαίνει χωρίς τριβές, μένοντας κάθετο και σε επαφή, στα σημεία Σ και Σ΄, με τα σύρματα ΑΓ και Α΄Γ΄. Το σύστημα βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο $B = 0{,}2\,T$ κάθετο στο επίπεδο των συρμάτων.

α) Ασκούμε στο σύρμα ΣΣ΄, που αρχικά είναι ακίνητο, σταθερή δύναμη $F = 1N$ παράλληλη στα ΑΓ και Α΄Γ΄ οπότε η

ταχύτητά του αποκτά κάποια σταθερή τιμή. Να υπολογιστεί η τάση στα άκρα του μετά τη σταθεροποίηση της ταχύτητας.

β) Κάποια στιγμή παύει να ασκείται η δύναμη **F** και η ταχύτητα του σύρματος ΣΣ΄ μετά από λίγο μηδενίζεται.

β_1. Να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας καθώς και ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σύρματος ΣΣ΄ τη χρονική στιγμή που η ταχύτητά του μικραίνοντας έγινε ίση με το μισό της μέγιστης τιμής της.

β_2. Να υπολογιστεί η θερμότητα που απέβαλε το κύκλωμα στο περιβάλλον κατά τη διάρκεια της επιβράδυνσης του σύρματος.

[Απ: α) 0,5V, β) -5m/s^2 , -3,75W , 11,25J]

5.61 Δύο παράλληλα σύρματα οδηγοί, με μήκος d=10m και αμελητέα αντίσταση απέχουν απόσταση l=1m, σχηματίζουν με το οριζόντιο επίπεδο γωνία φ=30°. Στη βάση τους οι αγωγοί ενώνονται με σύρμα αντίστασης R_1=0,1Ω. Ένας πρισματικός αγωγός με μάζα m=1kg μπορεί να ολισθαίνει πάνω στα σύρματα οδηγούς χωρίς τριβές, παραμένοντας συνεχώς οριζόντιος. Το σύστημα βρίσκεται σε ομογενές μαγνητικό πεδίο B=0,5T κάθετο στο επίπεδο των συρμάτων. Στον οριζόντιο αγωγό, που έχει αντίσταση R_2=0,1Ω, ασκείται σταθερή δύναμη F=15N, παράλληλη με τα σύρματα- οδηγούς και φορά προς τα πάνω. Τη χρονική στιγμή t=0 ο αγωγός βρισκόταν στη βάση του πλάγιου επιπέδου που ορίζουν οι αγωγοί. Υπολογίστε:

α) Την οριακή ταχύτητα που θα αποκτήσει το σύρμα ανεβαίνοντας.

β) Την τάση στα άκρα του μετά την απόκτηση της οριακής ταχύτητας.

γ) Τη θερμότητα που θα παραχθεί, μέχρι τη στιγμή που το σύρμα θα φτάσει στην κορυφή με την οριακή ταχύτητα.

Δίνεται g=10m/s^2.

[Απ: α) 8m/s β) 2V γ) 68J]

5.62 Δύο παράλληλοι οριζόντιοι αγωγοί Αx και Α΄x' με αμελητέα αντίσταση απέχουν μεταξύ τους l=1m και τα άκρα τους Α και Α΄ συνδέονται με αγωγό αντίστασης R=5Ω. Ένας άλλος αγωγός ΚΛ, με μάζα m=0,5kg, χωρίς αντίσταση, μπορεί και ολισθαίνει χωρίς τριβές μένοντας κάθετος και σε επαφή με τους παράλληλους αγωγούς Αx και Α΄x΄ . Το σύστημα των τεσσάρων αγωγών βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο B=0,5T κάθετο στο επίπεδό τους. Ο αγωγός ΚΛ είναι αρχικά ακίνητος. Τη χρονική στιγμή t=0 ασκείται στον αγωγό ΚΛ δύναμη **F**, της ίδιας διεύθυνσης με αυτή των παράλληλων αγωγών, η οποία τον εξαναγκάζει να κινηθεί με σταθερή επιτάχυνση α=2m/s^2.

α) Να γίνει το διάγραμμα $F=f(t)$

β) Αν το έργο που παράγει η δύναμη **F** από τη χρονική στιγμήt=0 μέχρι τη χρονική στιγμή t=6s είναι 50,4J να υπολογιστεί η θερμότητα που παράχθηκε στην αντίσταση στο

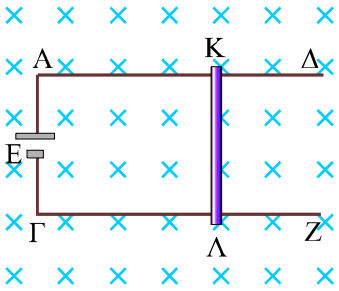
ίδιο χρονικό διάστημα.

γ) Να υπολογιστεί ο ρυθμός με τον οποίο αυξάνεται η κινητική ενέργεια του αγωγού τη χρονική στιγμή t=6s.

[Απ : β) 14,4 J, γ) 12 J/s]

5.63 Δύο οριζόντιοι μεταλλικοί αγωγοί ΑΔ και ΓΖ με αμελητέα αντίσταση απέχουν μεταξύ τους l=1m (σχ.5.57). Οι αγωγοί βρίσκονται σε κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο B=1T. Μεταλλική ράβδος ΚΛ, βρίσκεται σε συνεχή επαφή με τους αγωγούς ΑΔ και ΓΖ και μπορεί να ολισθαίνει χωρίς τριβές παραμένοντας κάθετη σε αυτούς. Συνδέουμε τα σημεία Α και Γ με τους πόλους πηγής ηλεκτρεγερτικής δύναμης E=12V και αφήνουμε ελεύθερη τη ράβδο. Να υπολογιστεί η οριακή ταχύτητα που θα αποκτήσει.

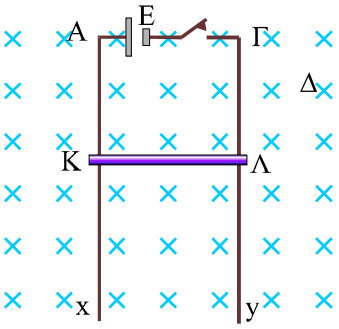
[Απ : 12m/s]



Σχ. 5.57

5.64 Οι αγωγοί Αx και Γy δεν παρουσιάζουν αντίσταση, είναι κατακόρυφοι, απέχουν μεταξύ τους l=1m και τα άκρα τους Α και Γ συνδέονται μέσω διακόπτη με ηλεκτρική πηγή που έχει E=24V και r=0 (σχ.5.58). Ο αγωγός ΚΛ, με μάζα m=0,1kg και αντίσταση R=20Ω, μπορεί να ολισθαίνει χωρίς τριβές πάνω στους αγωγούς Αx και Γy, μένοντας συνεχώς οριζόντιος και σε επαφή με αυτούς. Όλο το σύστημα βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο B=1T κάθετο στο επίπεδο των συρμάτων. Κλείνουμε το διακόπτη Δ και αφήνουμε τον αγωγό ΚΛ ελεύθερο να κινηθεί. Να υπολογιστεί η μέγιστη (οριακή) ταχύτητα που θα αποκτήσει. Δίνεται g=10m/s^2.

[Απ : 4m/s]



Σχ. 5.58

5.65 Οι κατακόρυφοι αγωγός ΑΓ και ΑΓ΄ στο κύκλωμα του σχήματος 5.59 έχουν αμελητέα αντίσταση και είναι μεγάλου μήκους. Ο αγωγός ΚΛ έχει αντίσταση R=3Ω, μήκος l=1m, μάζα m=0,2kg και μπορεί να ολισθαίνει χωρίς τριβές μένοντας οριζόντιος και σε ηλεκτρική επαφή με τους αγωγούς ΑΓ και Α΄Γ΄. Η όλη διάταξη βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο B=1T κάθετο στο επίπεδο των αγωγών, με φορά προς τα μέσα, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η πηγή έχει ηλεκτρεγερτική δύναμη E=12V και εσωτερική αντίσταση r=1Ω.

Κάποια στιγμή ο αγωγός ΚΛ αφήνεται να ολισθήσει ενώ ο διακόπτης Δ είναι ανοιχτός, Όταν ο αγωγός ΚΛ διανύσει διάστημα h=0,8m κλείνει ο διακόπτης.

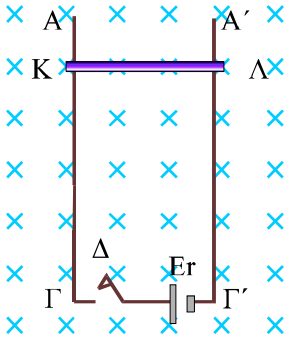
α) Να βρεθεί η επιτάχυνση του αγωγού ΚΛ (μέτρο, φορά), αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη.

β) Θα γίνει η ταχύτητα του αγωγού ΚΛ κάποια στιγμή μηδέν; Αν ναι να υπολογιστεί η τάση στα άκρα του αυτή τη στιγμή.

γ) Να βρεθεί η ταχύτητα (μέτρο, φορά) που θα αποκτήσει τελικά ο αγωγός ΚΛ, κατά τη διάρκεια του φαινομένου.

Δίνεται g=10m/s^2.

[Απ: α) 10m/s^2 και φορά προς τα πάνω β) 9V γ) 4m/s και φορά προς τα πάνω]



Σχ. 5.59

5.66 Δύο παράλληλοι οριζόντιοι αγωγοί χωρίς αντίσταση, που απέχουν μεταξύ τους l=0,5m, συνδέονται στα άκρα τους με ιδανικό πηνίο συντελεστή αυτεπαγωγής $L=25\times10^{-3}$H. Ένας αγωγός ΑΓ, με μάζα m=150g και αντίσταση $R=5\times10^{-2}\Omega$, μπορεί να ολισθαίνει χωρίς τριβές μένοντας κάθετος και σε επαφή με τους παράλληλους αγωγούς. Το σύστημα βρίσκεται μέσα σε κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο $B = 0{,}1\,T$. Ασκώντας στον αγωγό ΑΓ κάποια δύναμη **F**, παράλληλη με τους οριζόντιους αγωγούς, τον κινούμε με τρόπο ώστε η ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα να δίνεται από τη σχέση $I = 2t + 3$ (SI).

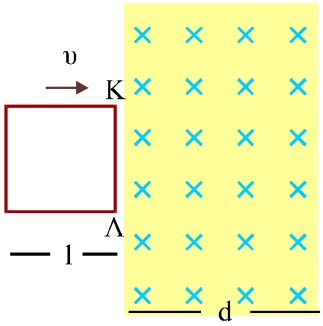
α) Να υπολογιστεί η ηλεκτρεγερτική δύναμη από αυτεπαγωγή που δημιουργείται στο πηνίο κατά τη διάρκεια του φαινομένου.

β) Να βρεθεί και να αποδοθεί γραφικά η σχέση που συνδέει την ταχύτητα του αγωγού ΑΓ με το χρόνο.

γ) Να υπολογιστεί ο ρυθμός $\Delta\upsilon/\Delta t$ με τον οποίο αυξάνεται η ταχύτητα του αγωγού κατά τη διάρκεια του φαινομένου.

δ) Να υπολογιστεί ο ρυθμός με τον οποίο προσφέρεται ενέργεια στο κύκλωμα μέσω του έργου της **F**, τη χρονική στιγμή t=4s.

[Απ: α) 0,05V β) $\upsilon = 2t + 4$ (SI) γ) 2m/s^2 δ) 10,2 J/s]



Σχ. 5.60

5.67 Το τετράγωνο συρμάτινο πλαίσιο του σχήματος έχει πλευρά l=0,25 m και αντίσταση ανά μονάδα μήκους R^*=1Ω/m. Το πλαίσιο μπαίνει με σταθερή ταχύτητα υ=0,05m/s σε ομογενές μαγνητικό πεδίο που έχει ένταση B=0,4T και εύρος d=40cm (σχ. 5.60) με το επίπεδό του κάθετο στις δυναμικές γραμμές του πεδίου.

Να γίνει γραφική παράσταση των παρακάτω μεγεθών σε συνάρτηση με το χρόνο.

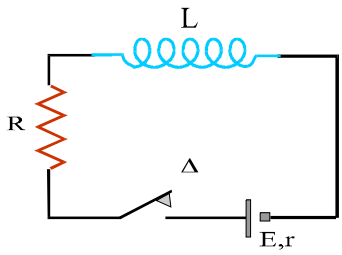
α) Μαγνητική ροή που διέρχεται από το πλαίσιο.

β) Ηλεκτρεγερτική δύναμη που δημιουργείται στο πλαίσιο.

γ) Ρεύμα που διαρρέει το πλαίσιο.

δ) Τάση ανάμεσα στα σημεία Κ και Λ.

ε) Δύναμη Laplace που δέχεται το πλαίσιο.



Σχ. 5.61

5.68 Το κύκλωμα του σχήματος 5.61 αποτελείται από πηγή ηλεκτρεγερτικής δύναμης E=40V και εσωτερικής αντίστασης r=2Ω, ιδανικό πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής L=0,5H και αντιστάτη με αντίσταση R=8Ω. Κάποια στιγμή κλείνουμε το διακόπτη του κυκλώματος.

Να υπολογιστούν :

α) Η τελική τιμή της έντασης του ρεύματος στο κύκλωμα.

β) Η ηλεκτρεγερτική δύναμη που αναπτύσσεται από αυτεπαγωγή στο πηνίο τη στιγμή κατά την οποία το ρεύμα στο κύκλωμα αυξάνεται με ρυθμό di/dt = 6A/s.

γ) Η ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα και η ενέργεια που έχει αποθηκευτεί στο πηνίο την ίδια στιγμή.

δ) Ο ρυθμός με τον οποίο αποθηκεύεται ενέργεια στο μαγνητικό

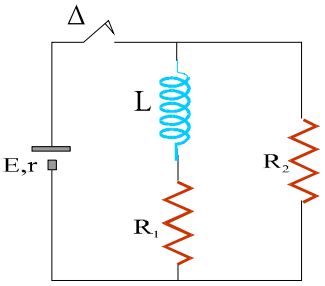
πεδίο του πηνίου την ίδια στιγμή.

[Απ : α) 4 A, β) 3 V, γ) 3,7 A 3,42 J δ) 11,1 W]

5.69 Στο κύκλωμα του σχήματος είναι E=12V, r=0, R_1=3Ω, R_2=6Ω, L=0,2H. Αρχικά ο διακόπτης Δ είναι ανοιχτός και το κύκλωμα δε διαρρέεται από ρεύμα.

α) Τη στιγμή μηδέν κλείνει ο διακόπτης. 1) Να υπολογιστούν τα ρεύματα στο κύκλωμα αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη και 2) μετά από αρκετό χρόνο, όταν θα έχουν αποκατασταθεί οι τελικές τιμές.

β) Αφού αποκατασταθούν οι τελικές τιμές των ρευμάτων, ανοίγουμε το διακόπτη. 1) Να καθορίσετε ποιοι κλάδοι του κυκλώματος εξακολουθούν να διαρρέονται από ρεύμα και να σχεδιάσετε τη φορά του ρεύματος. 2) Να υπολογίσετε τη θερμότητα που θα παραχθεί στις αντιστάσεις από τη στιγμή που ανοίγουμε το διακόπτη μέχρι να μηδενιστεί το ρεύμα στο πηνίο.



Σχ. 5.62

[Απ : α) 1) 2 A, 0 2) 2 A, 4 A, β) 1,6 J]

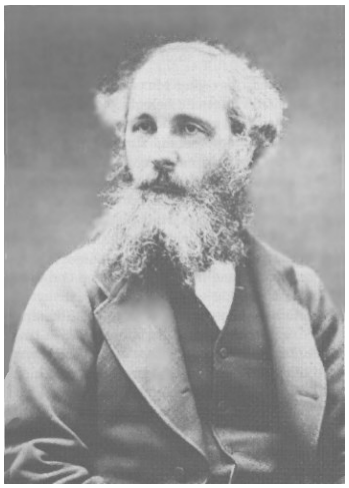
ΕΝΘΕΤΟ

ΟΙ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΤΟΥ MAXWELL (ΜΑΞΓΟΥΕΛ)

Στις αρχές του 19ου αιώνα οι ερευνητές είχαν αντιληφθεί ότι ο ηλεκτρισμός και ο μαγνητισμός είναι συγγενή φαινόμενα.

Το 1820 ο Oersted έδειξε με το περίφημο πείραμά του ότι ένα ηλεκτρικό ρεύμα δημιουργεί γύρω του μαγνητικό πεδίο.

Το 1831 ο Faraday και ο Henry, ανεξάρτητα ο ένας από τον άλλο, παρατήρησαν ότι όταν μεταβάλλεται η μαγνητική ροή μέσα από ένα κύκλωμα στο κύκλωμα επάγεται ηλεκτρεγερτική δύναμη.



Εικ. 5.11 James Clerk Maxwell (1831-1879). Ο κορυφαίος θεωρητικός φυσικός του 19ου αιώνα. Θεμελιωτής της σύγχρονης ηλεκτρομαγνητικής θεωρίας και ένας από τους θεμελιωτές της Θερμοδυναμικής και της Στατιστικής μηχανικής. Γεννήθηκε στο Εδιμβούργο από διακεκριμένη σκοτσέζικη οικογένεια. Σπούδασε στο Κέιμπριτζ όπου διακρίθηκε. Δίδαξε σε διάφορα πανεπιστήμια στην Αγγλία καταλήγοντας στο Κέιμπριτζ. Είχε ιδιότυπη αίσθηση του χιούμορ, ήταν εξαιρετικά καλλιεργημένος, έγραφε ποίηση και ήταν μάλλον εσωστρεφής χαρακτήρας.

Το 1865 ο James Clerk Maxwell λαμβάνοντας υπόψη όλη την προηγούμενη εμπειρία (Coulomb, Ampere, Faraday….) διατύπωσε τέσσερις εξισώσεις, που σήμερα είναι γνωστές ως εξισώσεις του Maxwell και περιγράφουν όλα τα ηλεκτρομαγνητικά φαινόμενα. Η σπουδαιότητα των εξισώσεων αυτών στον ηλεκτρομαγνητισμό είναι αντίστοιχη με τη σπουδαιότητα των νόμων του Newton στη μηχανική.

Ο Maxwell δε διατύπωσε όλες αυτές τις εξισώσεις μόνος του, τις έδωσε όμως σαν ένα ενιαίο σύνολο, επισήμανε τη σπουδαιότητά τους και μέσω αυτών προέβλεψε την ύπαρξη των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων, που διαδίδονται με την ταχύτητα του φωτός.

Τρεις από τις εξισώσεις αυτές τις γνωρίζετε ήδη

Η πρώτη είναι ο **νόμος του Gauss**

$$\Phi_{\mathrm{E}} = \frac{Q_{\varepsilon\gamma\kappa}}{\varepsilon_o}$$

που συνδέει το ηλεκτρικό πεδίο με το ηλεκτρικό φορτίο που το δημιουργεί.

Η δεύτερη είναι **ο νόμος του Gauss για το μαγνητισμό**

$$\Phi_m = 0$$

που δηλώνει ότι δεν υπάρχουν μαγνητικά μονόπολα, δηλαδή δεν υπάρχει μαγνητικό αντίστοιχο του ηλεκτρικού φορτίου.

Η τρίτη είναι ο **νόμος της επαγωγής του Faraday**

$$E_{\mathrm{E\Pi}} = -N\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t}$$

Μια διάσταση αυτού του νόμου, την οποία δεν την αναλύσαμε, είναι ότι ένα μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο δημιουργεί ηλεκτρικό πεδίο.

Τέλος η τέταρτη εξίσωση είναι **ο νόμος του Ampère**, τροποποιημένος από το **Maxwell**.

Ο νόμος του Ampere συνδέει το μαγνητικό πεδίο με τις πηγές του, που είναι τα ηλεκτρικά ρεύματα. Ο Maxwell τον τροποποίησε ως εξής

$$\sum Bdl\,\sigma\upsilon\nu\theta = \mu_0 I_{\varepsilon\gamma\kappa} + \varepsilon_0\mu_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

Στη σχέση αυτή, Φ_E είναι η ηλεκτρική ροή που διέρχεται από την κλειστή διαδρομή γύρω από την οποία υπολογίζεται το άθροισμα $B\,dl\,\sigma\upsilon\nu\theta$.

Η τροποποίηση που επέφερε ο Maxwell δηλώνει ότι πηγή του μαγνητικού πεδίου δεν είναι μόνο το ηλεκτρικό ρεύμα αλλά και το μεταβαλλόμενο ηλεκτρικό πεδίο. Αξίζει να σημειωθεί ότι την εποχή εκείνη δεν είχε γίνει κανένα πείραμα από το οποίο να αποδεικνύεται ότι ένα μεταβαλλόμενο ηλεκτρικό πεδίο μπορεί να δημιουργήσει μαγνητικό πεδίο.

Εικ. 5.12 Heinrich Rudolph Hertz (1857-1894). Γόνος ευκατάστατης μεγαλοαστικής οικογένειας του Αμβούργου. Γνώριζε πολλές ξένες γλώσσες μεταξύ των οποίων και αραβικά. Διάβαζε τον Όμηρο στο πρωτότυπο. Μαθητής και βοηθός του Helmholtz διακρίθηκε για την φοβερή πειραματική του επιδεξιότητα. Προσπάθησε ίσως περισσότερο από οποιονδήποτε άλλο να επιβεβαιώσει πειραματικά την ηλεκτρομαγνητική θεωρία του Maxwell και τα κατάφερε. Πέθανε σε ηλικία τριανταέξι ετών, θύμα της "ζήλιας των θεών", όπως είπε ο Helmholtz όταν έμαθε για το θάνατό του.

Η ηλεκτρομαγνητική θεωρία, όπως τη διατύπωσε ο Maxwell, συνδέει το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο με τις πηγές τους. Πηγές του ηλεκτρικού πεδίου δεν είναι μόνο τα φορτία αλλά και τα μεταβαλλόμενα μαγνητικά πεδία και πηγές του μαγνητικού πεδίου είναι όχι μόνο τα ρεύματα αλλά και τα μεταβαλλόμενα ηλεκτρικά πεδία. Σύμφωνα με τη θεωρία αυτή, η **μεταβολή του ενός πεδίου συνεπάγεται και τη δημιουργία του άλλου.** Κατά τον Maxwell τέτοιες μεταβολές ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου πρέπει να διαδίδονται στο χώρο, όπως διαδίδονται τα ηχητικά ή τα υδάτινα κύματα. Στο κενό, οι διαταραχές αυτές πρέπει να διαδίδονται με την ταχύτητα c του φωτός.

Λίγα χρόνια αργότερα ο Hertz (Χερτζ) επιβεβαίωσε πειραματικά τις προβλέψεις του Maxwell , παράγοντας ηλεκτρομαγνητικά κύματα στο εργαστήριο, και μετρώντας την ταχύτητά τους.

Η ηλεκτρομαγνητική θεωρία, όπως διατυπώθηκε από το Maxwell, έπαιξε σπουδαίο, αν όχι το σπουδαιότερο, ρόλο στη διατύπωση της θεωρίας της σχετικότητας από τον Einstein. Με τη θεωρία της σχετικότητας πολλές βασικές έννοιες της φυσικής αναθεωρήθηκαν, οι εξισώσεις του Maxwell όμως παρέμειναν άθικτες.

ΤΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΑ ΤΟΥ ΑΥΤΟΚΙΝΗΤΟΥ

Ο ηλεκτρικός εξοπλισμός του αυτοκινήτου περιλαμβάνει :
Πηγές ηλεκτρικής ενέργειας : η μπαταρία και το δυναμό,
Καταναλωτές ηλεκτρικής ενέργειας : η μίζα, τα φώτα, οι καθαριστήρες, τα ηλεκτρικά παράθυρα, το ραδιοκασετόφωνο, τα μπουζί, ο ανεμιστήρας, ο κλιματισμός και άλλα.

ΟΙ ΠΗΓΕΣ

Η μπαταρία είναι συνήθως μολύβδου, έχει ΗΕΔ 12 V και μπορεί να παρέχει μέγιστο ρεύμα από 150 A έως 250 A.

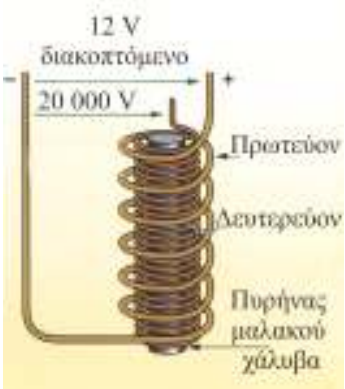
Το δυναμό είναι μια ηλεκτρογεννήτρια που εκμεταλλεύεται την κίνηση του κινητήρα του αυτοκινήτου για να παράγει ηλεκτρική ενέργεια.

Η μπαταρία φορτίζεται από το δυναμό όταν ο κινητήρας είναι σε λειτουργία.

Το δυναμό συνοδεύεται από ένα ρυθμιστή (αυτόματος) που κάνει δυο δουλειές.

α) Διακόπτει τη φόρτιση της μπαταρίας όταν αυτή έχει φορτιστεί πλήρως.
β) Υποχρεώνει το δυναμό να παρέχει ακριβώς το απαραίτητο ρεύμα για τη λειτουργία των καταναλωτών.

ΟΙ ΚΑΤΑΝΑΛΩΤΕΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ



Σχ. 5.63

Τα μπουζί

Για να παραχθεί σπινθήρας ανάμεσα στα ηλεκτρόδια ενός μπουζί, που απέχουν μεταξύ τους από 0,5 mm έως 0,7 mm, μέσα σ' ένα συμπιεσμένο μίγμα αέρος – βενζίνης, πρέπει να εφαρμόσουμε μια τάση γύρω στα 10.000 V.

Την τάση αυτή την πετυχαίνουμε με τη βοήθεια δύο σωληνοειδών τυλιγμένων γύρω από ένα πυρήνα μαλακού χάλυβα. Το ένα σωληνοειδές (πρωτεύον) έχει λίγες σπείρες και τροφοδοτείται με χαμηλή τάση. Το δεύτερο σωληνοειδές (δευτερεύον) έχει περίπου 20.000 σπείρες.

Ένα είδος διακόπτη (οι πλατίνες) μεταβάλλει το ρεύμα στο πρωτεύον διακόπτοντάς το και αποκαθιστώντας το διαδοχικά. Χάρη στο φαινόμενο της αμοιβαίας επαγωγής στα άκρα του δευτερεύοντος αναπτύσσονται τάσεις από 10.000 V έως 30.000 V. Αυτή η υψηλή τάση κατανέμεται στα μπουζί με τη σειρά με την οποία πρέπει να λειτουργήσουν.

Σχ. 5.64

Η μίζα

Η μίζα είναι ένας μικρός ηλεκτροκινητήρας που καταναλώνει μεγάλα ποσά ηλεκτρικής ενέργειας. Γι' αυτό συνδέεται απ' ευθείας με τη μπαταρία με δυο καλώδια μεγάλης διατομής. Η μίζα έχει ανάγκη από ρεύμα 100 A – 300 A για να λειτουργήσει. Πρόκειται για ρεύμα 20 φορές μεγαλύτερο από αυτό που χρειάζονται τα φώτα του αυτοκινήτου. Εάν μετά από έξι ως επτά δευτερόλεπτα συνεχούς χρήσης της μίζας το αυτοκίνητο δεν πάρει μπροστά πρέπει να περιμένουμε ένα χρονικό διάστημα πριν ξαναδοκιμάσουμε. Η παραγωγή του ρεύματος αντιστοιχεί σε μια χημική αντίδραση στη μπαταρία που είναι προτιμότερο να συμβαίνει όσο πιο αργά γίνεται. Περιορίζοντας το χρόνο λειτουργίας της μίζας φθείρουμε λιγότερο τη μπαταρία.

Οι άλλοι καταναλωτές

Αν και οι υπόλοιποι καταναλωτές δεν καταναλώνουν τα ποσά ηλεκτρικής ενέργειας που καταναλώνει η μίζα, καλό είναι να μην λειτουργούν όταν ο κινητήρας δε λειτουργεί γιατί εξαντλούν τη μπαταρία.

Στον πίνακα που ακολουθεί αναφέρονται κάποιες τιμές κατανάλωσης ηλεκτρικής ισχύος

Μίζα βενζινοκινητήρα	1-2 kW
Μίζα κινητήρα diesel	2-3 kW
Θερμαντική αντίσταση τζαμιού	250 W
Ηλεκτρικό παράθυρο	100 W
Καθαριστήρες	80 W
Ραδιοκασετόφωνο	20-40 W
Φώτα πορείας	2X60 W
Φώτα φρένων	2X21 W
Πίσω φώτα	15-20 W
Φωτισμός καμπίνας	3 W

5 ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΗ ΕΠΑΓΩΓΗ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

Νόμος της επαγωγής

5.1 α) Πρέπει να είναι κάθετος στο μαγνητικό πεδίο, τότε $\Phi = BA$.
β) Να είναι παράλληλος στο μαγνητικό πεδίο ($\Phi = 0$).

5.2 Όταν πλησιάζουμε ένα ραβδόμορφο μαγνήτη σε ένα πηνίο, έτσι ώστε οι άξονες τους να συμπίπτουν, μεταβάλλεται η μαγνητική ροή που διέρχεται από τις σπείρες του πηνίου. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να δημιουργηθεί στο πηνίο ηλεκτρεγερτική δύναμη. Το φαινόμενο ονομάζεται ηλεκτρομαγνητική επαγωγή.

5.3 1ος) Με στροφή του πλαισίου περί άξονα που βρίσκεται στο επίπεδό του και είναι κάθετος στις δυναμικές γραμμές του πεδίου.
2ος) Με μεταβολή της έντασης του ρεύματος που διαρρέει τον ηλεκτρομαγνήτη.

5.4 γ

5.5 Το εμβαδόν εκφράζει τη μεταβολή της μαγνητικής ροής που διέρχεται από την επιφάνεια του κυκλώματος.

5.6 δ

5.7 Στην 3 και την 6.

5.8 β

Το φαινόμενο της επαγωγής σε κινούμενο αγωγό.

5.9 Οφείλεται στη δύναμη Lorentz που ασκεί το μαγνητικό πεδίο στα ελεύθερα ηλεκτρόνια του αγωγού.

5.10 Η τάση από επαγωγή στα άκρα του αγωγού είναι:

$V = BL\upsilon$ ή $V = BLgt$

Επομένως το διάγραμμα β παριστάνει την τάση την τάση στα άκρα του αγωγού σε συνάρτηση με το χρόνο.

5.11 Ο αγωγός ΑΒ βρίσκεται στο μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί ο ακίνητος ευθύγραμμος αγωγός.

Έστω ότι τη στιγμή μηδέν η απόσταση του αγωγού ΑΒ από τον ακίνητο αγωγό είναι d. Τη στιγμή t η απόστασή του θα είναι $d + x = d + \upsilon t$.

Το μαγνητικό πεδίο στην περιοχή που βρίσκεται ο αγωγός ΑΒ έχει μέτρο $B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{d+x} = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{d+\upsilon t}$ και είναι κάθετο σε αυτόν.

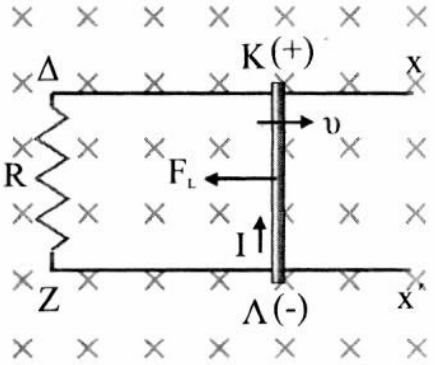
Η ηλεκτρεγερτική δύναμη στον αγωγό ΑΒ είναι:

$$E_{\text{ΕΠ}} = B\,(AB)\upsilon = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I\,(AB)\upsilon}{d+\upsilon t}$$

Το διάγραμμα της ηλεκτρεγερτικής δύναμης στον αγωγό ΑΒ σε συνάρτηση με το χρόνο είναι το δ.

5.12 α, γ, δ

5.13 Τη στιγμή μηδέν, όταν αρχίζει να κινείται ο αγωγός ΚΛ, δημιουργείται σε αυτόν ηλεκτρεγερτική δύναμη $E_{\text{ΕΠ}} = BL\upsilon$. Το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα $I = \frac{E_{\text{ΕΠ}}}{R} = \frac{BL\upsilon}{R}$ και το μαγνητικό πεδίο του ασκεί δύναμη $F_L = BIL$.



Σχ. 5.1

Ο αγωγός κινείται με επιβράδυνση

$$a = \frac{F_L}{m} = \frac{BIL}{m} = \frac{B^2L^2\upsilon}{mR}$$

Η επιβράδυνση του αγωγού εξαρτάται κάθε στιγμή από την ταχύτητα του, επομένως δεν έχει σταθερό μέτρο.

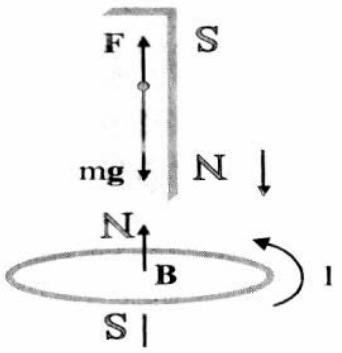
Σωστή απάντηση είναι η δ.

Ο κανόνας του Lenz

5.14 Ο κανόνας του Lenz είναι συνέπεια μιας γενικότερης αρχής της φυσικής, της αρχής διατήρησης της ενέργειας. Σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz, το ρεύμα που δημιουργείται εξ αιτίας του φαινομένου της επαγωγής έχει τέτοια φορά ώστε να αντιτίθεται στην αιτία που το προκάλεσε.

5.15 Όταν πλησιάζουμε το βόρειο πόλο του μαγνήτη, στο δακτύλιο δημιουργείται ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή. Σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz το ρεύμα στο δακτύλιο έχει τέτοια φορά ώστε να δημιουργεί απέναντι από το μαγνήτη που πλησιάζει, βόρειο μαγνητικό πόλο. Δακτύλιος και μαγνήτης απωθούνται, με αποτέλεσμα ο δακτύλιος να εκτρέπεται από τη θέση ισορροπίας του.
Αν ο δακτύλιος φέρει κάποια εγκοπή, παρόλο που δημιουργείται σε αυτόν ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή, ο δακτύλιος δε διαρρέεται από ρεύμα και επομένως παραμένει στην αρχική του.
Σημείωση: Όσα είπαμε ισχύουν με την προϋπόθεση ότι ο δακτύλιος αποτελείται από υλικό που δεν το έλκει ο μαγνήτης π.χ αλουμίνιο.

5.16 Όταν ο μαγνήτης πλησιάζει το δακτύλιο, μεταβάλλεται η μαγνητική ροή που διέρχεται από αυτόν. Αυτό συνεπάγεται επαγωγικό ρεύμα, που σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz, έχει τέτοια φορά ώστε να τείνει να αναιρεί την αιτία που το προκάλεσε, να εμποδίζει δηλαδή το μαγνήτη να πλησιάζει.



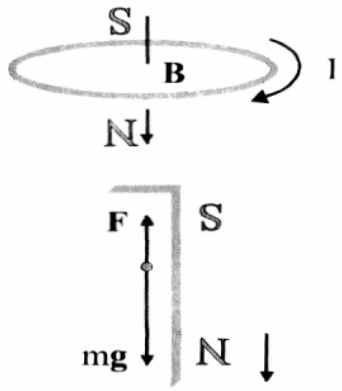
Σχ. 5.2α

Οι δυνάμεις που ασκούνται στο μαγνήτη, που πλησιάζει, είναι το βάρος του και η απωστική δύναμη που δέχεται από το δακτύλιο (σχ. 5.2α). Η επιτάχυνση του είναι: $a = \dfrac{mg - F}{m} < g$

Όταν ο μαγνήτης βρίσκεται μακριά από το δακτύλιο $F \to 0$ άρα $a \to g$, όσο πλησιάζει αυξάνεται η δύναμη F και επομένως ελαττώνεται η επιτάχυνσή του.

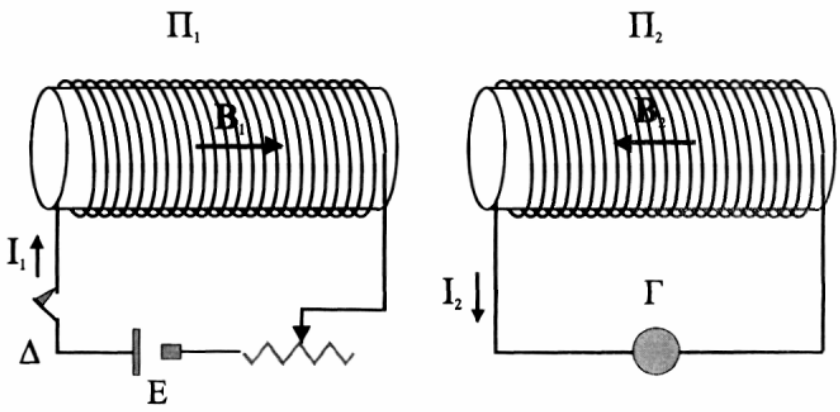
Όταν ο μαγνήτης απομακρύνεται από το δακτύλιο το ρεύμα από επαγωγή που δημιουργείται σε αυτόν, έχει τέτοια φορά ώστε απέναντι από το νότιο πόλο του μαγνήτη να δημιουργεί βόρειο μαγνητικό πόλο (σχ. 5.2β). Η επιτάχυνση του μαγνήτη είναι: $a = \dfrac{mg - F}{m} < g$

Όσο ο μαγνήτης απομακρύνεται μειώνεται η αλληλεπίδρασή του με το δακτύλιο. Σε μεγάλη απόσταση $F \to 0$ οπότε $a \to g$.



Σχ. 5.2β

5.17 Με το κλείσιμο του διακόπτη στο πηνίο Π_1 δημιουργείται μαγνητικό πεδίο $\mathbf{B}_1$ η φορά του οποίου φαίνεται στο σχήμα 5.3
Στο πηνίο Π_2 λόγω της μεταβολής της μαγνητικής ροής που διέρχεται από τις σπείρες του δημιουργείται ηλεκτρεγερτική δύναμη και το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα. Σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz το ρεύμα στο Π_2 έχει τέτοια φορά ώστε να δημιουργεί μαγνητικό πεδίο $\mathbf{B}_2$ αντίρροπο από το μαγνητικό πεδίο του Π_1. Η φορά του ρεύματος στο πηνίο Π_2 φαίνεται στο σχήμα 5.3



Σχ. 5.3

5.18 Εφόσον το μαγνητικό πεδίο αυξάνεται το ρεύμα από επαγωγή στο δακτύλιο έχει τέτοια φορά ώστε το μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί να είναι αντίρροπο με το πεδίο που το προκάλεσε. Το μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί ο δακτύλιος έχει φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα, άρα το μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο μέσα στο οποίο βρίσκεται έχει την αντίθετη φορά.

Εναλλασσόμενη τάση – εναλλασσόμενο ρεύμα

5.19 Στο φαινόμενο της επαγωγής.

5.20 β

5.21 α, β, δ.

5.22 Στη διάρκεια μιας περιόδου το ρεύμα παίρνει δύο φορές τη μέγιστη τιμή του. Στη διάρκεια ενός δευτερολέπτου εκατό φορές. Το μάτι δεν μπορεί να παρακολουθήσει τόσο γρήγορες μεταβολές. Εξάλλου η θερμοκρασία του σύρματος της λάμπας, που καθορίζει και την ένταση της ακτινοβολίας, διατηρείται πρακτικά σταθερή.

5.23 γ

5.24 α

5.25 Μια ηλεκτρογεννήτρια μετατρέπει <u>τη μηχανική ενέργεια</u> σε <u>ηλεκτρική ενέργεια</u>, ενώ ο ηλεκτρικός κινητήρας μετατρέπει την ηλεκτρική ενέργεια σε <u>μηχανική ενέργεια</u>.

5.26 Η μετατροπή της εναλλασσόμενης τάσης σε συνεχή γίνεται με το συνδυασμό δύο διατάξεων του <u>ανορθωτή</u> και του εξομαλυντή. Ο εξομαλυντής αποτελείται από αντιστάτη και <u>πυκνωτή</u> συνδεδεμένα <u>παράλληλα.</u>

Αμοιβαία επαγωγή – αυτεπαγωγή

5.27 α

5.28 γ, δ.

5.29 δ

5.30 $L = \mu\mu_o \dfrac{N^2}{l} A, \quad N = \dfrac{d}{2\pi R}, \quad A = \pi R^2$

επομένως $L = \mu\mu_o \frac{d^2}{4\pi^2 R^2 l}\pi R^2 = \mu\mu_o \frac{d^2}{4\pi l}$

Εάν το μήκος του πηνίου παραμένει ίδιο, όπως και να το κατασκευάσουμε, ο συντελεστής αυτεπαγωγής θα είναι ο ίδιος.
Σωστή απάντηση είναι η γ.

5.31 γ, στ

5.32 α) $U = \frac{1}{2}Li^2$ επομένως η ενέργεια είναι μεγαλύτερη τη στιγμή t_1, στην οποία το ρεύμα έχει μεγαλύτερη ένταση.
β) Ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος δίνεται κάθε στιγμή από την κλίση της γραμμής στο διάγραμμα i-t. Η κλίση είναι μεγαλύτερη τη στιγμή t_1 επομένως τότε είναι μεγαλύτερη και η ηλεκτρεγερτική δύναμη από αυτεπαγωγή.

5.33 1-β, 2-δ, 3-α, 4-γ, 5-γ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Νόμος της επαγωγής

5.34 α) $E_{ΕΠ} = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} = \frac{|0 - BA|}{\Delta t} = 2V$

β) $E_{ΕΠ} = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} = \frac{|2BA - BA|}{\Delta t} = 2V$

γ) $E_{ΕΠ} = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} = \frac{|BA\sigma\upsilon\nu 180^o - BA|}{\Delta t} = 4V$

δ) $E_{ΕΠ} = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} = \frac{|BA\sigma\upsilon\nu 90^o - BA|}{\Delta t} = 2V$

5.35 $E_{\text{ΕΠ}} = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} = \frac{A\ \Delta B}{\Delta t} = \pi r^2 \frac{\Delta B}{\Delta t} = 0{,}2\times 10^{-2} V$

$I = \frac{E_{\text{ΕΠ}}}{R} = 10^{-3} A \qquad P = I^2 R = 2\times 10^{-6} W$

5.36 Στο χρονικό διάστημα $0 - 2\times 10^{-1} s$ είναι

$E_1 = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} = 2V \quad I_1 = \frac{E_1}{R} = 0{,}2A$

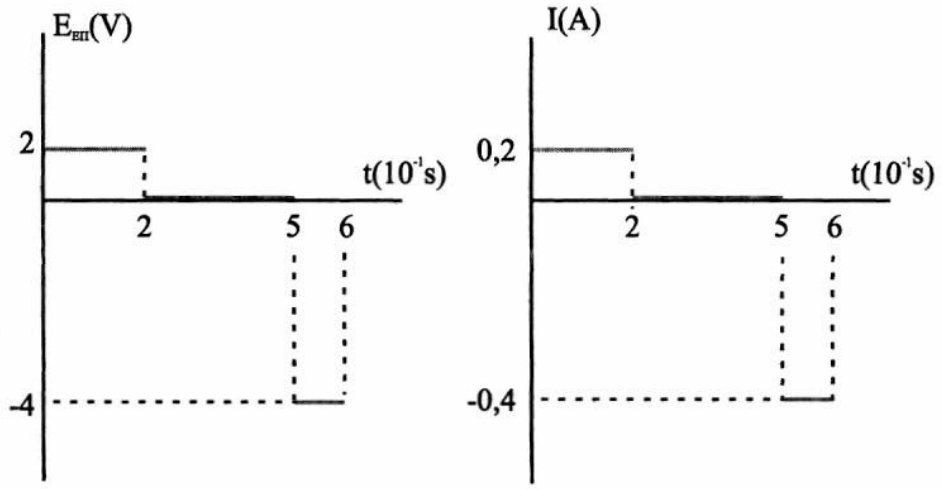
Στο διάστημα $2\times 10^{-1} s - 5\times 10^{-1} s$ είναι

$E_2 = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} = 0$ και $I_2 = \frac{E_2}{R} = 0$

Τέλος στο διάστημα $5\times 10^{-1} s - 6\times 10^{-1} s$ θα είναι

$E_3 = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} = 4V$ και $I_3 = \frac{E_3}{R} = 0{,}4A$

Επειδή σ΄ αυτό το χρονικό διάστημα η μαγνητική ροή μειώνεται, η ηλεκτρεγερτική δύναμη που δημιουργείται έχει αντίθετη πολικότητα από την αρχική. Επομένως και το ηλεκτρικό ρεύμα σ΄ αυτό το χρονικό διάστημα έχει αντίθετη φορά από την αρχική.



Σχ. 5.4

5.37 $E_{ΕΠ} = N\dfrac{|\Delta\Phi|}{\Delta t}$

$I = \dfrac{E_{ΕΠ}}{R+R_Γ}$ ή $I = N\dfrac{|\Delta\Phi|}{\Delta t(R+R_Γ)}$ ή $\dfrac{\Delta Q}{\Delta t} = N\dfrac{|\Delta\Phi|}{\Delta t(R+R_Γ)}$

ή $\Delta Q = N\dfrac{|\Delta\Phi|}{R+R_Γ}$ ή $\Delta Q = N\dfrac{|0-BA|}{R+R_Γ}$ ή $\Delta Q = N\dfrac{B\pi r^2}{R+R_Γ}$

άρα $B = \dfrac{\Delta Q(R+R_Γ)}{N\pi r^2} = 10{,}22\times10^{-2}T$

5.38 Όταν το σωληνοειδές διαρρέεται από ρεύμα I, στο εσωτερικό του δημιουργείται ομογενές μαγνητικό πεδίο $B = \mu_o In$ (1). Όταν μηδενιστεί το ρεύμα μηδενίζεται και το μαγνητικό πεδίο.
Η ηλεκτρεγερτική δύναμη που επάγεται στο κυκλικό πλαίσιο είναι:

$$E_{ΕΠ} = N\frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} = N\frac{|0-BA|}{\Delta t} = N\frac{B\pi d^2}{4\Delta t}$$

Λαμβάνοντας υπόψη την (1) βρίσκουμε

$$E_{ΕΠ} = N\frac{\mu_o In\pi d^2}{4\Delta t} = 0{,}16V$$

Το φαινόμενο της επαγωγής σε κινούμενο αγωγό

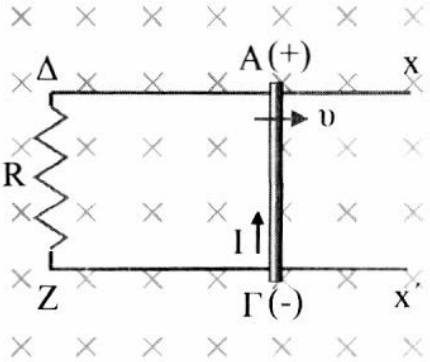
5.39 Στον αγωγό ΑΓ δημιουργείται ηλεκτρεγερτική δύναμη $E_{ΕΠ} = Bl\upsilon = 20V$, η πολικότητα της οποίας φαίνεται στο σχήμα 5.5

α) Το ρεύμα στο κύκλωμα είναι

$$I = \frac{E_{ΕΠ}}{R+R_1} = 2A$$

β) $V_{ΑΓ} = E_{ΕΠ} - IR_1 = 10V$

γ) $Q = I^2Rt = 6\times10^3 J$



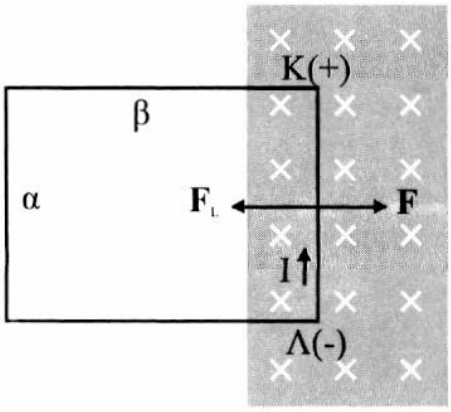
Σχ. 5.5

5.40 Στην πλευρά ΚΛ του πλαισίου δημιουργείται ηλεκτρεγερτική δύναμη $E_{ΕΠ} = Bav$, η πολικότητά της οποίας φαίνεται στο σχήμα 5.6

Το πλαίσιο διαρρέεται από ρεύμα

$$I = \frac{E_{ΕΠ}}{R}$$

Στο πλαίσιο ασκείται από το πεδίο δύναμη $F_L = BIa$ (σχ. 5.6). Για να κινείται με σταθερή ταχύτητα πρέπει να του ασκήσουμε δύναμη F, αντίθετη με την F_L.



Σχ. 5.6

$$F = F_L = BIa = \frac{B^2a^2\upsilon}{R} = 0{,}24N$$

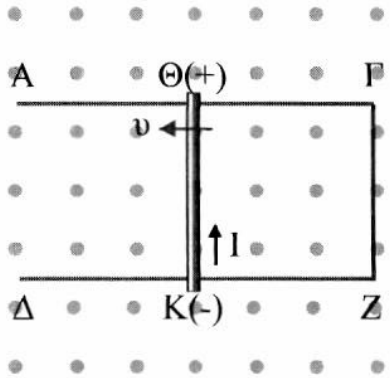
5.41 Στον αγωγό ΘΚ δημιουργείται ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή.

$E_{ΕΠ} = B(ΘK)\upsilon$ (σχ. 5.7)

Το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα

$$I = \frac{E_{ΕΠ}}{R_{ΟΛ}}$$

$$V_{ΓZ} = IR_{ΓZ} = \frac{B(ΘK)\upsilon}{R_{ΟΛ}} R_{ΓZ}$$



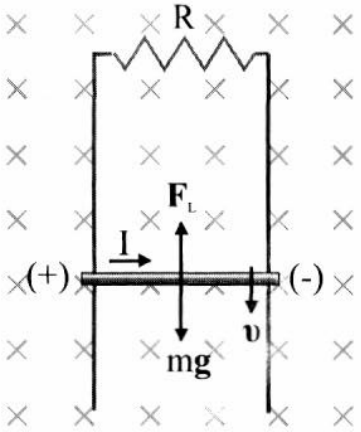
Σχ. 5.7

Όταν ο αγωγός ΚΘ βρίσκεται στη θέση για στην οποία ΘΓ=ΓΖ η ολική αντίσταση του κυκλώματος είναι: $R_{ΟΛ} = 3R_{ΓZ}$

Άρα $V_{ΓZ} = IR_{ΓZ} = \frac{B(ΘK)\upsilon}{3} = 1{,}6V$

5.42 α) Τη στιγμή μηδέν ο αγωγός αφήνεται ελεύθερος και αρχίζει να κινείται με την επίδραση του βάρους του.

Έστω ότι, τη στιγμή t ο αγωγός θα έχει ταχύτητα υ. Στον αγωγό, εκείνη τη στιγμή η ηλεκτρεγερτική δύναμη είναι $E_{ΕΠ} = Bl\upsilon$ (η πολικότητά της φαίνεται



Σχ. 5.8

στο σχήμα 5.8). Το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα είναι

$$I = \frac{E_{\text{ΕΠ}}}{R} = \frac{Bl\upsilon}{R}$$

Στον αγωγό εκτός από το βάρος του ασκείται και δύναμη $F_L = BIl = \frac{B^2 l^2 \upsilon}{R}$. Έτσι, η επιτάχυνσή του αγωγού είναι

$$a = \frac{mg - F_L}{m}$$

Ο αγωγός θα επιταχύνεται μέχρι τη στιγμή που $mg - F_L = 0$ ή

$$mg = \frac{B^2 l^2 \upsilon}{R}$$

Η ταχύτητα του αγωγού εκείνη τη στιγμή θα πάρει τη μέγιστη τιμή της

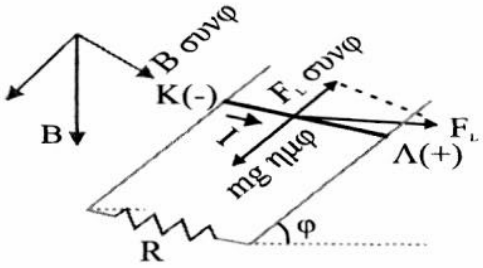
$$\upsilon_{o\rho} = \frac{mgR}{B^2 l^2} = 2,5 m/s$$

β) Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας, η αρχική δυναμική ενέργεια του αγωγού θα μετατραπεί σε κινητική ενέργεια και σε θερμότητα στο κύκλωμα:

$$mgh = \frac{1}{2} m\upsilon_{o\rho}^2 + Q \quad \text{άρα} \quad Q = 3,875 J$$

5.43 α) Τη στιγμή μηδέν, που ο αγωγός αφήνεται ελεύθερος, αρχίζει να κινείται με την επίδραση της $mg\eta\mu\phi$, συνιστώσας του βάρους του.

Έστω ότι τη στιγμή t, ο αγωγός θα έχει ταχύτητα υ.



Σχ. 5.9

Αναλύουμε το **B** σε δύο συνιστώσες, μια κάθετη και μια παράλληλη στην κίνηση του αγωγού.

Στον αγωγό δημιουργείται ηλεκτρεγερτική δύναμη $E_{\text{ΕΠ}} = B\,\sigma\upsilon\nu\phi\, l\upsilon$ (η πολικότητα της φαίνεται στο σχήμα). Το ρεύμα που τον διαρρέει είναι

$$I = \frac{E_{\text{ΕΠ}}}{R} = \frac{B\,\sigma\upsilon\nu\phi\, l\,\upsilon}{R} \quad (1)$$

Επειδή ο αγωγός διαρέεται από ρεύμα, δέχεται από το μαγνητικό πεδίο δύναμη

$F_L = BIl$ (σχ. 5.9). Ο αγωγός κινείται με επιτάχυνση:

$$a = \frac{mg\eta\mu\phi - F_L\sigma\upsilon\nu\phi}{m}$$, δηλαδή

θα επιταχύνεται μέχρι τη στιγμή που $mg\eta\mu\phi - F_L\sigma\upsilon\nu\phi = 0$ ή $mg\eta\mu\phi - BIl\sigma\upsilon\nu\phi = 0$

Η σχέση αυτή γίνεται αν λάβουμε υπόψη την (1)

$$mg\eta\mu\phi = \frac{B^2 l^2 \upsilon\, \sigma\upsilon\nu^2\phi}{R}$$

Η ταχύτητα του τότε θα έχει τη μέγιστη τιμή της

$$\upsilon_{o\rho} = \frac{mgR\eta\mu\phi}{B^2 l^2 \sigma\upsilon\nu^2\phi} = 0{,}667 m/s$$

β) Η δύναμη Laplace τότε θα είναι

$$F_L = BIl = \frac{B^2\, \sigma\upsilon\nu\phi\, l^2\, \upsilon_{o\rho}}{R} = 0{,}058N$$

Το φαινόμενο της επαγωγής σε στρεφόμενο αγωγό

5.44 Στο τμήμα ΟΓ της ράβδου δημιουργείται ηλεκτρεγερτική δύναμη:

$$E_{O\Gamma} = \frac{1}{2}B\omega(O\Gamma)^2 = V_\Gamma - V_O \quad (1)$$

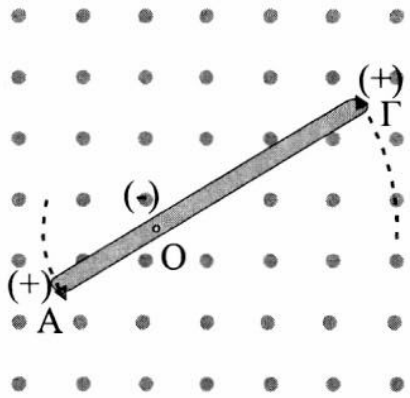
Στο τμήμα ΟΑ δημιουργείται ηλεκτρεγερτική δύναμη:

$$E_{OA} = \frac{1}{2}B\omega(OA)^2 = V_A - V_O \quad (2)$$

Αφαιρώντας κατά μέλη τις (1) και (2) έχουμε:

$$V_\Gamma - V_A = E_{OA} = \frac{1}{2}B\omega\left[(O\Gamma)^2 - (OA)^2\right]$$

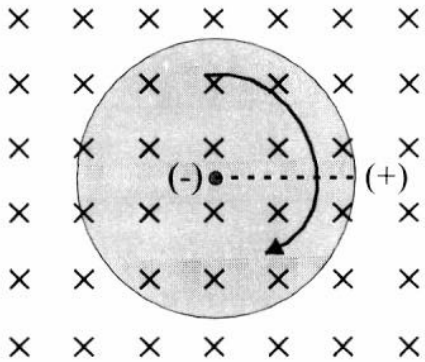
άρα $V_\Gamma - V_A = 1V$



Σχ. 5.10

5.45 $V = E_{\text{ΕΠ}} = \frac{1}{2} B\omega r^2$ άρα

$B = \frac{2V}{\omega r^2} = 0{,}8T$



Σχ. 5.11

Εναλλασσόμενη τάση – εναλλασσόμενο ρεύμα

5.46 $V_o = N\omega BA \quad V_{\text{ΕΝ}} = \frac{V_o}{\sqrt{2}} \approx 220V$

$I_o = \frac{V_o}{R + R_1} = 2\sqrt{2}A$

5.47 $V_o = N\omega BA = N\, 2\pi fBA = 18{,}84V$

5.48 $P_\Sigma = V_\Sigma I_\Sigma = \frac{V_\Sigma^2}{R} \qquad P_{\text{ΕΝΑΛ}} = V_{\text{ΕΝ}} I_{\text{ΕΝ}} = \frac{V_{\text{ΕΝ}}^2}{2R}$

Εφόσον $P_\Sigma = P_{\text{ΕΝΑΛ}} \quad \frac{V_\Sigma^2}{R} = \frac{V_{\text{ΕΝ}}^2}{2R}$ ή $V_{EN} = V_\Sigma \sqrt{2}$

ή $\frac{V_o}{\sqrt{2}} = V_\Sigma \sqrt{2}$ άρα $V_o = 200V$

5.49 $Q = I_{EN}^2 Rt \quad I_{EN} = \frac{V_{EN}}{R} = \frac{V_o}{R\sqrt{2}} = 2A$

επομένως $Q = 1{,}2 \times 10^4 J$

5.50 α) $p = \upsilon i = V_o I_o\, \eta\mu^2 314t_1$ (1)

όμως $P = V_{\text{ΕΝ}} I_{\text{ΕΝ}}$ ή $P = \frac{V_o I_o}{2}$ άρα $V_o I_o = 2P$

οπότε η (1) γίνεται:

$$p = 2P\,\eta\mu^2 314t_1 = 2P\,\eta\mu^2(0{,}5\times 3{,}14) = 2P\,\eta\mu^2\frac{\pi}{2} = 200W$$

β) $P = V_{\text{EN}} I_{\text{EN}} = \dfrac{V_o I_{EN}}{\sqrt{2}}$ άρα $V_o = \dfrac{P\sqrt{2}}{I_{EN}}$

$\upsilon = V_o\,\eta\mu 314t_2$ ή

$$\upsilon = \frac{P\sqrt{2}}{I_{EN}}\eta\mu(0{,}25\times 3{,}14) = \frac{P\sqrt{2}}{I_{EN}}\eta\mu\frac{\pi}{4} = 250V$$

5.51 $P = V_{\text{EN}} I_{\text{EN}} = \dfrac{V_o I_o}{2} = \dfrac{V_o^2}{2R} = 160W$

Αμοιβαία επαγωγή

5.52 $E_{\text{ΕΠ}} = M\dfrac{di}{dt} = 10V$

5.53 $M = N\mu_o nA = 0{,}8\pi\times 10^{-4}\,H$

$$E_{\text{ΕΠ}} = M\frac{di}{dt} = 8\pi\times 10^{-4}V$$

Αυτεπαγωγή

5.54 $E_{\alpha\upsilon\tau} = L\dfrac{di}{dt} = \mu_o\dfrac{N^2}{l}A\dfrac{di}{dt} = 6\pi\times 10^{-3}V$

5.55 Έστω ότι, όταν το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα I από κάθε σπείρα του διέρχεται μαγνητική ροή Φ. Αν το ρεύμα μηδενιστεί σε χρόνο Δt στο πηνίο δημιουργείται ηλεκτρεγερτική δύναμη η μέση τιμή της οποίας είναι είναι:

$E_{\text{ΕΠ}} = -N\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ ή $E_{\text{ΕΠ}} = -L\dfrac{\Delta I}{\Delta t}$ άρα $N\,\Delta\Phi = L\,\Delta I$

ή $N\,(0 - \Phi) = L\,(0 - I)$ άρα $L = \dfrac{N\Phi}{I} = 0{,}08H$

5.56 $I = \frac{E}{R} = 3A \qquad U = \frac{1}{2}LI^2 = 0{,}027J$

5.57 α) $I_o = \frac{E}{R} = 2{,}4A$

β) $E_{\alpha\upsilon\tau} = iR = 10V$

$E_{\alpha\upsilon\tau} = -L\frac{di}{dt}$ άρα $\frac{di}{dt} = -\frac{E_{\alpha\upsilon\tau}}{L} = -500A/s$

γ) Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας, η ενέργεια που είχε αποθηκευτεί στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου θα μετατραπεί σε θερμότητα στον αντιστάτη.

$Q = \frac{1}{2}LI_o^2 = 0{,}058J$

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

5.58 $E_{\text{ΕΠ}} = N\frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t}$,

$I = \frac{E_{\text{ΕΠ}}}{R}$ ή $I = N\frac{|\Delta\Phi|}{R\,\Delta t}$ ή $\frac{\Delta Q}{\Delta t} = N\frac{|\Delta\Phi|}{R\,\Delta t}$

ή $\Delta Q = N\frac{|BA\sigma\upsilon\nu 180 - BA\sigma\upsilon\nu 0|}{R} = N\frac{2BA}{R}$

ή $\Delta Q = N\frac{2B\pi r^2}{\rho\frac{l}{s}}$ ή $\Delta Q = N\frac{2B\pi r^2}{\rho\frac{N2\pi r}{s}}$

ή $\Delta Q = \frac{Bsr}{\rho} = 10^{-3}C$

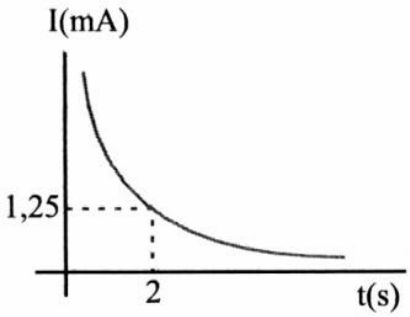
5.59 α) Έστω ότι, τη στιγμή t, ο αγωγός που κινείται απέχει από τον άλλο αγωγό χρωμονικελίνης απόσταση x. Στον αγωγό που κινείται επάγεται ηλεκτρεγερτική δύναμη: $E_{\text{ΕΠ}} = Bl\upsilon$

Το ρεύμα στο κύκλωμα είναι $I = \frac{E_{\text{ΕΠ}}}{R}$ ή $I = \frac{Bl\upsilon}{2xR^*}$ ή $I = \frac{Bl\upsilon}{2\upsilon tR^*}$

ή $I = \dfrac{Bl}{2R^{*}t}$ άρα $I = \dfrac{2{,}5\times10^{-3}}{t}$ (SI)

β) $I = 1{,}25mA$

γ) Η γραφική παράσταση της έντασης του ρεύματος με το χρόνο φαίνεται στο σχήμα 5.12



Σχ. 5.12

5.60 α) Τη στιγμή μηδέν στον αγωγό ΣΣ΄ ασκείται η δύναμη F και ο αγωγός αρχίζει να επιταχύνεται.

Έστω ότι τη στιγμή t, ο αγωγός έχει ταχύτητα υ.

Στον αγωγό αναπτύσσεται ηλεκτρεγερτική δύναμη $E_{ΕΠ} = BL\upsilon$ (1)

(η φορά της φαίνεται στο σχήμα 5. 13)

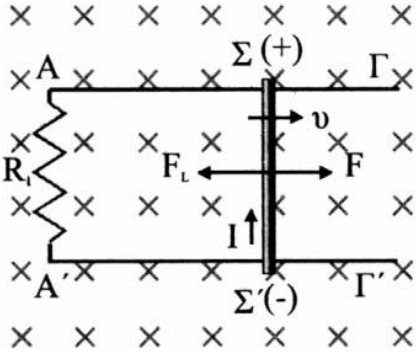
Το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα

$$I = \frac{E_{ΕΠ}}{R+R_1} \quad ή \quad I = \frac{BL\upsilon}{R+R_1} \quad (2)$$

Το μαγνητικό πεδίο ασκεί στον αγωγό δύναμη

$$F_L = BIL = \frac{B^2L^2\upsilon}{R+R_1}$$

Η επιτάχυνσή του είναι $a = \dfrac{F-F_L}{m}$



Σχ. 5.13

Ο αγωγός θα αποκτήσει τη μέγιστη ταχύτητα του όταν $\sum \mathbf{F} = 0$ δηλαδή

όταν $F = F_L$ ή $F = \dfrac{B^2L^2\upsilon_{op}}{R+R_1}$

επομένως $\upsilon_{op} = \dfrac{F(R+R_1)}{B^2L^2} = 15m/s$

Τότε από (1) $E_{ΕΠ} = 3V$ και από (2) $I = 5A$

Επομένως $V_{ΣΣ'} = E_{ΕΠ} - IR = 0{,}5V$

β₁) Όταν $\upsilon = 7{,}5m/s$ $\quad F_L = \dfrac{B^2L^2\upsilon}{R+R_1} = 0{,}5N$

$$\frac{d\upsilon}{dt} = a = -\frac{F_L}{m} = -5m/s^2$$

Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας ο ρυθμός με τον οποίο μειώνεται η κινητική ενέργεια του αγωγού είναι ίσος με το ρυθμό με τον οποίο παράγεται θερμότητα στο κύκλωμα.

$$-\frac{dK}{dt} = P_\Theta = I^2(R + R_1)$$

ή $$\frac{dK}{dt} = -\left(\frac{BL\upsilon}{R + R_1}\right)^2 (R + R_1) = -3{,}75W$$

β_2) Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας η κινητική ενέργεια που είχε ο αγωγός τη στιγμή που έπαψε να ασκείται η δύναμη F, έγινε θερμότητα.

$$Q = K = \frac{1}{2}m\upsilon_{o\rho}^2 = 11{,}25J$$

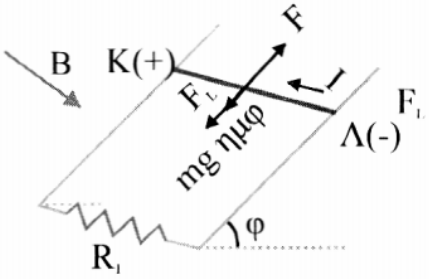
5.61 α) Η επιτάχυνση του αγωγού τη στιγμή μηδέν (όταν του ασκείται η δύναμη F) είναι

$$a = \frac{F - mg\eta\mu\phi}{m}$$

Έστω ότι τη στιγμή t ο αγωγός ΚΛ έχει ταχύτητα υ. Στον αγωγό αναπτύσσεται ηλεκτρεγερτική δύναμη $E_{\text{ΕΠ}} = Bl\upsilon$ (1)

Το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα

$$I = \frac{E_{\text{ΕΠ}}}{R + R_1} = \frac{Bl\upsilon}{R + R_1} \quad (2)$$



Σχ. 5.14

Το μαγνητικό πεδίο ασκεί στον αγωγό δύναμη $F_L = BIl = \dfrac{B^2l^2\upsilon}{R + R_1}$.

Η επιτάχυνση του είναι $a = \dfrac{F - mg\eta\mu\phi - F_L}{m}$

Ο αγωγός θα επιταχύνεται μέχρι τη στιγμή που $F - mg\eta\mu\phi - F_L = 0$ ή

$$F - mg\eta\mu\phi - \frac{B^2l^2\upsilon}{R + R_1} = 0$$

Η ταχύτητα του αγωγού εκείνη τη στιγμή θα πάρει τη μέγιστη τιμή της

$$\upsilon_{o\rho} = \frac{(F - mg\eta\mu\phi)(R + R_1)}{B^2 l^2} = 8m/s$$

β) Φαίνεται από τη σχέση (1) ότι όταν ο αγωγός αποκτήσει την οριακή του ταχύτητα $E_{\text{ΕΠ}} = 4V$ και από τη (2) $I = 20A$

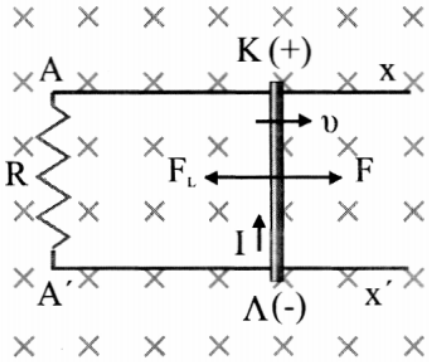
$$V_{\text{ΚΛ}} = E_{\text{ΕΠ}} - IR_2 = 2V$$

γ) Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας, η ενέργεια που μεταφέρθηκε στον αγωγό ΚΛ μέσω του έργου της δύναμης F θα είναι ίση με το άθροισμα της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας που απέκτησε ο αγωγός και της θερμότητας που παράχθηκε στο κύκλωμα.

$$W_F = \frac{1}{2}m\upsilon_{o\rho}^2 + mgh + Q \quad \text{άρα} \quad Q = Fd - \frac{1}{2}m\upsilon_{o\rho}^2 - mgd\,\eta\mu\phi = 68J$$

5.62 α) Έστω ότι τη στιγμή t ο αγωγός ΚΛ έχει ταχύτητα υ. Στον αγωγό ΚΛ αναπτύσσεται ηλεκτρεγερτική δύναμη $E_{\text{ΕΠ}} = Bl\upsilon$ (1) και το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα

$$I = \frac{E_{\text{ΕΠ}}}{R} = \frac{Bl\upsilon}{R} \quad (2)$$



Σχ. 5.15

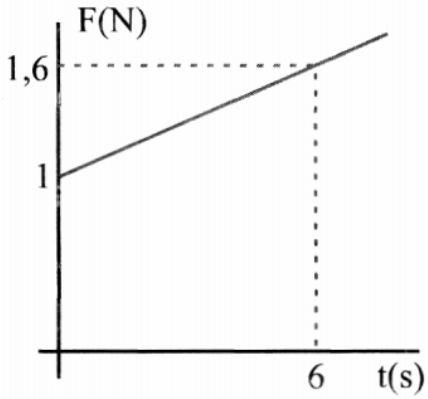
Το μαγνητικό πεδίο ασκεί στον αγωγό ΚΛ δύναμη $F_L = BIl = \frac{B^2 l^2 \upsilon}{R}$

$$F - F_L = ma \quad \text{ή} \quad F = ma + \frac{B^2 l^2 \upsilon}{R} \quad \text{ή}$$

$$F = ma + \frac{B^2 l^2 at}{R}$$

ή $F = 1 + 0{,}1t$ (3)

Στο σχήμα 5.16 παριστάνεται η F σε συνάρτηση με το χρόνο.



Σχ. 5.16

β) Τη στιγμή t=6s ο αγωγός έχει ταχύτητα $\upsilon = at = 12m/s$

Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας, η ενέργεια που προσφέρεται στο κύκλωμα μέσω του έργου της δύναμης F μετατρέπεται σε κινητική ενέργεια στον αγωγό και σε θερμότητα λόγω φαινομένου Joule.

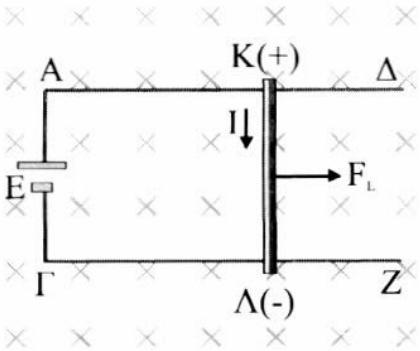
$$W_F = \frac{1}{2}m\upsilon^2 + Q \quad \text{άρα} \quad Q = 14{,}4J$$

γ) Από (2) $I = 1{,}2A$ και από (3) $F = 1{,}6N$. Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας ο ρυθμός με τον οποίο προσφέρεται ενέργεια μέσω του έργου της δύναμης F είναι ίσος με το άθροισμα του ρυθμού με τον οποίο αυξάνεται η κινητική ενέργεια του αγωγού και του ρυθμού με τον οποίο παράγεται θερμότητα στο κύκλωμα.

$$P_F = \frac{dK}{dt} + P_\Theta \quad \text{άρα} \quad \frac{dK}{dt} = F\upsilon - I^2R = 12W$$

5.63 Τη στιγμή t=0 που αφήνεται ελεύθερος ο αγωγός διαρέεται από ρεύμα $I = \frac{E}{R}$ και επιταχύνεται με την επίδραση της δύναμης Laplace $F_L = BIl$ που του ασκεί το μαγνητικό πεδίο.

Τη στιγμή t, ο αγωγός έχει αποκτήσει ταχύτητα υ. Η ηλεκτρεγερτική δύναμη στον αγωγό ΚΛ είναι $E_{\text{ΕΠ}} = Bl\upsilon$ και το ρεύμα στο κύκλωμα $I = \frac{E - E_{\text{ΕΠ}}}{R} = \frac{E - Bl\upsilon}{R}$



Σχ. 5.17

Ο αγωγός θα επιταχύνεται μέχρι να μηδενιστεί η F_L. Αυτό θα συμβεί όταν μηδενιστεί η ένταση του ρεύματος, δηλαδή όταν $E - Bl\upsilon = 0$

Η ταχύτητα, εκείνη τη στιγμή, θα πάρει τη μέγιστη τιμή της

$$\upsilon_{o\rho} = \frac{E}{Bl} = 12m/s$$

5.64 Τη στιγμή μηδέν που κλείνει ο διακόπτης ο αγωγός ΚΛ διαρρέεται από ρεύμα $I = \frac{E}{R} = 1{,}2A$. Τη στιγμή εκείνη στον αγωγό ασκούνται: το βάρος του $mg = 1N$ και η $F_L = BIl = 1{,}2N$ (σχ. 5.18). Έτσι, ο αγωγός κινείται προς τα πάνω με επιτάχυνση $a = \frac{F_L - mg}{m}$

Τη στιγμή t, ο αγωγός ΚΛ θα έχει ταχύτητα υ και θα έχει εμφανιστεί σ΄ αυτόν ηλεκτρεγερτική δύναμη $E_{ΕΠ} = Blυ$.

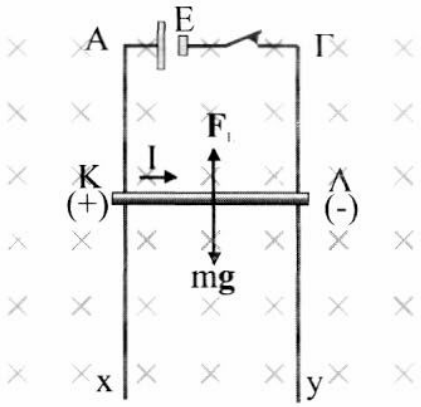
Το κύκλωμα τότε διαρρέεται από ρεύμα $I = \dfrac{E - E_{ΕΠ}}{R} = \dfrac{E - Blυ}{R}$.

Ο αγωγός θα επιταχύνεται μέχρι τη στιγμή που

$F_L - mg = 0$ ή $BIl = mg$ ή

$B\dfrac{E - Blυ}{R} l = mg$

ή $BEl - B^2 l^2 υ = mgR$.



Σχ. 5.18

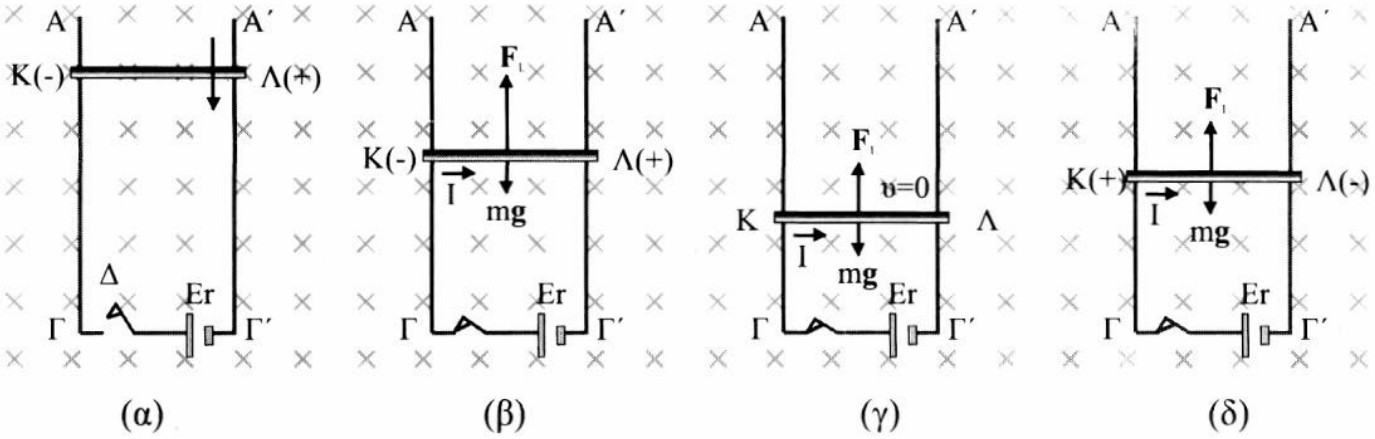
Η ταχύτητα, εκείνη τη στιγμή, θα πάρει τη μέγιστη τιμή της

$υ_{ορ} = \dfrac{BEl - mgR}{B^2 l^2} = 4m/s$

5.65 α) Η ταχύτητα του αγωγού τη στιγμή που κλείνει ο διακόπτης βρίσκεται με την εφαρμογή της αρχής διατήρησης της μηχανικής ενέργειας

$mgh = \dfrac{1}{2} mυ^2$ άρα $υ = \sqrt{2gh} = 4m/s$

Τη στιγμή που κλείνει ο διακόπτης, στον αγωγό έχει εμφανιστεί ηλεκτρεγερτική δύναμη $E_{ΕΠ} = Blυ$ και το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα $I = \dfrac{E + E_{ΕΠ}}{R + r} = \dfrac{E + Blυ}{R + r} = 4A$



Σχ. 5.19

Οι δυνάμεις που ασκούνται τότε στον αγωγό, είναι $mg = 2N$ και $F_L = BIl = 4N$. Η επιτάχυνση του αγωγού είναι $a = \frac{F_L - mg}{m} = 10m/s^2$ και έχει κατεύθυνση προς τα πάνω (σχ. 5.19β).

β) Η κίνηση του αγωγού είναι επιβραδυνόμενη. Καθώς ο αγωγός κινείται προς τα κάτω το ρεύμα μειώνεται, το ίδιο συμβαίνει και με τη δύναμη Laplace. Η μικρότερη τιμή της F_L αντιστοιχεί στη μικρότερη τιμή του ρεύματος $I = \frac{E}{R+r} = 3A$ που επιτυγχάνεται όταν η ταχύτητα του αγωγού μηδενιστεί. Επειδή η μικρότερη τιμή της F_L είναι $F_L = 3N > mg$, ο αγωγός θα κινηθεί προς τα κάτω μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητά του.
Στη θέση αυτή είναι $I = 3A$ και $V_{\text{ΚΛ}} = IR = 9V$ (σχ. 5.19γ)

γ) Μετά το μηδενισμό της ταχύτητας του ο αγωγός ΚΛ αρχίζει να κινείται προς τα πάνω με επιτάχυνση $a = \frac{F_L - mg}{m}$. Η πολικότητα της ηλεκτρεγερτικής δύναμης αντιστρέφεται (σχ. 5.19δ) και το ρεύμα στο κύκλωμα είναι $I = \frac{E - E_{\text{ΕΠ}}}{R+r} = \frac{E - Bl\upsilon}{R+r}$

Ο αγωγός θα επιταχύνεται μέχρι τη στιγμή που $F_L - mg = 0$ ή

$BIl = mg$ ή $B\frac{E - Bl\upsilon}{R+r}l = mg$

ή $BEl - B^2l^2\upsilon = mg(R+r)$

Τη στιγμή ταχύτητα εκείνη ο αγωγός αποκτάει τη μέγιστη ταχύτητα

$\upsilon_{o\rho} = \frac{BEl - mg(R+r)}{B^2l^2} = 4m/s$

5.66 α) $E_{\alpha\upsilon\tau} = -L\frac{\Delta I}{\Delta t} = -0{,}05V$

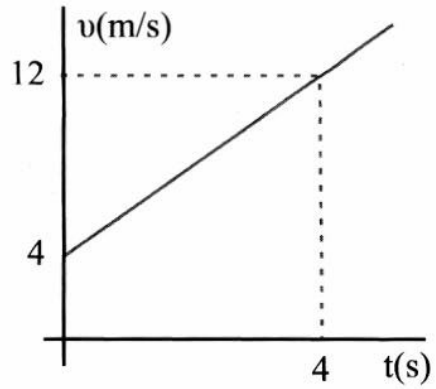
β) Το ρεύμα στο κύκλωμα είναι:

$$I = \frac{E_{\text{ΕΠ}} + E_{\alpha\upsilon\tau}}{R} \quad \text{ή} \quad E_{\text{ΕΠ}} = IR + E_{\alpha\upsilon\tau} \quad \text{ή}$$

$$Bl\upsilon = (2t+3)R + E_{\alpha\upsilon\tau}$$

άρα $\upsilon = 2t + 4$ (SI)

Η γραφική παράσταση της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο φαίνεται στο σχήμα 5.20



Σχ. 5.20

γ) Όπως φαίνεται από το διάγραμμα υ-t του σχήματος 5.20 η κίνηση του αγωγού είναι ομαλά επιταχυνόμενη.

$$\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{\upsilon_2 - \upsilon_1}{t_2 - t_1} = 2m/s^2$$

δ) $I = 2t + 3$ (SI) για $t = 4s$ $I = 11A$

$F_L = BIl = 0{,}55N$ $\quad F - F_L = ma$ επομένως $\quad F = 0{,}85N$

$$\frac{dW_F}{dt} = P_F = F\upsilon = 10{,}2W$$

5.67 Η είσοδος του πλαισίου στο μαγνητικό πεδίο διαρκεί $t = \frac{l}{\upsilon} = 5s$.

<u>Κατά την είσοδο του πλαισίου στο μαγνητικό πεδίο:</u>

$\Phi = B\ \Delta A = Blx = Bl\upsilon t$

Τη στιγμή $t = 0$ $\quad \Phi = 0$ και τη στιγμή $t = 5s$ $\quad \Phi = 2{,}5\times10^{-2}Wb$

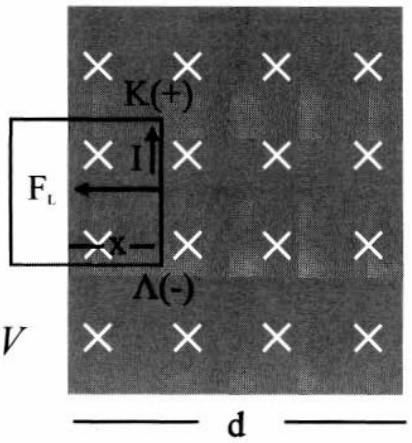
Στην πλευρά ΚΛ του πλαισίου αναπτύσσεται ηλεκτρεγερτική δύναμη:

$E_{\text{ΚΛ}} = Bl\upsilon = 5\times10^{-3}V$

Το ρεύμα στο πλαίσιο είναι:

$$I = \frac{E}{R_{\text{ΟΛ}}} = \frac{E}{4lR^*} = 5\times10^{-3}A$$

$$V_{\text{ΚΛ}} = E_{\text{ΚΛ}} - IR_{\text{ΚΛ}} = E - IlR^* = 3{,}75\times10^{-3}V$$

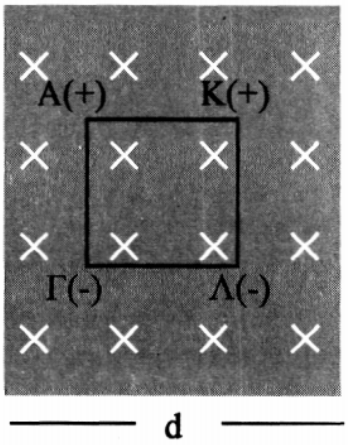


Σχ. 5.21

Το μαγνητικό πεδίο ασκεί στον αγωγό ΚΛ δύναμη $F_L = BIl = 0{,}5\times10^{-3}N$

Το πλαίσιο παραμένει ολόκληρο στο μαγνητικό πεδίο για χρόνο

$$\Delta t = \frac{d-l}{\upsilon} = 3s$$



Σχ. 5.22

<u>Κατά την παραμονή του μέσα στο μαγνητικό πεδίο:</u>

$$\Phi = B\ \Delta A = Bl^2 = 2{,}5\times10^{-2}Wb$$

Ηλεκτρεγερτική δύναμη δημιουργείται στο τμήμα ΚΛ και ΑΓ του αγωγού

$$E_{\text{ΚΛ}} = Bl\upsilon \quad E_{\text{ΑΓ}} = Bl\upsilon$$

Η ηλεκτρεγερτική δύναμη στο πλαίσιο είναι: $E = E_{\text{ΚΛ}} - E_{\text{ΑΓ}} = 0$

Το ρεύμα στο πλαίσιο είναι: $I = \dfrac{E}{R_{\text{ΟΛ}}} = 0$

$$V_{\text{ΚΛ}} = E_{\text{ΚΛ}} = Bl\upsilon = 5\times10^{-3}V$$

Εφόσον το πλαίσιο δεν διαρρέεται από ρεύμα το μαγνητικό πεδίο δεν του ασκεί δύναμη.

Η έξοδος διαρκεί χρόνο $\Delta t = \dfrac{l}{\upsilon} = 5s$.

<u>Κατά την έξοδο του από το μαγνητικό πεδίο:</u>

$$\Phi = B\ \Delta A = Bl(l-x) = Bl(l-\upsilon\,\Delta t)$$

$$\Phi = Bl^2 - Bl\upsilon\,\Delta t$$

Για $\Delta t = 0 \qquad \Phi = 2{,}5\times10^{-2}Wb$

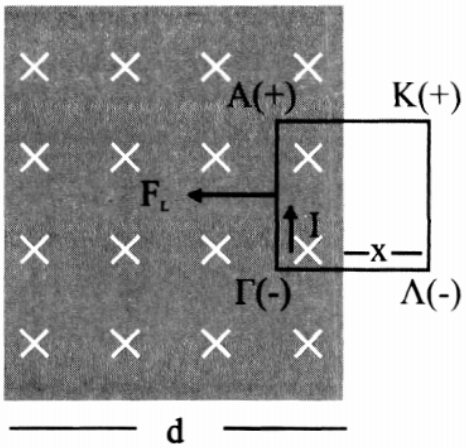
για $\Delta t = 5s \qquad \Phi = 0$

Ηλεκτρεγερτική δύναμη αναπτύσσεται στην πλευρά ΑΓ του πλαισίου. Το ρεύμα που διαρρέει τώρα το πλαίσιο έχει φορά αντίθετη από τη φορά που είχε κατά την είσοδο του πλαισίου στο πεδίο. Η ηλεκτρεγερτική δύναμη στο πλαίσιο είναι:

$$E = -E_{\text{ΑΓ}} = -Bl\upsilon = -5\times10^{-3}V$$

Το ρεύμα στο πλαίσιο είναι:

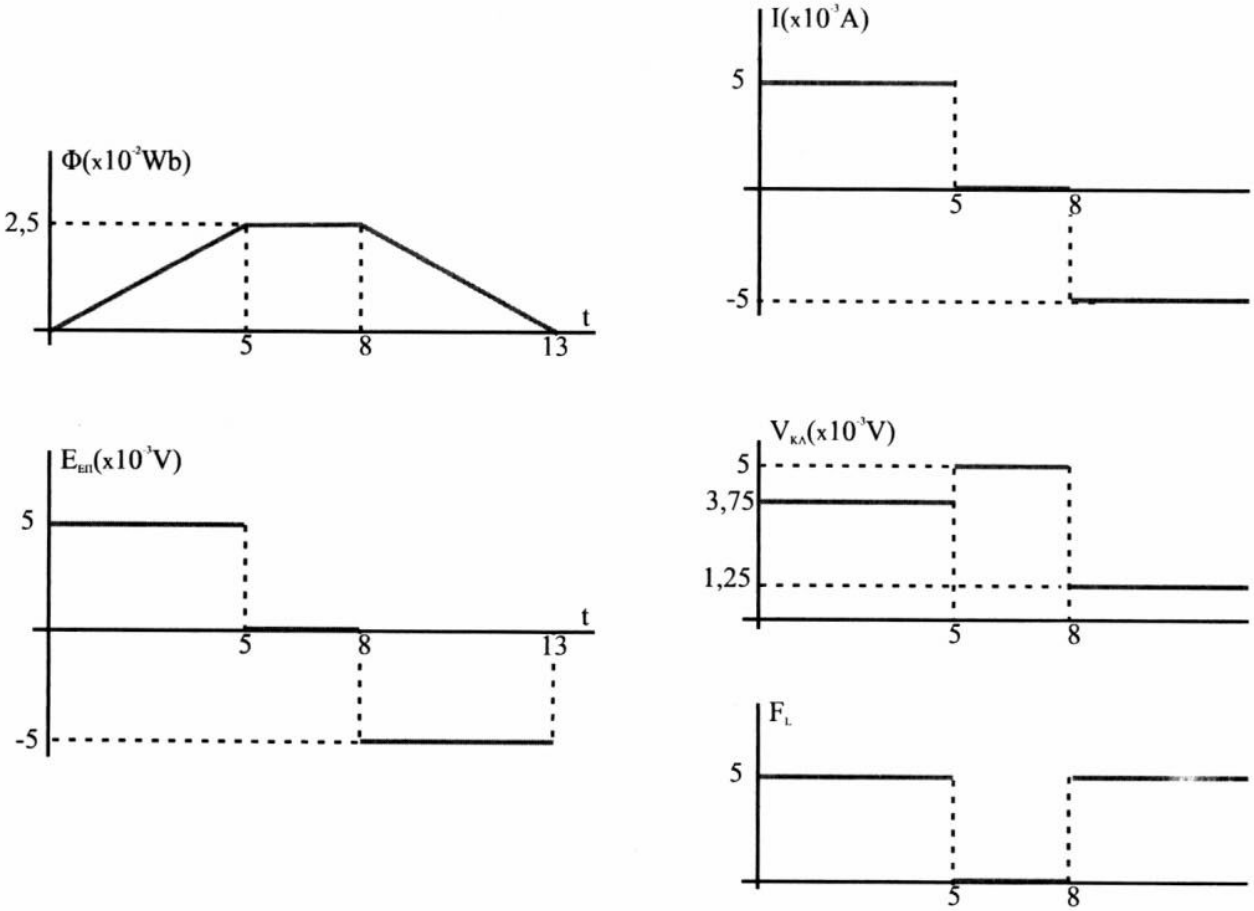
$$I = \frac{E}{R_{\text{ΟΛ}}} = \frac{E}{4lR^*} = -5\times10^{-3}A$$



Σχ. 5.23

$V_{K\Lambda} = IR_{K\Lambda} = IlR^* = 1{,}25 \times 10^{-3} V$

Το μαγνητικό πεδίο ασκεί στον αγωγό ΑΓ δύναμη $F_L = BIl = 0{,}5 \times 10^{-3} N$



Σχ. 5.24

5.68 α) $I = \dfrac{E}{R+r} = 4A$

β) $E_{\alpha\upsilon\tau} = -L\dfrac{di}{dt} = -3V$

γ) $I = \dfrac{E + E_{\alpha\upsilon\tau}}{R+r} = 3{,}7A \qquad U = \dfrac{1}{2}Li^2 = 3{,}42J$

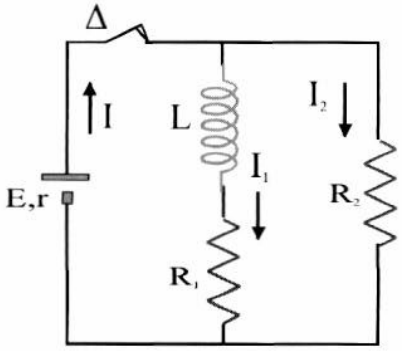
δ) Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας ο ρυθμός με τον οποίο η πηγή δίνει ενέργεια στο κύκλωμα είναι ίσος με το άθροισμα του ρυθμού με τον οποίο παράγεται θερμότητα στις αντιστάσεις του κυκλώματος και του ρυθμού με τον οποίο αποθηκεύεται ενέργεια στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου.

$$EI = I^2(R+r) + \frac{dU}{dt} \quad \text{επομένως} \quad \frac{dU}{dt} = 11{,}1W$$

5.69 α) Τη στιγμή που κλείνει ο διακόπτης το πηνίο, δεν διαρρέεται από ρεύμα (I_1=0).

Επομένως $I = I_2 = \frac{E}{R_2} = 2A$

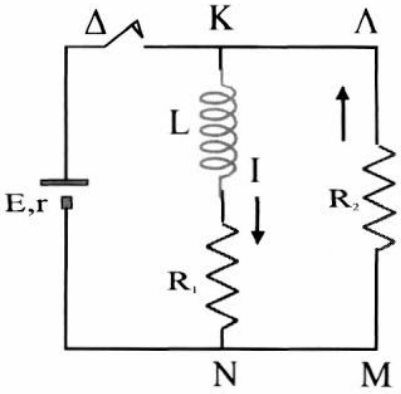
Όταν αποκατασταθούν οι τελικές τιμές στο κύκλωμα τότε $E_{αυτ} = 0$. Οι αντιστάτες R_1 και R_2 έχουν την ίδια τάση στα άκρα τους ίση με την ηλεκτρεγερτική δύναμη της πηγής $I_1 = \frac{E}{R_1} = 4A$



Σχ. 5.24

$I_2 = \frac{E}{R_2} = 2A$ και η πηγή διαρρέεται από ρεύμα $I = I_1 + I_2 = 6A$

β) Με το άνοιγμα του διακόπτη, στο πηνίο δημιουργείται ηλεκτρεγερτική δύναμη από αυτεπαγωγή που προκαλεί ρεύμα στο πηνίο της ίδιας φοράς με αυτό που το διέρρεε πριν ανοίξει ο διακόπτης. Το επαγωγικό ρεύμα διαρρέει το βρόχο ΚΛΜΝ



Σχ. 5.25

Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας, η ενέργεια που είχε αποθηκευτεί στο πηνίο, πριν το άνοιγμα του διακόπτη, θα μετατραπεί σε θερμότητα στις αντιστάσεις.

$$\frac{1}{2}LI_1^2 = Q = 1{,}6J$$